



การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่เน้นการคิดแบบอิวริสติกส์  
ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

โดย  
นางสาวอรินา ปัดताल

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา แผน ก แบบ ก 2 ระดับปริญญาโทมหาบัณฑิต  
ภาควิชาคณิตศาสตร์  
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร  
ปีการศึกษา 2562  
ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร

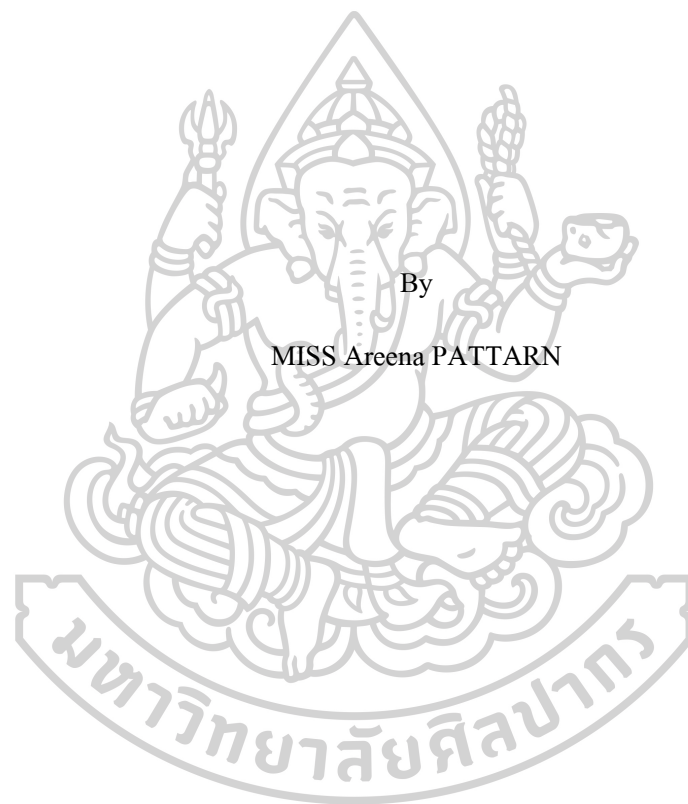
การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่เน้นการคิดแบบ  
ฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6



โดย  
นางสาวอรินา ปัดताल

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา แผน ก แบบ ก 2 ระดับปริญญาโทมหาบัณฑิต  
ภาควิชาคณิตศาสตร์  
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร  
ปีการศึกษา 2562  
ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATIC'S PROBLEMS SOLVING SKILLS  
"PERMUTATION" BY LEARNING EMPHASIZED HEURISTICS THINKING  
WITH THINK-PAIR-SHARE TECHNIQUE OF MATTAYOMSUKSA 6  
STUDENTS.



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for Master of Science (MATHEMATICS STUDY)  
Department of MATHEMATICS  
Graduate School, Silpakorn University  
Academic Year 2019  
Copyright of Graduate School, Silpakorn University

หัวข้อ	การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
โดย	อรินา บัดताल
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ศึกษา แผน ก แบบ ก 2 ระดับปริญญาโทบัณฑิต
อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รัตนา ศรีทัศน์

---

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร ได้รับพิจารณาอนุมัติให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต



.....	คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.จุไรรัตน์ นันทานิช)	
พิจารณาเห็นชอบโดย	
.....	ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เฉลิมพงษ์ วรวรรโณทัย)	
.....	อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รัตนา ศรีทัศน์)	
.....	อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิภารัตน์ แสงจันทร์)	
.....	ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ ศรีปัญญา )	

59316309 : คณิตศาสตร์ศึกษา แผน ก แบบ ก 2 ระดับปริญญาโท

คำสำคัญ : ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์, การเรียงสับเปลี่ยน, การคิดแบบฮิวริสติกส์, เทคนิคเพื่อนคู่คิด

นางสาว อรีนา ปัดताल: การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รัตนา ศรีทัศน์

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมาย 1) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด 2) เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70 3) เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน จำนวน 42 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ one-group pretest-posttest design เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบประเมินความพึงพอใจ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ คือ t-test for dependent samples และ t-test for one samples

ผลการวิจัยพบว่า

1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนเรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

2) ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 33.64 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 84.11

3) นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นอยู่ในระดับมากที่สุด (ค่าเฉลี่ย เท่ากับ 4.73 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 0.44)

59316309 : Major (MATHEMATICS STUDY)

Keyword : mathematical problems solving skills, Permutation, Heuristics thinking, Think-Pair-Share technique

MISS AREENA PATTARN : THE DEVELOPMENT OF MATHEMATIC'S PROBLEMS SOLVING SKILLS "PERMUTATION" BY LEARNING EMPHASIZED HEURISTICS THINKING WITH THINK-PAIR-SHARE TECHNIQUE OF MATTAYOMSUKSA 6 STUDENTS. THESIS ADVISOR : ASSISTANT PROFESSOR RATANA SRITHUS, Ph.D.

The purposes of this research were 1) to compare mathematical achievement and mathematical problems solving skills of Mattayomsuksa 6 students before and after learning emphasized Heuristics thinking with Think–Pair–Share technique. 2) to compare mathematical problems solving skills with 70% criterion. 3) to study student satisfaction on the developed mathematics instruction method. The subjects of this study were 42 Mattayomsuksa 6 students in the second semester of the 2019 academic year at Mattayomtarnbinkampaengsan School. They were chosen by purposive sampling. The one–group pretest–posttest design was used for the study. The instruments used in data collection were the emphasized Heuristics thinking with Think–Pair–Share technique lesson plans, a mathematical achievement test, a mathematical problems solving test and a satisfaction assessment form. The data were statistically analyzed by using t-test for dependent samples and t-test for one samples.

The research results as follows:

1) The mathematical achievement and mathematical problems solving skills of the experimental group after learning emphasized Heuristics thinking with Think–Pair–Share technique in Permutation was statistically higher than before learning at the .05 level of significance.

2) The mathematical problems solving skills of the experimental group after learning emphasized Heuristics thinking with Think–Pair–Share technique was statistically higher than the 70 percent criterion at the .05 level of significance. Its mean score 33.64 was as 84.11%.

3) Student satisfaction towards the developed mathematics instructional method was at a high level. (mean is 4.73 and standard deviation is 0.44)

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดี ต้องขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รัตนา ศรีทัศน์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิภารัตน์ แสงจันทร์ ที่ได้ให้คำแนะนำ การเอาใจใส่คอยเฝ้าติดตามการทำงาน และให้ข้อคิดที่เป็นประโยชน์ในการทำการวิจัยแก่ผู้วิจัยด้วยความรัก และความเมตตาเสมอมา

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เฉลิมพงศ์ วรวรรโณทัย ประธานกรรมการตรวจสอบวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ ศรีปัญญา กรรมการผู้ทรงคุณวุฒิที่กรุณาให้คำแนะนำและความกระจำในเชิงวิชาการเพื่อความถูกต้องและชัดเจน จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. แสงเดือน เจริญนิม คุณครูนันทวรรณ ประเสริฐนพคุณ และคุณครูนิธินาฏ ไชศรีทอง ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัยซึ่งทำให้สามารถดำเนินการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ อีกทั้งยังให้คำแนะนำและกำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์ครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้บริหาร คุณครู และบุคลากรทางการศึกษาของโรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน ที่คอยให้คำแนะนำ ชี้แนะและให้คำปรึกษาในการทำวิทยานิพนธ์ และขอบคุณนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 โรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน ที่ให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณคุณครูสุรัชนี ล้าเลิศ และคุณครูศุภกิจ มั่นศรีจันทร์ ครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน ที่ให้คำแนะนำในเรื่องเนื้อหาที่ใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้ ตลอดจนพี่ ๆ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจในการทำวิจัยมาโดยตลอด

ท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่ได้มอบชีวิต สติปัญญาให้กับผู้วิจัยและอบรมเลี้ยงดูผู้วิจัยมาเป็นอย่างดี และขอขอบพระคุณพี่สาวทั้งสองคนของผู้วิจัยที่คอยให้กำลังใจและสนับสนุนส่งเสริมผู้วิจัยเสมอมา

อรินา ปัดताल

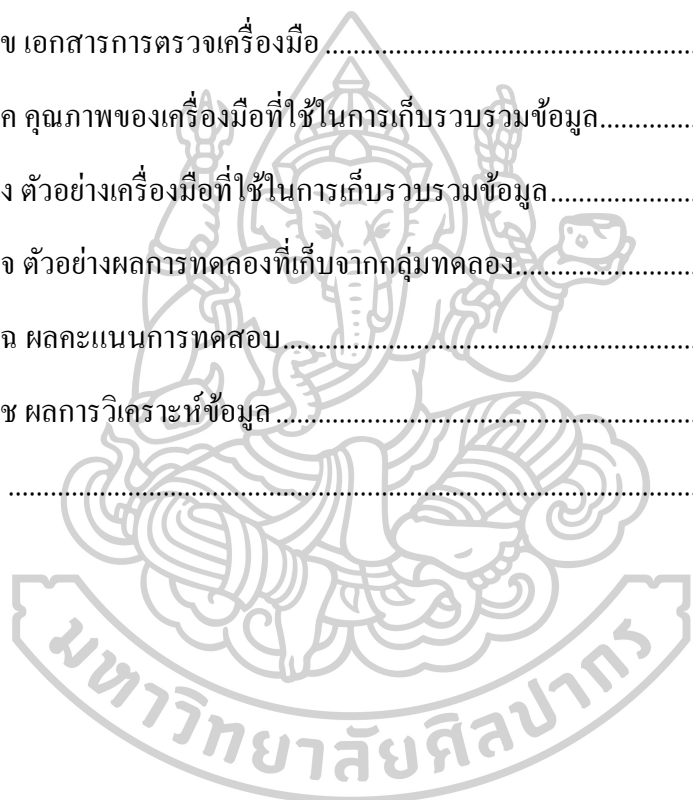
## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง .....	ญ
บทที่ 1 บทนำ .....	1
ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย.....	1
คำถามการวิจัย.....	4
วัตถุประสงค์การวิจัย .....	4
สมมติฐานการวิจัย .....	5
ขอบเขตการวิจัย.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย.....	8
บทที่ 2 วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง.....	9
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 .....	11
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดแบบฮิวริสติกส์ .....	16
เอกสารและงานวิจัยเกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด .....	31
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ..	40
ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	41
ทักษะการแก้ปัญหา.....	45
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	46



การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	53
แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	64
ความพึงพอใจ .....	67
บทที่ 3 การดำเนินการวิจัย.....	69
การศึกษาเอกสาร บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	69
การออกแบบการวิจัย .....	70
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง .....	70
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	70
การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	76
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	79
สถิติที่ใช้ในการวิจัย .....	80
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	84
ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อน และหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับ เทคนิคเพื่อนคู่คิด .....	84
ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลัง เรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อน คู่คิด.....	85
ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับ การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ....	86
ตอนที่ 4 ความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับ เทคนิคเพื่อนคู่คิด .....	87
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ .....	89
สรุปผลการวิจัย .....	90
อภิปรายผลการวิจัย .....	90

ข้อเสนอแนะ.....	95
ข้อเสนอแนะทั่วไป.....	95
ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป.....	96
รายการอ้างอิง.....	97
ภาคผนวก.....	104
ภาคผนวก ก ราชานามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือ.....	105
ภาคผนวก ข เอกสารการตรวจเครื่องมือ.....	107
ภาคผนวก ค คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	125
ภาคผนวก ง ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	140
ภาคผนวก จ ตัวอย่างผลการทดลองที่เก็บจากกลุ่มทดลอง.....	192
ภาคผนวก ฉ ผลคะแนนการทดสอบ.....	195
ภาคผนวก ช ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	202
ประวัติผู้เขียน.....	212



## สารบัญตาราง

### หน้า

ตารางที่ 1	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	58
ตารางที่ 2	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	59
ตารางที่ 3	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	60
ตารางที่ 4	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	60
ตารางที่ 5	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	61
ตารางที่ 6	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	63
ตารางที่ 7	การสร้างแบบทดสอบเลือกตอบ .....	66
ตารางที่ 8	แบบแผนการวิจัย .....	70
ตารางที่ 9	แผนการจัดการเรียนรู้.....	72
ตารางที่ 10	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	77
ตารางที่ 11	ผลการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียน ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด .....	84
ตารางที่ 12	ผลการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียน ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดในภาพรวม.....	85
ตารางที่ 13	ผลการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของ นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดจำแนกตาม องค์ประกอบของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ .....	85
ตารางที่ 14	ผลการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการ จัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	87
ตารางที่ 15	ผลการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบ ฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด .....	87

ตารางที่ 16 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแผนการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน .....	126
ตารางที่ 17 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน .....	128
ตารางที่ 18 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน .....	129
ตารางที่ 19 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด .....	130
ตารางที่ 20 ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายชื่อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน.....	132
ตารางที่ 21 ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายชื่อของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน .....	134
ตารางที่ 22 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน .....	135
ตารางที่ 23 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน.....	137
ตารางที่ 24 ผลคะแนนการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน .	196
ตารางที่ 25 ผลคะแนนการทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน.....	198
ตารางที่ 26 ผลคะแนนการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด .....	200
ตารางที่ 27 ผลการวิเคราะห์แบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด.....	210

## บทที่ 1

### บทนำ

#### ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย

วิชาคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาชีวิตของมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิด มีความเป็นเหตุเป็นผล มีระเบียบ รู้จักการวางแผนในการทำงาน นอกจากนี้วิชาคณิตศาสตร์ยังเป็นอีกศาสตร์หนึ่งที่มีความสำคัญในการดำเนินชีวิต อย่างเช่น การนับเงิน การใช้เงิน ล้วนแต่มีศาสตร์ของคณิตศาสตร์ไปเกี่ยวข้องอยู่เสมอ วิชาคณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานของวิชาอื่น ๆ เช่น ฟิสิกส์ ชีววิทยา และเคมี เป็นต้น ซึ่งวิชาเหล่านี้ก่อให้เกิดเทคโนโลยีใหม่ ๆ ที่จะประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและพัฒนาประเทศให้ดียิ่งขึ้นไป สอดคล้องกับคำกล่าวของสิริพร ทิพย์คง (2553: 9) ที่กล่าวถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์เป็นพลเมืองดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างควมมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม

ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบันจึงไม่ควรมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดความรู้เพียงอย่างเดียวควรมุ่งเน้นให้นักเรียนมีความรู้ที่เกิดจากการทำความเข้าใจด้วยตนเอง หรืออาจจะเป็นการเรียนรู้โดยการค้นพบด้วยตนเองซึ่งความรู้แบบนี้จะเรียกว่า ความรู้แบบคงทนและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่น ๆ ได้ ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ถ้ามุ่งเน้นหวังเพียงเพื่อให้นักเรียนเกิดเพียงแค่ว่าความรู้เท่านั้น อาจจะไม่ใช่เพียงพอที่จะทำให้เกิดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนดีขึ้น ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนควรมีวิธีการที่เน้นให้นักเรียนเกิดความรู้ควบคู่กับทักษะต่าง ๆ ที่สำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ อาทิ ทักษะการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ การเชื่อมโยง การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งทักษะต่าง ๆ เหล่านี้จำเป็นมากสำหรับการเรียนและการดำรงชีวิตประจำวัน สำหรับสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดสาระและมาตรฐานสำหรับนักเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานในแต่ละช่วงชั้นไว้ 6 สาระ ซึ่งสาระที่ 6 คือ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ผู้วิจัยได้สังเกตเห็นถึงความสำคัญของทักษะที่จำเป็นอย่างยิ่งต่อการเรียนคณิตศาสตร์นั่นคือ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดทักษะต่าง ๆ จะต้องอาศัยการฝึกฝน เพื่อให้เกิดความชำนาญและสามารถแก้ไขปัญหาที่เกี่ยวกับบทเรียนหรือปัญหานั้นจากบทเรียนได้ เพราะคณิตศาสตร์

คือ รากฐานของทักษะต่าง ๆ ที่ทุกคนจะต้องนำไปใช้ในการดำรงชีวิตต่อไป

การเรียงสับเปลี่ยนเป็นเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งมีความสำคัญเพราะสามารถนำไปใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไป หากผู้เรียนไม่เข้าใจในเรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน อาจส่งผลให้เรียนในเรื่องที่มีความเกี่ยวข้องในระดับสูงขึ้นไปไม่ประสบผลสำเร็จ จาก การเก็บข้อมูลระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การทำแบบฝึกหัดในห้องเรียนและการทดสอบเก็บคะแนนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน พบว่า นักเรียนจำนวนร้อยละ 60 มีผลการเรียนอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ที่โรงเรียนกำหนด เมื่อพิจารณาด้านเนื้อหา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ขาดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล และความสัมพันธ์เชิงเหตุผลทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ถูกต้อง จึงขาดกระบวนการคิดในการวางแผนแก้ปัญหาทำให้ไม่สามารถคิดวิเคราะห์โจทย์ได้ถูกต้อง

วิธีการสอนที่น่าสนใจวิธีการหนึ่งที่เราสามารถนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนได้ คือ การสอนการแก้ปัญหาที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ โดยผู้พัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหานี้ คือ ไชมอน และนีเวล (Simon & Newell, 1971: 145-159) ซึ่งเป็นวิธีการสอนที่เน้นการเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กันให้เป็นระบบ โดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้หรือปัญหาที่ต้องการแก้ไข การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานี้เป็นประโยชน์ต่อผู้เรียนมาก โดยเริ่มต้นฝึกจากสิ่งที่ย่างไปสู่สิ่งที่ซับซ้อนมากขึ้นจนทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์นี้จะทำให้ผู้เรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเองและเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ การคิดแก้ปัญหาและสามารถตรวจคำตอบได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล โดยพิจารณาจากผลสรุปที่ได้ไปยังสิ่งที่กำหนดให้อีกทั้งการสอนอีกรูปแบบหนึ่งที่ผู้วิจัยได้นำมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอนในครั้งนี้คือ การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด โดยผู้พัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหานี้ คือ มิลลิส และคอตเทิล (Millis & Cottell, 1998: 73-74) ซึ่งเป็นวิธีการสอนที่ให้ นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน จะช่วยให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนตลอดเวลา การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดเป็นเทคนิคที่ผู้สอนนิยมใช้คู่กับวิธีการสอนแบบอื่น ๆ ซึ่งสอดคล้องกับสรรเสริญ กลิ่นพูน (2546: 92) ที่ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน ระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองกับนักเรียนที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับรัชนี ภูพัชรกุล (2551: 89) ที่กล่าวว่า เทคนิคเพื่อนคู่คิดนี้จะช่วยให้นักเรียนเป็นผู้มีมนุษยสัมพันธ์ มีทักษะในการแก้ปัญหาและการสื่อความหมาย จากการทำงาน อภิปราย ซักถามช่วยเหลือแลกเปลี่ยน

ความรู้และให้ความร่วมมือซึ่งกันและกัน และยังคงคล้องกับชลธิชา ทับทวี (2554: 63) ที่ทำการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่มีต่อความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 จากการศึกษางานวิจัยของเรวดี มีสุข (2556: 105-108) ที่ทำการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการให้เหตุผลหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับเจษฎา รัตนบรรเทิง (2557: 76-84) ที่ได้ทำการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาอยู่ในระดับดี และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ว่ามีความเหมาะสมสามารถสร้างเป็นองค์ความรู้ของตนเองได้ ซึ่งสอดคล้องกับนิยุสนี อามะ (2556: 94-95) ที่ได้ทำการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง บทประยุกต์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 และยังคงคล้องกับสุภาดา ศิริขจร ชีระพงศ์ สลึงค์ และธีระเดช เจริญสกุล (2561: 423) ที่ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อีกทั้งจากการศึกษางานวิจัยของสุรารัตน์ สมรรถการ (2556: 99-101) ที่ได้ทำการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ยังพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งการ

สอนแบบแนะให้รู้คิดนั้นเป็นอีกความหมายหนึ่งของการสอนแบบฮิวริสติกส์ที่ครูเป็นผู้สอนให้นักเรียนได้เป็นคนคิดเอง แก้ปัญหาเอง โดยครูจะใช้คำถามในการกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดการคิด

จากงานวิจัยข้างต้น ผู้วิจัยได้เห็นความสำคัญของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบสอนแนะให้รู้คิดซึ่งเป็นอีกชื่อหนึ่งของวิธีการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ซึ่งเป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้เป็นคนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านกระบวนการคิดโดยครูเป็นผู้ชี้แนะถึงวิธีการในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ การจัดการเรียนรู้แบบนี้ น่าจะทำให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ให้ดีขึ้น อีกทั้งการสอนอีกรูปแบบหนึ่งที่ผู้วิจัยได้นำมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอนในครั้งนี้คือ การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดซึ่งเป็นรูปแบบการสอนที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน จะช่วยให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนตลอดเวลา การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดเป็นเทคนิคที่ผู้สอนนิยมใช้คู่กับวิธีการสอนแบบอื่น ๆ จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์และการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด ในการวิจัยครั้งนี้เราสนใจศึกษาการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดกับการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

### คำถามการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้นหรือไม่
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดมีทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นหรือไม่
3. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดมีทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้หรือไม่
4. ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดเป็นอย่างไร

### วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด



2. เพื่อเปรียบเทียบทักษะในการแก้ปัญหา ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด
3. เพื่อเปรียบเทียบทักษะในการแก้ปัญหของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดหลังเรียนเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70
4. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

### สมมติฐานการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
2. ทักษะในการแก้ปัญหของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
3. ทักษะการแก้ปัญหของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดมีคะแนนหลังเรียนไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
4. ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดอยู่ในระดับมากขึ้นไป

### ขอบเขตการวิจัย

#### 1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

##### 1.1 ประชากร

นักเรียนโรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 9 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 9 ห้องเรียน นักเรียนจำนวนทั้งหมด 450 คน

##### 1.2 กลุ่มตัวอย่าง

นักเรียนโรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 9 ภาคเรียนที่ 2 ในปีการศึกษา 2562 จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนจำนวนทั้งหมด 42 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง (purposive sampling) ซึ่งเป็นห้องเรียนที่ผู้วิจัยเป็นผู้สอนและนักเรียนแต่ละห้องเป็นแบบคละความสามารถ

#### 2. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

จำนวน 7 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 2 คาบ รวมทั้งสิ้น 14 คาบ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562

### 3. เนื้อหาที่ใช้ในการทำวิจัย

ค33102 คณิตศาสตร์ 6 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยมีเนื้อหาที่ใช้ในการสอนดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ 1 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  ชิ้น โดยเรียงคร่าวละ  $n$  ชิ้น

แผนการจัดการเรียนรู้ 2 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  ชิ้น โดยเรียงคร่าวละ  $r$  ชิ้น ( $0 \leq r \leq n$ )

แผนการจัดการเรียนรู้ 3 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันในแนววงกลม

แผนการจัดการเรียนรู้ 4 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวตรง

แผนการจัดการเรียนรู้ 5 เรื่อง สรุปเรื่องการเรียงสับเปลี่ยน

### 4. ตัวแปรที่ศึกษา

4.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

4.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

4.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

4.2.2 ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

4.2.3 ความพึงพอใจของนักเรียน

### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ทักษะการแก้ปัญหา (Mathematical problems solving skills) หมายถึง การที่นักเรียนสามารถนำความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งสามารถวัดได้จากแบบทดสอบวัดทักษะในการแก้ปัญหาโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (rubric scoring) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามแนวคิดของ โพลยา (Polya, 1957: 16-17) แนวคิดของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 78) และเสาวลักษณ์ บุญจันทร์ (2558: 37-38) โดยประเมินผลทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามลำดับขั้นตอน 4 ขั้นตอนดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem; UP) หมายถึง นักเรียนอ่านโจทย์แล้วแยกแยะองค์ประกอบของโจทย์ปัญหา นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้

2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา (Choosing a strategy for solving problem; CS) หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนวิธีการแก้ปัญหาได้

3. การใช้วิธีการแก้ปัญหา (Using strategy to solve problem; US) หมายถึง นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหมาจากยุทธวิธีที่นักเรียนเขียนไปใช้ได้

4. เหตุผลที่เลือกวิธีการนี้ในการแก้ปัญหา (Reasons for choosing a strategy to solve problem; RC) หมายถึง นักเรียนสามารถให้เหตุผลถึงวิธีการที่ตัวเองเลือกแก้ปัญหาได้

2. การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Learning emphasized Heuristics thinking with Think-Pair-Share technique) หมายถึง การสอนที่เน้นกระบวนการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นภายในตัวผู้เรียน ผู้เรียนสร้างความรู้จากการศึกษาสภาพแวดล้อม ความสัมพันธ์จากสิ่งที่พบเห็นมารวมกับความรู้ ความเข้าใจที่มีอยู่เดิม ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเองและเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ การคิดแก้ปัญหาและสามารถตรวจคำตอบได้อย่างเป็นเหตุเป็นผลเพื่อประโยชน์ในการสร้างการวิจัย ในครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำแนวคิดของ ไชมอนและนีเวล (Simon & Newell, 1971: 145-159) มาปรับใช้ร่วมกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่ผู้วิจัยได้ใช้แนวคิดของมิลลิสและคอตเทล (Millis & Cottell, 1998: 73-74) ซึ่งได้แบ่งขั้นตอนของการแก้ปัญหออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย (subgoaling) คือ การแบ่งเนื้อหาที่จะเรียนออกเป็นประเด็นย่อย ๆ เพื่อศึกษาในแต่ละประเด็นที่ระบุไว้ ซึ่งนักเรียนเป็นผู้แบ่งเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อยโดยพิจารณาจากความรู้เดิมหรือวัตถุประสงค์ในการเรียนแต่ละคาบ ขั้นนี้จะเป็นขั้นที่ครูพบทวนเนื้อหาในเรื่องเดิมและจับคู่ให้นักเรียนโดยความสามารถกัน

2. ขั้นวิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ (meansend/difference reduction analysis) คือ ครูให้นักเรียนวิเคราะห์วิธีการที่ศึกษาและแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ หรือสิ่งที่ต้องการศึกษาหรือคำตอบที่ต้องการอย่างสมเหตุสมผล ขั้นนี้เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบด้วยตนเอง

3. ขั้นพิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ (working backward) คือ ครูให้นักเรียนพิจารณาผลลัพธ์หรือคำตอบนั้นแล้วมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่เรียน หรือปัญหาอย่างเป็นขั้นตอนและสมเหตุสมผล ขั้นนี้เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนแต่ละคู่อภิปรายเนื้อหา ข้อความรู้ ภายในคู่ของตนเองและหาข้อสรุปของกลุ่มตนเอง

4. ขั้นพิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา (satisficing) คือ การตัดสินใจที่ดีที่สุดที่เป็นไปได้ทั้งไป เพื่อให้ได้วิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดและได้คำตอบที่ถูกต้อง ขั้นนี้เป็นขั้นที่ครูให้

นักเรียนแต่ละคูนำคำตอบที่ได้มาส่งครู จากนั้นนำผลสรุปเสนอหน้าชั้นเรียน เพื่อหาข้อสรุปของประเด็นคำถามจากผู้เรียนทั้งชั้น

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน (Mathematical achievement in Permutation) หมายถึง คะแนนความสามารถในการเรียน เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ซึ่งวัดได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยทำการทดสอบก่อนเรียนและหลังการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

4. ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน (Student satisfaction on the learning emphasized Heuristics thinking with Think-Pair-Share technique) หมายถึง ความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ในด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านบรรยากาศในการเรียนรู้ ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการร่วมกิจกรรม ด้านสื่อการเรียนรู้ และด้านการประเมินผล ซึ่งวัดได้จากการทำแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยทำการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนหลังการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

5. นักเรียน หมายถึง สมาชิกในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 โรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน ปีการศึกษา 2562 จำนวน 42 คน

#### ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับการวิจัย

1. เป็นแนวทางในการพัฒนาวิธีการจัดการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นให้ผู้เรียนได้ใช้แนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่จะช่วยส่งเสริมให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น
2. เป็นแนวทางสำหรับครูในการนำวิธีการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดไปประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะในด้านอื่น ๆ
3. เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สนใจในการวางแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนระดับชั้นอื่น ๆ
4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น
5. เป็นการเสริมสร้างวิธีการจัดการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบการเน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาในเรื่องอื่น ๆ ต่อไป
6. ได้แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่ครูสามารถนำไปใช้ในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน

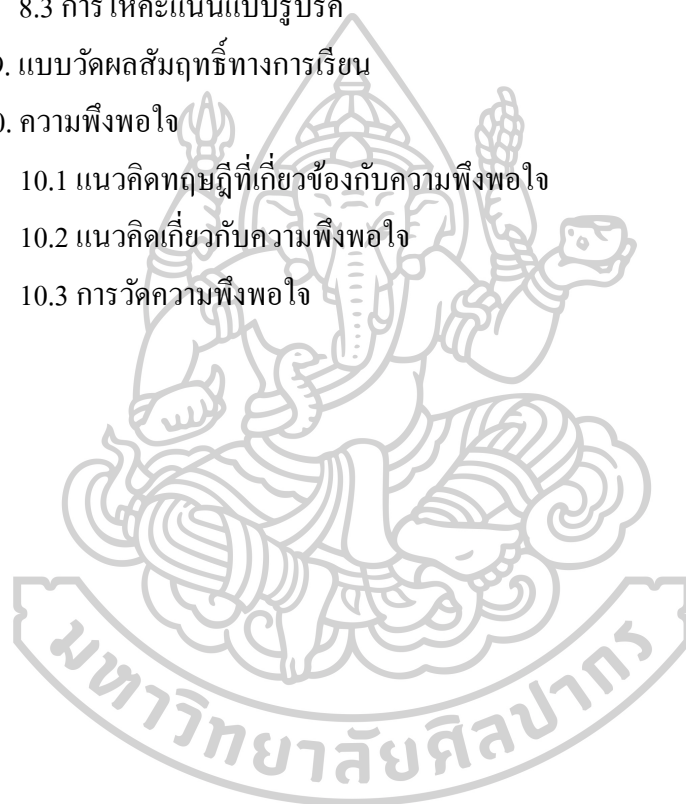
## บทที่ 2

### วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาตามลำดับดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
  - 1.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
  - 1.2 หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดแบบฮิวริสติกส์
  - 2.1 ความหมายของการคิดแบบฮิวริสติกส์
  - 2.2 แนวคิดและความสำคัญของการคิดแบบฮิวริสติกส์
  - 2.3 กระบวนการของการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการเรียนการสอน
  - 2.4 การคิดแบบฮิวริสติกส์กับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
  - 2.5 ประโยชน์ของการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
  - 2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด
  - 3.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด
  - 3.2 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด
  - 3.3 ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด
  - 3.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
  5. ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 5.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 5.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
  6. ทักษะในการแก้ปัญหา  
ความหมายของทักษะการแก้ปัญหา

7. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 7.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 7.2 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 7.3 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
8. การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 8.1 หลักการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 8.2 วิธีการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 8.3 การให้คะแนนแบบรูบริค
9. แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
10. ความพึงพอใจ
  - 10.1 แนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวกับความพึงพอใจ
  - 10.2 แนวคิดเกี่ยวกับความพึงพอใจ
  - 10.3 การวัดความพึงพอใจ



## หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้เน้นการจัดการศึกษา โดยกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้และกำหนดสาระการเรียนรู้เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคนครูผู้สอนต้องศึกษาหลักสูตรให้เข้าใจเพราะหลักสูตรคือ แนวทางในการจัดการเรียนการสอน ในหลักสูตรได้กำหนดกรอบเนื้อหาสาระในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ให้นักเรียนมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์และบรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานและตัวชี้วัด โดยกำหนดหลักการ จุดหมาย วิสัยทัศน์ สมรรถนะสำคัญของนักเรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียน ดังที่กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 6-7) กล่าวไว้ดังนี้

### หลักการ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อความเป็นเอกภาพของชาติ มีจุดหมายและมาตรฐานการเรียนรู้เป็นเป้าหมายสำหรับพัฒนาเด็กและเยาวชนให้มีความรู้ เจตคติ ทักษะ และคุณธรรมบนพื้นฐานของความเป็นไทยมีความเป็นท้องถิ่นควบคู่กับความเป็นสากล
2. เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อปวงชน ที่ประชาชนทุกคนมีโอกาสได้รับการศึกษาอย่างเสมอภาคและมีคุณภาพเท่าเทียมกัน
3. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่สนองการกระจายอำนาจสู่ชุมชนและสังคมมีส่วนร่วมในการจัดการศึกษาให้สอดคล้องกับบริบท และความต้องการของท้องถิ่น
4. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่มีโครงสร้างยืดหยุ่นทั้งด้านสาระการเรียนรู้ เวลาเรียน และการจัดการเรียนรู้
5. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่ให้ความสำคัญกับนักเรียน โดยเน้นการจัดการเรียนรู้ที่สนองความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน
6. เป็นหลักสูตรการศึกษาสำหรับการศึกษาในระบบ ครอบคลุมทุกกลุ่มเป้าหมายสามารถเทียบโอนผลการเรียนรู้และประสบการณ์

### จุดหมาย

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนานักเรียนให้เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุข มีศักยภาพในการศึกษาต่อและประกอบอาชีพ จึงกำหนดเป็นจุดหมาย เพื่อให้เกิดกับนักเรียนเมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน ดังนี้

1. มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ เห็นคุณค่าของตนเอง มีวินัย และปฏิบัติตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนาหรือศาสนาที่ตนนับถือ ยึดหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง

2. มีความรู้ความสามารถในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้เทคโนโลยี และมีทักษะชีวิต
3. มีสุขภาพกายและสุขภาพจิตที่ดี มีสุขนิสัย และรักการออกกำลังกาย
4. มีความรักชาติ มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและพลโลก ยึดมั่นในวิถีชีวิต และการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข
5. มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์วัฒนธรรมและภูมิปัญญาไทย การอนุรักษ์และพัฒนาสิ่งแวดล้อม มีจิตสาธารณะที่มุ่งทำประโยชน์ สร้างสิ่งที่ดีงามในสังคม และอยู่ร่วมกันในสังคมอย่างมีความสุข

### วิสัยทัศน์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนานักเรียนทุกคนซึ่ง เป็นกำลังของชาติให้เป็นมนุษย์ที่มีความสมดุลทั้งด้านร่างกาย ความรู้ คุณธรรม มีจิตสำนึกในการ เป็นพลเมืองไทยและเป็นพลโลก ยึดมั่นในการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมี พระมหากษัตริย์เป็นประมุข มีความรู้และทักษะพื้นฐาน รวมทั้งเจตคติที่จำเป็นต่อการศึกษา ประกอบอาชีพ และการศึกษาตลอดชีวิต โดยมุ่งเน้นนักเรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่าทุก คนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มตามศักยภาพ

### สมรรถนะสำคัญของนักเรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนานักเรียนให้มี คุณภาพตามมาตรฐานการเรียนรู้ ซึ่งการพัฒนานักเรียนให้บรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดนั้นจะ ช่วยให้นักเรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสารเพื่อพัฒนา นักเรียนให้รู้จักเลือกรับและส่งสาร โดยใช้หลักเหตุผลพร้อมทั้งใช้วิธีการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ
2. ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ ความรู้ หรือสารสนเทศในการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคบน พื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศพร้อมทั้งมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพ
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิตเป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสมกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและสภาพแวดล้อม



5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือกและใช้เทคโนโลยี ด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคมในด้านการ เรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสมและมีคุณธรรม

### คุณลักษณะอันพึงประสงค์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนานักเรียนทุกคนให้ มีคุณลักษณะอันพึงประสงค์เพื่อให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นในสังคมได้อย่างมีความสุขในฐานะเป็น พลเมืองไทยและพลโลก ดังนี้

1. รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์
2. ซื่อสัตย์สุจริต
3. มีวินัย
4. ใฝ่เรียนรู้
5. อยู่อย่างพอเพียง
6. มุ่งมั่นในการทำงาน
7. รักความเป็นไทย
8. มีจิตสาธารณะ

จากการศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เราอาจสรุป ได้ว่า เป็นหลักสูตรที่ส่งเสริมการกระจายอำนาจทางการศึกษาโดยเปิดโอกาสให้กับท้องถิ่นและ หน่วยงานอื่น ๆ เข้ามามีส่วนร่วมและมีบทบาทสำคัญในการขับเคลื่อนระบบการศึกษา ร่วมกับ สถานศึกษา เพื่อให้ระบบการศึกษามีการพัฒนาที่ดียิ่งขึ้นและส่งผลให้ผู้เรียนมีความพัฒนาทั้ง ทางด้านร่างกาย จิตใจและสติปัญญาไปควบคู่กัน โดยหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นหลักสูตรที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยครูมีหน้าที่คอยชี้แนะแนวทางในการเรียนการสอน มากกว่าการที่ครูจะนำความรู้มาบอกแก่ผู้เรียนโดยตรง ผู้เรียนเป็นผู้รับความรู้เพียงอย่างเดียวและยึด ครูเป็นศูนย์กลางแห่งการเรียนรู้แบบที่เคยสอนมาแล้วในอดีต ดังจะเห็นได้ว่า ภายในหลักสูตรจะมีการกำหนดหลักการ จุดมุ่งหมาย วิสัยทัศน์ สมรรถนะที่สำคัญและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่ ต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน อีกทั้งยังมีการปรับรูปแบบการสอนโดยให้ผู้เรียนเป็นผู้ค้นคว้าหา ความรู้ได้อย่างอิสระและหลักสูตรก็ควรมีความยืดหยุ่น เพื่อให้สอดคล้องกับผู้เรียนอย่างทั่วถึง

## หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

### ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหา หรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข ดังที่สุริยญา ล้ำเลิศ (2550: 10-17) กล่าวไว้ดังนี้

### เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคนดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหเกี่ยวกับ การวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่อง การเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

พีชคณิต แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต และการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความกตัญญูเริ่มสร้างสรรค์

### คุณภาพของนักเรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังโดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสม และสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้

2. นำความรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

3. มีความคิดรวบยอดใน เรื่อง เซต การดำเนินการของเซต การใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์แสดงเซตไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล

4. เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้

5. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

7. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต โดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้

8. รู้และเข้าใจการแก้สมการและอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา

9. เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ

10. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

11. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ สรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อ

ความหมาย การนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ นำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ศึกษาความรู้พื้นฐานเบื้องต้น ฝึกทักษะการคิดคำนวณ การให้เหตุผล และฝึกการ แก้ปัญหาในสาระเกี่ยวกับสถิติการตัดสินใจและการวางแผน การเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น การวัดค่ากลาง การวัดตำแหน่งของข้อมูล การกระจายของข้อมูล การสำรวจความ คิดเห็นอย่างง่ายและการนำเสนอข้อมูล โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ที่ใกล้ตัวให้ ผู้เรียนได้ศึกษา ค้นคว้า โดยปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงานเพื่อพัฒนาทักษะ กระบวนการในการ คิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน อย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็น ระบบระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และเชื่อมั่นในตนเอง

### มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

- ค 5.1 ม.4-6/1 ม.4-6/2 ม.4-6/3  
 ค 5.2 ม.4-6/1 ม.4-6/2  
 ค 5.3 ม.4-6/1 ม.4-6/2  
 ค 6.1 ม.4-6/1 ม.4-6/2 ม.4-6/3 ม.4-6/4 ม.4-6/5 ม.4-6/6

### รวม 13 ตัวชี้วัด

มาตรฐานการเรียนรู้ มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติ และความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการ คาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ตัวชี้วัด ค 5.2 ม.4-6/2 อธิบายการทดลองสุ่มเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และนำผลที่ ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดแบบฮิวริสติกส์

#### ความหมายของการคิดแบบฮิวริสติกส์

คำว่า ฮิวริสติกส์ (Heuristics) ได้รับมาจากคำภาษากรีก ซึ่งมีความหมายว่า ค้นพบ โดย นักเรียนจะต้องเป็นผู้ค้นหาคำตอบด้วยตนเองแทนการบอกของครู วิธีนี้ต้องการที่จะให้นักเรียนได้ กระทำด้วยตนเอง โดยให้เหตุผลด้วยตัวของเขาเอง

แนวคิดในการสอนแบบฮิวริสติกส์ คือ ครูจะเป็นผู้กระตุ้นนักเรียนเพื่อให้เกิดการค้นพบ พิสูจน์แยกแยะได้ และประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาแทนการบอกวิธีการและคำตอบดังเช่นในรูปแบบการสอนแบบเดิม ๆ

วิธีการทั่วไปในการสอนฮิวริสติกส์ คือ การสอนให้เหมือนกับว่ามันเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือทักษะ การสอนแบบฮิวริสติกส์ในแต่ละครั้งจะให้โจทย์ปัญหากับนักเรียนโดยนักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยการเรียนรู้ในตอนท้ายบทเรียนโดยอาศัยการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาที่เคยเรียนมาแล้วกับเนื้อหาใหม่

ฮิวริสติกส์ จัดเป็นกลยุทธ์ที่ช่วยสนับสนุนการเรียนการสอน ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ได้ โดยมีนักการศึกษาทางคณิตศาสตร์หลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการคิดแบบฮิวริสติกส์ ตัวอย่างเช่น

บรูเนอร์ (Bruner, 1960: 11-12) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ วิธีการและกลยุทธ์ที่จะเป็นประโยชน์สำหรับในแก้ปัญหา

ไซมอนและนิวเวล (Simon & Newell, 1971: 145) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ กลยุทธ์หรือกฎเกณฑ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นบ่อย

แคทเรชโก (Katratchko, 1998: 88) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ การคิดที่นำไปสู่การแก้ปัญหาโดยพยายามหาตัวเลือกและเหตุผลที่ดีมาใช้อธิบายโจทย์แล้วจึงใช้การวิเคราะห์วิธีการเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ

โพลยา (Polya, 2004: 112) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ กฎที่วางอย่างง่าย ๆ สำหรับใช้ในการแก้ปัญหาที่ยากเพื่อให้เกิดความคืบหน้าและเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการแก้ปัญหา

โนแวกและโกวิน (Novak & Gowin, 1984: 48) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ วิธีการต่าง ๆ ที่ใช้สำหรับการแก้ปัญหา หรือช่วยให้เกิดความเข้าใจกระบวนการค้นหาคำตอบด้วยตนเอง เพื่อให้เข้าใจโครงสร้างความรู้ และทราบถึงความรู้ถูกสร้างมาอย่างไร

โชนเฟล (Schoenfeld, 1985: 23) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ คำแนะนำทั่วไปเกี่ยวกับกลยุทธ์ที่ออกแบบมาเพื่อช่วยในการแก้ปัญหา

แบทแมน (Bateman, 1990: 213-221) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ การนำวิธีการไปใช้อย่างมีประสิทธิภาพ นักเรียนควรเรียนรู้เพื่อสร้างคำถามที่ดี ระบุ รวบรวมหลักฐานที่เหมาะสม นำเสนอผล วิเคราะห์ ดีความผล นำเสนอข้อสรุป ประเมินคุณค่า และหาข้อสรุปนั้น

มูสตาคัส (Moustakas, 1990: 1, อ้างถึงใน ขอบใจ สาสีทรี, 2545: 9) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ กระบวนการต่าง ๆ ที่จะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ต้องการ และเป็นหนทางหนึ่งในการช่วยค้นหาความรู้เพิ่มเติมโดยผ่านกระบวนการที่เหมาะสมและอยู่ในความสนใจ

มิดเดิลตันและวีลเลอร์ (Middleton and Wheeler, 1991: 1, อ้างถึงใน ขอบใจ สาสีทรี, 2545: 9) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ วิธีการหนึ่งที่จะนำมาใช้เพื่อช่วยเพิ่มโอกาสในการแก้ปัญหา โดยไม่รับประกันว่าจะสามารถหาคำตอบของปัญหาได้ในทุกกรณี แต่จะช่วยในขั้นตอนการออกแบบวิธีสำหรับแก้ปัญหา ซึ่งจะมีความแตกต่างกันขึ้นกับว่าเป็นปัญหาชนิดใด

ครูลิกและรูดนิค (Krulik & Rudnick, 1995: 27) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ เป็นหนทางหรือแผนการอย่างละเอียดในการมุ่งหาคำตอบ และการตัดสินใจเกี่ยวกับสถานการณ์ของปัญหานั้น ๆ

ก๊อปกา (Kopka, 2007: 40) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ เป็นการเรียนรู้แบบการสืบเสาะ คือ วิธีการที่นักเรียนจะได้รับคำถามที่ต้องตอบ ปัญหาที่ต้องแก้ไข หรือข้อสังเกตที่ต้องอธิบาย

เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2009: 1, อ้างถึงใน นวลทิพย์ นวพันธ์, 2552: 23) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ การเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กันให้อยู่ในลักษณะที่เป็นระบบ โดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้หรือปัญหาที่ต้องการแก้ ทำให้นักเรียนรู้ต้นเหตุของปัญหา สามารถสร้างปัญหาย่อยจากปัญหาที่พบเพื่อทำให้ปัญหานั้นง่ายขึ้น จึงกล่าวว่าฮิวริสติกส์เป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ตลอดจนสามารถช่วยในการแก้ปัญหาที่ต้องการ

นวลทิพย์ นวพันธ์ (2552: 23) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ การคิดเชื่อมโยงสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันอยู่ในลักษณะที่เป็นระบบ โดยการสำรวจหาความสัมพันธ์ที่ซับซ้อนระหว่างข้อมูลของสิ่งที่ต้องการเรียนรู้ แนวคิดของสิ่งที่ต้องการเรียนรู้ หรือข้อมูลของปัญหาที่ต้องการสำรวจตรวจค้น

เรวดี มีสุข (2556: 12) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ การคิดโดยอาศัยพื้นฐานความรู้ที่มีอยู่เพื่อแก้ปัญหาหรือเรียนเนื้อหาใหม่ ๆ โดยใช้การวิเคราะห์และเชื่อมโยงข้อมูลในลักษณะการโยงความสัมพันธ์ของความรู้เพื่อให้เกิดความเข้าใจในโครงสร้างของความรู้

นิยูนี อามะ (2556: 44) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ การค้นพบวิธีการด้วยตนเองเป็นกระบวนการที่ประกอบด้วยลำดับของการจัดการและกระบวนการคิดซึ่งเชื่อมโยงกันไว้ จึงมีความสำคัญมาก ทำให้นักเรียนเข้าใจการเรียนรู้ตามหลักคณิตศาสตร์ เน้นการเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กันในลักษณะที่เป็นระบบสามารถเริ่มต้น โดยการฝีกจากสิ่งที่ยังไปสู่สิ่งที่ซับซ้อนมากขึ้นช่วยในการวิเคราะห์การแก้ปัญหาได้ เพราะนักเรียนสามารถคิดค้นทางเลือกใหม่ ๆ

ในการแก้ปัญหาทำให้นักเรียนสามารถที่จะแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ นอกจากนี้ฮิวริสติกส์ยังส่งผลให้นักเรียนสามารถขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้น และนักเรียนสามารถที่จะตรวจสอบสิ่งที่ได้เรียนรู้ว่าเป็นเหตุเป็นผลสามารถนำความรู้ไปประยุกต์แก้ปัญหาเข้ากับชีวิตประจำวันซึ่งเป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนคณิตศาสตร์

เจษฎา รัตนบรรเทิง (2557: 38) กล่าวไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ ยุทธวิธีหรือเทคนิคที่มีความสำคัญที่ช่วยในการแก้ปัญหาของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น เนื่องจากนักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบนั้นเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กันและขยายแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ แต่ก็ไม่ได้ยืนยันว่าการคิดแบบฮิวริสติกส์จะแก้ปัญหได้ทุกปัญหา ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับปัจจัยอื่น ๆ

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของการคิดแบบฮิวริสติกส์ของนักการศึกษาหลายท่าน เราอาจสรุปได้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ รูปแบบการคิดหนึ่งที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนเป็นผู้ค้นพบหรือหาวิธีการให้ได้มาซึ่งคำตอบด้วยตนเองโดยอาศัยพื้นฐานความรู้หรือประสบการณ์ที่เคยสะสมมาผ่านการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล มีการจัดระบบความคิด และประยุกต์ใช้ความรู้เดิมในการแก้ปัญหาสถานการณ์ใหม่ ๆ

#### **แนวคิดและความสำคัญของการคิดแบบฮิวริสติกส์**

การคิดแบบฮิวริสติกส์มีส่วนสำคัญที่ทำให้ นักเรียนเกิดแนวคิดที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ โดยมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการเรียนการสอน โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ตัวอย่างเช่น

โอลส์สันและรีส์ (Ohlsson & Rees, 1991: 103) กล่าวไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์มีส่วนสำคัญในการช่วยวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียนรู้ของมนุษย์ในเรื่องการทำความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการเรียนรู้ตามหลักการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี เมื่อเทียบกับกระบวนการเรียนรู้ด้วยวิธีการอื่นที่ใช้หลักเกณฑ์การประเมินแบบเดียวกัน

ลีอินฮาร์ทและชาวทซ์ (Leinhardt & Schwarz, 1997: 395) กล่าวไว้ว่าการคิดแบบฮิวริสติกส์มีส่วนสำคัญในการช่วยแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดีในกรณีที่ปัญหามีความซับซ้อน เนื่องจากฮิวริสติกส์ช่วยสนับสนุนการใช้ความคิดในการแก้ปัญหา และที่สำคัญยังช่วยชี้จุดด้อยของการแก้ปัญหา

โพลยา (Polya, 2000: 1, อ้างถึงใน เรวดี มีสุข, 2556: 12) กล่าวไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นการศึกษาขั้นตอนและกฎเกณฑ์เพื่อใช้ในการค้นหา และสร้างทางเลือกใหม่สำหรับแก้ปัญหา

ฟลอยด์ (Floyd, 2002: 1-4, อ้างถึงใน เรวดี มีสุข, 2556: 13) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์มีส่วนช่วยในการตัดสินใจ (making decision) ในการแก้ปัญหาเนื่องจากนักเรียนสามารถสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างอิสระ ทำให้นักเรียนสามารถกำหนดกลยุทธ์ (strategy) เทคนิค (technique) กระบวนการ (procedure) และกฎเกณฑ์ต่าง ๆ (rules) ในการเรียน นอกจากนี้การคิดแบบฮิวริสติกส์ยังส่งผลให้นักเรียนขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้น และสามารถควบคุมความคิดของตนเองเพื่อให้เข้าใจและเกิดองค์ความรู้ใหม่

ขอบใจ สาสิตี (2545: 11) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสำคัญทำให้นักเรียนเข้าใจในการเรียนรู้ตามหลักคณิตศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนสามารถคิดค้นทางเลือกใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหาทำให้สามารถแก้ปัญหอย่างเป็นระบบ

เรวดี มีสุข (2556: 13) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสำคัญในการสนับสนุนให้นักเรียนค้นพบวิธีการแก้ปัญหด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนคิดวิธีแก้ปัญหในหลายทางเลือกก่อนจะตัดสินใจเลือกวิธีการแก้ปัญหทางใดทางหนึ่งได้อย่างอิสระ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้น

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดและความสำคัญการคิดแบบฮิวริสติกส์ของนักการศึกษาหลายท่าน เราอาจสรุปได้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์มีส่วนสำคัญในการทำให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากนักเรียนมีโอกาสเลือกวิธีคิดหรือสามารถใช้กระบวนการคิดที่ตนเองสนใจหรือมีความถนัดมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้การคิดแบบฮิวริสติกส์ยังส่งเสริมให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ มีการจัดระบบทางความคิดเพื่อนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ในสถานการณ์อื่น ๆ ได้

#### **กระบวนการของการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการเรียนการสอน**

การนำกระบวนการของการคิดแบบฮิวริสติกส์มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนจะมีขั้นตอนหรือรูปแบบที่แตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับบริบทของโรงเรียนของครูผู้สอนและการนำแนวคิดของนักศึกษามาปรับใช้ในการจัดการเรียนการสอน โดยมีนักการศึกษาทำการศึกษาระบวนการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการเรียนการสอนไว้ ดังนี้

ไซมอนและนีเวล (Simon & Newell, 1971: 145-159) แบ่งกระบวนการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการเรียนการสอนออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย หมายถึง การแบ่งเนื้อหาที่จะเรียนออกเป็นประเด็นย่อย ๆ เพื่อศึกษาในแต่ละประเด็นที่ระบุไว้ โดยนักเรียนเป็นผู้แบ่งเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อยโดยพิจารณาจากความรู้เดิม หรือวัตถุประสงค์ในการเรียนแต่ละคาบ



2. ขั้นวิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ โดยครูให้นักเรียนวิเคราะห์วิธีการที่ศึกษาและแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์หรือสิ่งที่ต้องการศึกษา หรือคำตอบที่ต้องการอย่างสมเหตุสมผล

3. ขั้นพิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ โดยครูให้นักเรียนพิจารณาผลลัพธ์หรือคำตอบนั้นแล้วมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่เรียนหรือปัญหาอย่างเป็นขั้นตอนและสมเหตุสมผล

4. ขั้นพิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา โดยตัดวิธีการที่เป็นไปไม่ได้ทิ้งไปเพื่อให้ได้วิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดและได้คำตอบที่ถูกต้อง

โฟเจลและไมคาเลวิซ (Fogel & Michalewicz, 2000: 404-408) แบ่งกระบวนการของการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาไว้ 10 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นพิจารณาปัญหา เพื่อให้ได้วิธีการในการแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากข้อมูลที่มีอยู่เป็นหลัก

2. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้

3. ขั้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหา

4. ขั้นพิจารณาปัญหาโดยการเรียนรู้อย่างรอบคอบกับวิธีการแก้ปัญหาที่เคยได้เรียนรู้มาแล้วในอดีต

5. ขั้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหาโดยไม่ยึดติดกับขั้นตอนเดิม ๆ ที่เคยทำมาแล้ว

6. ขั้นปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยไม่สนใจว่าขั้นตอนนั้นจะดีที่สุด

7. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาโดยไม่คำนึงถึงสิ่งที่เกิดขึ้นระหว่างการแก้ปัญหาสามารถจัดการกับปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพโดยไม่ยึดติดกับกรอบความคิดแบบเดิม ๆ

8. ขั้นการกำหนดค่าคงที่แทนสิ่งไม่ทราบค่า ในกรณีที่ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้นและไม่สามารถตีความจากปัญหาในจุดนั้น ๆ ได้

9. ขั้นเก็บรวบรวมผลลัพธ์ของการแก้ปัญหา เพื่อใช้ในการอ้างอิง

10. ทำขั้นตอนที่ 1-9 ซ้ำ และสรุปออกมาเป็นรูปแบบที่ชัดเจน

พีลล์ (Peelle, 2000: 121-122) ได้นำการคิดแบบฮิวริสติกส์ไปใช้ในการเรียนการสอนโดยพัฒนารูปแบบการสอนมาตรฐานเพื่อช่วยในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งตัวอย่างรูปแบบการสอนที่นำกระบวนการคิดแบบฮิวริสติกส์มาใช้ คือ รูปแบบการสอนสำรวจ (exploration model) การสอนเชิงสำรวจจะช่วยให้นักเรียนพยายามหาหัวข้อเรื่องหรือปัญหาที่ตนเองสนใจ และพยายามค้นหาทางเลือกที่เป็นไปได้ทั้งหมดออกมา แล้วจัดทำออกมาเป็นแบบแผน (map) เพื่อใช้เปลี่ยนแนวทางในการหาคำตอบของปัญหานั้น ๆ ต่อไป โดยมีการแลกเปลี่ยนความรู้เรื่องนั้น ๆ ระหว่างกลุ่มนักเรียน

และครูผู้สอนเพื่อช่วยยืนยันว่าสิ่งที่ค้นพบนั้นเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นต่อการเรียนรู้ ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดผลดีและผลเสียต่อการเรียน ดังนี้

1. นักเรียนจะศึกษาข้อมูลจากแหล่งข้อมูลจากแหล่งที่ตนเองเลือกเท่านั้น เช่น ห้องสมุด ห้องคอมพิวเตอร์ หรือบ้านของตนเอง ซึ่งอาจจะเก็บข้อมูลไม่ครบในบางเรื่องไปและใช้เวลาค่อนข้างมาก
  2. นักเรียนอาจจะไม่มีเวลาเพียงพอที่จะค้นหาข้อมูลเป็นจำนวนมาก
  3. รูปแบบการสอนแบบนี้เหมาะสำหรับการนำไปประยุกต์ใช้กับงาน หรือการบ้านที่ได้รับมอบหมายจากครูผู้สอน
  4. ช่วยให้นักเรียนทราบความเป็นมา และเหตุผลจากข้อมูลจริงในเรื่องที่ตนเองศึกษา
  5. ช่วยให้นักเรียนศึกษาไปพร้อมกับการเรียนรู้ แต่อาจจะมีประเด็นที่ยากต่อการทำความเข้าใจ
  6. นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างสบายใจแต่ถ้าในบางปัญหาที่มีความยาก ทำให้นักเรียนหยุดการแก้ปัญหาไปจะส่งผลให้นักเรียนเกิดความเสียใจได้
  7. นักเรียนจะเป็นผู้คิดเองว่าจะทำสิ่งใดต่อไป ซึ่งบางครั้งก่อให้เกิดการตัดสินใจผิดพลาดได้ง่าย
  8. ช่วยให้นักเรียนมีความพยายามแก้ปัญหาที่ท้าทาย ซึ่งบางปัญหาอาจจะไม่สามารถหาคำตอบได้ด้วยการใช้คณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว
  9. นักเรียนจะมีความรู้สึกเป็นเจ้าของในสิ่งที่ตนเองค้นพบ แต่ถ้าใช้ทักษะเมตาคอกนิชัน (metacognition) ซึ่งหมายถึง ความสามารถของบุคคลที่มีต่อกระบวนการคิดของตนเอง รู้ว่าอะไรที่เหมาะสมกับตนเองในการเรียนรู้ ตลอดจนสามารถเลือกกลวิธีในการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินการเรียนรู้ของตนเองได้ เพื่อให้การเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานต่าง ๆ บรรลุตามวัตถุประสงค์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ
  10. นักเรียนสามารถนำเสนอแบบแผนที่ตนเองได้ค้นพบ แต่การกระทำแบบนี้เหมือนเป็นการนำเสนอข้อมูลเพียงด้านเดียว
  11. นักเรียนจะรู้สึกภูมิใจในสิ่งที่ตนเองทำสำเร็จ แต่ครูผู้สอนไม่สามารถนำข้อมูลดังกล่าวไปใช้ได้ทันที ต้องพิจารณาให้ถี่ถ้วนก่อน (direct observation)
  12. นักเรียนสามารถนำทักษะที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันมาใช้ เช่น การสำรวจ (investigation) การทดลอง (experimentation) การให้เหตุผลโดยใช้ฮิวริสติกส์ (Heuristic reasoning)
- เรวดี มีสุข (2556: 15) แบ่งกระบวนการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่ใช้ในการเรียนการสอนเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย หมายถึง การแบ่งเนื้อหาที่จะเรียนออกเป็นประเด็นย่อย ๆ เพื่อศึกษาในแต่ละประเด็นที่ระบุไว้ นักเรียนเป็นผู้แบ่งเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย โดยพิจารณาจากวัตถุประสงค์ในการเรียนแต่ละคาบ

2. ขั้นวิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ ขั้นนี้เป็นขั้นของการวิเคราะห์วิธีการที่ศึกษาในแต่ละประเด็นย่อยเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์หรือสิ่งที่ต้องการศึกษา โดยนักเรียนเป็นผู้พิจารณาวิธีการในการศึกษาเนื้อหาและแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์หรือคำตอบที่ต้องการอย่างสมเหตุสมผล

3. ขั้นพิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ ขั้นนี้เป็นการพิจารณาผลลัพธ์หรือคำตอบที่ศึกษาในแต่ละประเด็นย่อยโดยการมองย้อนกลับอย่างสมเหตุสมผล โดยครูให้นักเรียนพิจารณาผลลัพธ์หรือคำตอบนั้นแล้วมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่เรียนหรือปัญหาอย่างเป็นขั้นตอนและสมเหตุสมผล

4. ขั้นพิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา ขั้นนี้จะเป็นขั้นของการพิจารณาวิธีการที่ศึกษาในแต่ละประเด็นย่อย โดยเลือกวิธีการที่เหมาะสมในการศึกษาหรือหาคำตอบและตัดวิธีที่เป็นไปไม่ได้ออกไป โดยนักเรียนพิจารณาข้อดี ข้อจำกัด ของแต่ละวิธีเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปร่วมกันถึงทางเลือกที่เหมาะสมที่สุดในการศึกษาและหาคำตอบ

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการของการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการเรียนการสอนของนักการศึกษาหลายท่าน ผู้วิจัยได้ใช้แนวคิดของไซมอนและนิวเวล (Simon & Newell, 1971: 145-159) ใช้ในการจัดการเรียนการสอนซึ่งอาจสรุปเป็นขั้นตอนได้ ดังนี้

1. ขั้นระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย เป็นการแบ่งเนื้อหาที่จะเรียนออกเป็นประเด็นย่อย ๆ เพื่อศึกษาในแต่ละประเด็นที่ระบุไว้ สิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ นักเรียนเป็นผู้แบ่งเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย โดยพิจารณาจากวัตถุประสงค์ในการเรียนแต่ละคาบ

2. ขั้นวิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ เป็นการวิเคราะห์และเขียนวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาทั้งหมดที่เป็นไปได้เพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์หรือคำตอบที่ต้องการ

3. ขั้นพิจารณาผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ เป็นการมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่เรียน หรือปัญหาอย่างเป็นขั้นตอนและสมเหตุสมผล

4. ขั้นพิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา ระบุเหตุผลที่ตัวเองเลือกใช้วิธีการนี้ พร้อมทั้งบอกข้อดีและข้อเสียของวิธีการนั้น ๆ

### การคิดแบบฮิวริสติกส์กับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การสอนให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้นั้น ครูผู้สอนต้องกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในโครงสร้างของความรู้ โดยนักเรียนต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ที่มีอยู่ในการคิดวิเคราะห์แก้ปัญหา และสามารถที่จะเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของความรู้เพื่อให้อ่านปัญหาได้ โดยมีนักการศึกษาหลายท่านเสนอแนวทางการคิดแบบฮิวริสติกส์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น

แบรนส์ฟอร์ดและสแตน (Bransford & Stain, 1984: 1-7, อ้างถึงใน จิตติกรณ นากุมมา, 2560: 30) แบ่งขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์สำหรับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา (Identify the problem)
2. กำหนดและแยกแยะปัญหา (Define and represent the problem)
3. กำหนดทางเลือกในการแก้ปัญหา (Define alternative solutions)
4. ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ (Act on the strategies)
5. มองย้อนกลับไปแต่ละขั้นและประเมินผล (Look back and evaluation)

ริชตัน (Rechtin, 1991: 1-5, อ้างถึงใน เรวดี มีสุข, 2556: 16-17) แบ่งขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนเป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. จัดให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้น (simplicity) เพื่อช่วยประเมินปัญหาโดยรวมว่ามีความซับซ้อนหรือไม่ และลดขั้นตอนบางอย่างที่ไม่มีความจำเป็นหรือซ้ำซ้อนออกไป
2. ปรับให้อยู่ในรูปแบบและขั้นตอนที่กำหนด (form function and fit) ตามแผนผัง (organisational) และขั้นตอนที่เตรียมไว้ (management processes) โดยมีขั้นตอนย่อยคือ
  - 2.1 ปรับโครงสร้างตามลักษณะหน้าที่ (functional) และกายภาพ (physical)
  - 2.2 ปรับโครงสร้างของระบบทั้งหมด โดยแบ่งตามหน้าที่
  - 2.3 ปรับเปลี่ยนผลิตผลและกระบวนการให้เหมาะสม
3. จัดกลุ่มในเรื่องที่มีความสัมพันธ์กัน (aggregation) โดยแบ่งระบบงานทั้งหมดออกเป็นหน่วยย่อย (elements) รวมถึงตัวเลือกที่เป็นไปได้ โดยแต่ละหน่วยย่อยจะมีความสัมพันธ์ (interfaces) ทั้งเรื่องของหน้าที่และวิธีการออกแบบ กระบวนการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่เกี่ยวข้องมี ดังนี้
  - 3.1 คัดลอกหน่วยที่ไม่เกี่ยวข้องกันออก
  - 3.2 ใช้ฟังก์ชันที่เหมาะสมในการจัดให้แต่ละระดับนั้นมีหน่วยที่ไม่ซ้ำกัน
  - 3.3 จัดกลุ่มของสิ่งที่มีอิทธิพลมากที่สุดในระบบและกลุ่มที่มีปัญหากับระบบเข้าไว้

ด้วยกัน

4. ปรับเปลี่ยนไปตามสิ่งกระตุ้นภายนอก (sensitivity) ขั้นตอนนี้จะเน้นไปที่การปรับให้ระบบมีความยืดหยุ่นต่อสิ่งกระตุ้นภายนอก เช่น ความไม่แน่นอน (vagaries) ความยุ่งยากใจ (perturbations) และสิ่งรบกวน (noise)

5. จัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน (intermediate forms) จากรูปแบบทั่วไปจะถูกพัฒนาขึ้นไปเรื่อย ๆ อย่างค่อยเป็นค่อยไปจนกว่าจะสามารถจัดระบบทั้งหมดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานได้

6. ตรวจสอบการเข้ากันได้ของระบบ (compatibility) มีการจัดระบบงานโดยรวมเมื่อพิจารณาจากวิธีการปฏิบัติที่ผ่านมา (culture) และพฤติกรรม (behavior) โดยพิจารณา 2 ส่วน คือ ระบบงานที่มีความซับซ้อนและทำให้ระบบมีความเป็นหนึ่งเดียวกัน โดยกระบวนการคิดแบบอิวิริสติกส์ที่นำมาใช้ มีดังนี้

6.1 การปรับใช้เทคโนโลยีที่มีความทันสมัยให้เหมาะกับสภาพทางสังคมที่เปลี่ยนไป

6.2 การวางระบบที่มีความแตกต่างกัน (architectures) ก่อให้เกิดความแตกต่างด้าน

พฤติกรรม

6.3 ระบบที่มีความซับซ้อนมาก ๆ จะไม่สามารถหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดได้ครบทุกเงื่อนไข

6.4 การใช้การคิดอิวิริสติกส์จะทำให้การจัดระบบง่ายกว่าการทำแบบระบบการคิด

ย้อนกลับ (reverse)

โอลส์สันและรีส (Ohlsson & Rees, 1991: 103-105) นำการคิดแบบอิวิริสติกส์ไปใช้ในการแก้ปัญหาในขั้นตอนการตั้งสมมติฐาน และคาดคะเนคำตอบที่จะเกิดขึ้น ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงพฤติกรรมการเรียนรู้ตามหลักการทางคณิตศาสตร์เพื่อประโยชน์ ดังนี้

1. ใช้เป็นค่าคงที่สำหรับอ้างอิงถึงระดับความเข้าใจปัญหา (problem states)

2. เพื่อวัดระดับความสามารถของผู้ที่ศึกษา (performance)

3. ใช้ตรวจสอบและแก้ไขส่วนที่ผิดพลาด (detect and correct)

มหาวิทยาลัยแมคมาสเตอร์ (McMaster University, 1998: 1-6, อ้างถึงใน ขอบใจ สาทิทธิ, 2545: 16) กล่าวถึงขั้นตอนของการแก้ปัญหา โดยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การให้คำจำกัดความของปัญหา โดยการทำความเข้าใจปัญหาและหาสิ่งที่โจทย์

ต้องการ

2. สร้างทางเลือกในการหาคำตอบ โดยใช้วิธีการดังต่อไปนี้

2.1 หาความสัมพันธ์และเชื่อมโยงสิ่งที่คล้ายคลึงกัน

2.2 ตั้งสมมติฐาน

2.3 หาเกณฑ์ชี้วัดที่เหมาะสม

- 2.4 เก็บรวบรวมข้อมูล รายละเอียดที่ไม่ครบถ้วน
- 2.5 คาดเดาคำตอบและผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น
- 2.6 หาทางเลือกจากสิ่งอื่นที่สัมพันธ์กันก่อนหรือเริ่มวิเคราะห์จากส่วนย่อยของปัญหานั้น ๆ หากสิ่งที่กล่าวมาแล้ว ไม่สามารถช่วยในการหาคำตอบได้

### 3. การวางแผน

- 3.1 การระบุประเภทของปัญหาและเลือกวิธีการแก้ปัญหาอย่างใดอย่างหนึ่งที่เหมาะสม
- 3.2 การนำเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหา

### 4. ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

### 5. พิจารณาผลกระทบที่เกิดขึ้น

- 5.1 ตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหาและตรวจสอบผลลัพธ์ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่
- 5.2 ตรวจสอบกระบวนการโดยตั้งอยู่บนพื้นฐานของความเป็นไปได้

มินยีและคณะ (Minyi et al., 2002: 1-10, อ้างถึงใน ขอบใจ สาลีทธิ, 2545: 17) ได้เสนอขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาไว้ 11 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นพิจารณาหาความสัมพันธ์และความคล้ายกันกับปัญหาเดิมที่ได้รับการพิสูจน์มาแล้วโดยพยายามเชื่อมโยงข้อมูลที่ได้รับโดยอาศัยความรู้เดิมมาใช้ในการแก้ปัญหา
2. ขั้นวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เงื่อนไข และตัวไม่ทราบค่า หรือวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการตั้งสมมติฐานและการสรุป
3. ขั้นพิจารณาข้อมูลที่กำหนดไว้ในปัญหาว่ามีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยได้เรียนมาแล้วในอดีต
4. ขั้นกำหนดให้คำจำกัดความของข้อมูลที่เกี่ยวข้องให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์
5. ขั้นเขียนสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นเมื่อถึงเป้าหมายในระยะเวลาหนึ่งของการแก้ปัญหา
6. ขั้นใช้กระบวนการวิเคราะห์ข้อมูลและการตั้งสมมติฐานเพื่อตรวจสอบหาหนทางที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา
7. ขั้นแบ่งปัญหาเป็นกรณีศึกษาย่อย โดยพิจารณาจากคุณสมบัติของสิ่งที่สนใจศึกษาในปัญหานั้น ๆ
8. ขั้นพิจารณากรณีย่อยในแต่ละกรณีเพื่อตัดสินใจกรณีที่เป็นไปไม่ได้โดยใช้วิธีขัดแย้ง (contradiction)
9. ขั้นเปลี่ยนรูปของปัญหาไปและดำเนินการขั้นที่ 1-3 ซ้ำอีกครั้ง
10. ขั้นพิจารณาจากข้อสรุปหรือสมการสุดท้ายแล้วตั้งสมมติฐานขึ้นมาว่าน่าจะเกิดจากสิ่งใดและทำซ้ำตามกระบวนการนี้ไปเรื่อย ๆ จนถึงขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูลให้อยู่ในรูปแบบที่

ง่ายกว่าเดิม ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้โดยการวิเคราะห์ข้อมูล การตั้งสมมติฐาน และการแก้ปัญหาโดยวิธีการอื่น

11. ชั้นพยายามจัดรูปแบบของปัญหาให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้น โดยให้คล้ายกับสิ่งที่เคยเรียนมาแล้ว

ขบใจ สาสิตี (2545: 17) แบ่งขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่ใช้สำหรับแก้ปัญหา มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา โดยการให้คำจำกัดความของปัญหาและพิจารณาจากข้อมูลที่มีอยู่เพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูล

2. ชั้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหา โดยการสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

3. ชั้นพิจารณาทางเลือกที่เหมาะสม โดยการพิจารณาทางเลือกที่เป็นไปได้และสามารถหาคำตอบได้เหมาะสม

4. ชั้นตรวจสอบ เป็นชั้นตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมด และได้ผลตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ของนักการศึกษาหลายท่าน เราอาจสามารถสรุปเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา โดยการวิเคราะห์ปัญหา โจทย์ต้องการให้หาอะไรและโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

2. ชั้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหา โดยการสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

3. ชั้นดำเนินการในการแก้ปัญหา โดยการพิจารณาทางเลือกที่เป็นไปได้จากขั้นตอนที่ 2 และดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

4. ชั้นตรวจสอบเป็นชั้นดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมด และได้ผลตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่

### ประโยชน์ของการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

การนำการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มาใช้ในการเรียนในห้องเรียนจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้โดยนักเรียนเป็นผู้คิดหาแนวทางในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นของตนเองและสามารถเลือกตัดสินใจได้ว่าจะใช้วิธีการใดเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเข้าใจในปัญหาและเกิดการเรียนรู้ได้ดีกว่าการเรียนรู้ที่ครูเป็นผู้บอกกล่าวด้วยตนเอง มีนักศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านกล่าวถึงประโยชน์ของการคิดแบบฮิวริสติกส์ ตัวอย่างเช่น

โจเนส (Jones, 1981: 4-5) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดแบบฮิวริสติกส์ไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ช่วยให้สามารถเก็บรวบรวมข้อมูลและหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้

เยน (Yen, 1986: 3-4) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการเรียนไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ ช่วยทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น และมีทัศนคติต่อการเรียนดีขึ้น เนื่องจากการคิดแบบฮิวริสติกส์ช่วยในการพัฒนาระดับการเรียนรู้และค้นหาข้อมูลในการศึกษาหาความรู้ใหม่ ๆ ได้ด้วยตนเองสามารถส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงขึ้นได้

ฟลอยด์ (Floyd, 2002: 1-4, อ้างถึงใน ขอบใจ สาสิทธิ, 2545: 11) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดแบบฮิวริสติกส์ไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ช่วยในการตัดสินใจ แก้ปัญหา เนื่องจากนักเรียนสามารถสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างอิสระ ทำให้สามารถกำหนดกลยุทธ์ เทคนิค กระบวนการ และกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ในการเรียน

เรวดี มีสุข (2556: 21) ได้กล่าวถึงประโยชน์การคิดแบบฮิวริสติกส์ไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ช่วยทำให้นักเรียนสามารถคิดอย่างเป็นระบบมากขึ้น เนื่องจากการเก็บข้อมูลที่ดี และสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้นอกจากนี้ยังทำให้สามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ของนักการศึกษาหลายท่าน เราอาจสามารถสรุปได้ว่า ฮิวริสติกส์มีประโยชน์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นวิธีการสอนที่เน้นให้นักเรียนเป็นผู้หาวิธีการเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบด้วยตนเองผ่านการเชื่อมโยงและหาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ อีกทั้งการเรียนในลักษณะนี้เป็นการเรียนในแบบที่เรียกว่าคงทน ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหานั้น ๆ ได้เป็นอย่างดี

### **งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์**

สำหรับงานวิจัยต่างประเทศและงานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์บางส่วนได้ถูกรวบรวมไว้ ดังนี้

ขอบใจ สาสิทธิ (2545: 56-63) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับกลุ่มปกติ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์



ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 และสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นวลทิพย์ นวพันธุ์ (2552: 206-213) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 2 ห้องเรียน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นิยูนี อามะ (2556: 103-109) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง บทประยุกต์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มที่ผู้วิจัยได้กำหนดไว้ รวมทั้งความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

เรวดี มีสุข (2556: 109-116) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 15.50 14.50 และ 14.40 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 77.50 72.50 และ 72.00 ตามลำดับ

เจษฎา รัตนบรรเทิง (2557: 94-103) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ว่ามีความเหมาะสม

คิวริน เกณฑวี (2557: 99-106) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอิวริสติกส์กับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือครู ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอิวริสติกส์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

การ์เน็ต (Gamett, 1990: 83) ได้ศึกษาการพัฒนารูปแบบการคิดแบบอิวริสติกส์กับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิควิธีการสอนหลากหลายรูปแบบ โดยทำการทดลองกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 60 คน ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ความสามารถในการแก้ปัญหาคิดขึ้น การศึกษาครั้งนี้แสดงให้เห็นว่า นอกจากรูปแบบการเรียนการสอน การแก้ปัญหามีคุณภาพแล้วยังรวมถึงการแก้ปัญหาย่างสม่ำเสมอในการใช้รูปแบบการแก้ปัญหา การตั้งคำถามนำ ครูและนักเรียนคิดออกเสียง (think aloud) ในการสร้างรูปแบบการใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือและการเขียนอนุทินที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้นด้วย

ฟิกส์ดัล (Fiksdal, 1995: 42-44) ได้ศึกษาผลของวิธีการสอนด้วยอิวริสติกส์โดยการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาและความสามารถในการแก้ปัญหานักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์สอนประถมศึกษา ซึ่งนักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์สอนประถมศึกษา มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สองมโนทัศน์สำหรับการมีส่วนร่วมในการศึกษาครั้งนี้ โดยกลุ่มทดลองได้รับการเรียนการสอนด้วยอิวริสติกส์ 5 รูปแบบ คือ 1. การวาดแผนภาพ 2. การเขียนรายการ 3. การแก้ปัญหาง่ายกว่า 4. การใช้ตัวแปร 5. การค้นหาแบบรูป ผลการศึกษาพบว่า การแก้ปัญหด้วยอิวริสติกส์ ทำให้นักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์สอนประถมศึกษา ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาลดน้อยลง เมื่อมีการแก้ปัญหตามการเรียนการสอนด้วยอิวริสติกส์ นอกจากนี้ยังทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหานักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์สอนประถมศึกษา กลุ่มเดียวกันสูงขึ้นจากการเรียนการสอนด้วยอิวริสติกส์

ออลฟาเยซและจูبران (Al-Fayez & Jubran, 2012: 453-460) ได้ศึกษาผลกระทบจากการใช้วิธีการสอนแบบอิวริสติกส์สำหรับการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นเกรด 10 ของประเทศจอร์แดน วัตถุประสงค์ของการศึกษา คือ การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ก่อนและหลังในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่นำมาศึกษา แบ่งออกเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยวิธีการสอนแบบอิวริสติกส์ กลุ่มควบคุมได้รับการสอนโดยใช้วิธีการสอนแบบดั้งเดิม จากการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหญิงและ

นักเรียนชายไม่มีความแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ แสดงให้เห็นว่าเพศไม่มีผลใด ๆ ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ นักวิจัยได้เสนอว่า ควรมีการดำเนินการสอนแบบนี้ในระดับมหาวิทยาลัย

โนวัตนาและอีเซนแมน (Novotná & Eisenmann, 2014: 1-6) ได้ศึกษาแนวทางการคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนในการแก้ปัญหา โดยทำการทดลองกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นและระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย กลยุทธ์แบบฮิวริสติกส์มีดังต่อไปนี้ การเปรียบเทียบ การเดา การแก้ไข การทดลองอย่างเป็นระบบ การแก้ไขปัญหา การแก้ไขปัญหาด้วยการวาดภาพ การคิดย้อนกลับ และการใช้กราฟของฟังก์ชัน ระยะเวลาในการทำการทดลอง 3 เดือน จากการศึกษาในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่า ระยะเวลา 3 เดือนสั้นเกินไปที่จะปลูกฝังกลยุทธ์ การเปรียบเทียบให้แก่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีการใช้กลยุทธ์ การเดา ตรวจสอบ แก้ไขใหม่ และการทดลองอย่างเป็นระบบเพิ่มขึ้นร้อยละ 30 เมื่อตรวจสอบคำตอบแล้ว พบว่า คำตอบที่ได้ถูกต้อง จากการศึกษาในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่า ระยะเวลา 3 เดือนสั้นเกินไปที่จะปลูกฝังกลยุทธ์การวาดภาพ การวาดกราฟให้แก่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีการใช้กลยุทธ์กราฟของฟังก์ชัน เพิ่มขึ้นร้อยละ 30 เมื่อเปรียบเทียบก่อนการทดลองและหลังการทดลอง เมื่อตรวจสอบคำตอบแล้วพบว่าได้คำตอบที่ถูกต้อง

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์ เราอาจสรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์ว่า เป็นรูปแบบที่ช่วยให้เกิดผลที่ดีขึ้นต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทำให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้คอยชี้แนะแนวทางในการแก้ปัญหา นั้น ๆ รวมทั้งทำให้นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการจัดการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด

#### ความหมายของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด

คำว่า “Think-Pair-Share” มีผู้แปลเป็นภาษาไทยไว้หลายคำ เช่น คู่คิด คู่อภิปราย คิดและคุยกัน และเพื่อนคู่คิด เป็นต้น เพื่อให้สอดคล้องกับการจัดกิจกรรม การเรียนการสอนที่ผู้วิจัยเป็นผู้กำหนดขึ้นผู้วิจัยจึงแปล “Think-Pair-Share” เป็นภาษาไทยว่า เพื่อนคู่คิด เทคนิคเพื่อนคู่คิดมีลักษณะของการจัดกิจกรรม 3 ประการ คือ

1. การคิดด้วยตัวเอง
2. ให้นักเรียนร่วมกันจับคู่แลกเปลี่ยนความคิด
3. การนำคำตอบมาอภิปรายในกลุ่มใหญ่

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ตัวอย่างเช่น

มิลลิสและคอตเทิล (Millis & Cottell, 1998: 73-74) กล่าวถึง เทคนิคเพื่อนคู่คิดว่าเป็น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ครูตั้งคำถามที่ต้องใช้ความเข้าใจ โดยเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบด้วยตนเอง จากนั้นให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนร่วมชั้นอีกคนหนึ่งเพื่ออภิปรายตอบคำถาม เมื่อได้ข้อสรุปนักเรียนยกมือเสนอคำตอบต่อเพื่อนในชั้นเรียน ก่อนที่ครูจะให้นักเรียนคู่ นั้นเสนอคำตอบควรรอเวลาให้นักเรียนคิดคำตอบให้ได้ก่อน เพื่อให้ให้นักเรียนมี โอกาสในการ ทบทวนคำตอบกับเพื่อนก่อนที่จะออกมาพูดหน้าชั้นเรียน เพื่อเพิ่มพูนทักษะการสื่อสารทางวาจา และความมั่นใจให้แก่นักเรียน

นิวซาวเวลล์ (New South Wales, 2006: online, อ้างถึงใน ชลธิชา ทับทวี, 2554: 26) กล่าวถึง เทคนิคเพื่อนคู่คิดว่าเป็น การให้นักเรียนแต่ละคน ใช้ความคิดของตัวเองหรือแก้โจทย์ปัญหา อย่างเจียบ ๆ จากนั้นจึงจับคู่และแบ่งปันความคิดหรือคำตอบของตนกับเพื่อนที่อยู่ใกล้ ๆ แต่ละ คู่ควรจะเตรียมตัวนำเสนอความคิดหรือคำตอบของตัวเองให้กับเพื่อนทั้งชั้นเรียน ได้รับฟัง อาจกล่าว ได้ว่าหมายถึงให้แต่ละทีมเรียนรู้จากเพื่อนร่วมทีมซึ่งกันและกัน

สุวิมล เขี้ยวแก้ว และอุสมาน สารี (2541: 4) กล่าวถึง เทคนิคเพื่อนคู่คิดว่าเป็น เทคนิคที่ เริ่มต้นจากปัญหาหรือการให้คำถามแก่นักเรียนทุกคนคิดหาคำตอบด้วยตนเองก่อน หลังจากนั้นครู ให้สัญญาณแก่นักเรียนจับคู่กัน เพื่อแลกเปลี่ยนคำตอบหรือความคิดเห็นซึ่งกันและกัน แล้วจึงนำ คำตอบของแต่ละคู่อภิปรายร่วมกัน 4 คน เพื่อสรุปเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือเหมาะสมที่สุด ก่อน จะนำคำตอบนั้นมาเสนอหน้าชั้นเรียน

สมศักดิ์ สิ้นธุระเวชญ์ (2544: 33) กล่าวถึง รูปแบบเทคนิคเพื่อนคู่คิดว่าเป็นกลยุทธ์ที่มี เป้าหมายเพื่อให้นักเรียน ได้แสดงปฏิกิริยาโต้ตอบอย่างเสรี โดยนักเรียนจะได้ฝึกซ้อมการแสดง ความคิดเห็นก่อนที่ครูจะให้แนวคิดแก่นักเรียน กลยุทธ์นี้ใช้ได้ง่ายและประสบความสำเร็จอย่างสูงใน ทุก ๆ วิชาและทุกระดับชั้นของนักเรียน โดยเริ่มต้นจากให้นักเรียนตั้งใจฟังคำถามของครูและให้ เวล่านักเรียนได้คิด ประมาณ 2 – 5 นาที แล้วให้นักเรียนจับคู่เพื่อนในห้องเพื่อให้อภิปรายความ คิดเห็นที่เกี่ยวกับคำตอบของคำถามนั้น โดยอาจจะให้ช่วงเวลาระยะเวลาหนึ่ง เช่น 5 นาที หลังจากนั้น ครูอาจจะใช้สัญญาณ เช่น ปรบมือ 1 ครั้ง หมายถึง เวลาสำหรับคิด ปรบมือ 2 ครั้ง แสดงว่าถึง เวลาอภิปราย เป็นต้น วิธีนี้จะเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสได้พูดแสดงความคิดเห็น

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545: 138) กล่าวถึง รูปแบบเทคนิคเพื่อนคู่คิดว่าเป็น รูปแบบของกิจกรรมการเรียนการสอนที่จัดให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม โดยเริ่มจากการจับคู่กันคิด แล้วนำความคิดของทั้งคู่อภิปรายในกลุ่มเพื่อให้ได้ความคิดของกลุ่มเป็นกิจกรรมที่เน้นให้ นักเรียนได้พัฒนาพฤติกรรมทางสังคมควบคู่กับความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่เรียน

ชานาญ โพรซ์คัลลิ่ง (2547: 7) กล่าวถึง รูปแบบเทคนิคการเรียนรู้แบบเพื่อนคู่คิดว่าเป็น รูปแบบหนึ่งของการเรียนแบบร่วมกัน โดยเป็นวิธีการจับคู่เพื่อให้นักเรียนทำกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน เพื่อให้คำแนะนำปรึกษาหารือแลกเปลี่ยนความรู้และประสบการณ์ และร่วมมือกันทำกิจกรรมตาม กระบวนการเรียนจนค้นพบข้อสรุปข้อความรู้หรือคำตอบร่วมกัน

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อน คู่คิด ในวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ใช้แนวคิดของมิลลิสและคอตเทิล (Millis & Cottell, 1998: 73-74) และอาจ สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด หมายถึง รูปแบบในการเรียนแบบร่วมมือโดยมี การจัดการเรียนรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียน 2 คน ที่จับคู่กันภายในกลุ่ม โดยเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ เริ่มจากครูเสนอสถานการณ์ปัญหาหรือโจทย์คำถามและให้สมาชิกคิดหาคำตอบด้วยตนเอง แล้วนำ คำตอบไปอภิปรายกับเพื่อนเป็นคู่ เพื่อช่วยกันแบ่งปันความคิดในประเด็นของปัญหาและหาข้อสรุป จากนั้นนำผลสรุปมานำเสนอหน้าชั้นเรียน เพื่อหาข้อสรุปของประเด็นคำถามจากนักเรียนทั้งชั้น

#### ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด

ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดมีขั้นตอนที่สะดวกและเหมาะสมแก่ การนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนในทุกวิชาและทุกระดับชั้น เพราะรูปแบบการจัดการเรียน การสอนในรูปแบบนี้เน้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับเนื้อหาที่ตนเองเรียนได้อย่าง อิสระ สามารถเลือกแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่ตนเองสนใจ โดยรูปแบบการจัดการเรียนการสอนจะมี ลักษณะที่แตกต่างกันออกไป นักวิชาการหลายท่านกล่าวถึงขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ด้วย เทคนิคเพื่อนคู่คิด ตัวอย่างเช่น

ลีแมน (Lyman, 1981: 109-113) กล่าวถึง รูปแบบเทคนิคการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เพื่อนคู่คิดซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการคิด (think) นักเรียนมีเวลา 30 วินาทีหรือมากกว่าเพื่อที่จะคิดให้ได้คำตอบที่ เหมาะสม เวลาที่ใช้นี้รวมถึงการเขียนเพื่อจดบันทึกคำตอบ
2. ขั้นการจับคู่ (pair) หลังจากใช้เวลาคิดให้นักเรียนจับคู่เพื่อแบ่งปันคำตอบและความ คิดเห็นซึ่งกันและกัน
3. ขั้นแบ่งปันคำตอบ (share) นักเรียนสามารถนำคำตอบมาแบ่งปันภายในกลุ่มเดียวกัน หรือทั้งชั้นเรียนในช่วงการอภิปรายเพื่อติดตามผล เทคนิคนี้เปิด โอกาสให้นักเรียนทุกคนได้แสดง ความคิดเห็นอย่างอิสระ

ไบร์เลย์ (Byerley, 2001: 1-8) กล่าวถึง รูปแบบเทคนิคการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เพื่อนคู่คิดซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1. การคิด เป็นขั้นตอนแรกที่ครูจะกระตุ้นด้วยปัญหาเพื่อให้นักเรียนหาคำตอบ

2. การจับคู่ เป็นขั้นตอนที่สองที่จะให้นักเรียนจับคู่เพื่ออภิปรายปัญหา

3. การแลกเปลี่ยน เป็นขั้นตอนสุดท้ายที่จะให้นักเรียนแลกเปลี่ยนและนำเสนอความรู้ที่ได้จากการค้นหาคำตอบ

เลวิน (Levin, 2008: online, อ้างถึงใน ชลธิชา ทับทิว, 2554: 27) กล่าวถึง รูปแบบเทคนิคการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการคิด ครูกระตุ้นการคิดของนักเรียนโดยป้อนคำถามหรือสังเกตการณ์นักเรียนควรใช้เวลาคิด เพื่อที่จะใช้ความคิดเกี่ยวกับคำถาม

2. ขั้นการจับคู่ โดยครูเป็นผู้กำหนดให้ เช่น จับคู่กับเพื่อนที่นั่งใกล้ ๆ กันหรือกับเพื่อนที่นั่งโต๊ะติดกัน นักเรียนแต่ละคู่ร่วมกันพูดคุยเกี่ยวกับคำตอบที่แต่ละคนหามาได้ แล้วเปรียบเทียบความรู้ที่ได้มาจากความคิดของแต่ละคนหรือจากบันทึกสั้น ๆ ที่แต่ละคนบันทึกมา เพื่อพิจารณาว่าคำตอบของฝ่ายไหนที่คิดว่าเป็นคำตอบที่ดีที่สุด น่าเชื่อถือมากที่สุด และมีความโดดเด่นเป็นเอกลักษณ์มากที่สุด

3. การแลกเปลี่ยนความรู้หลังจากที่นักเรียนช่วยกันคิดภายในคู่ของตนเอง จากนั้นครูจะเรียกนักเรียนแต่ละคู่ให้มาแลกเปลี่ยนความคิดในคู่ของตนกับนักเรียนทั้งห้องเรียน

วัฒนาพร ระจับทุกซ์ (2542: 30) กล่าวถึง รูปแบบเทคนิคการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียม (preparation) ครูแนะนำทักษะในการเรียนด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด จับคู่ของนักเรียน บอกวัตถุประสงค์ของบทเรียนและบอกวัตถุประสงค์ของการทำงานร่วมกัน

2. ขั้นสอน (teaching) ครูนำเสนอเนื้อหาหรือบทเรียนใหม่ด้วยวิธีสอนที่เหมาะสมแล้วให้งาน

3. ขั้นทำงานกลุ่ม (group work) เมื่อได้รับคำถามจากครูนักเรียนต้องหาคำตอบด้วยตนเองก่อนแล้วจึงนำคำตอบไปปรึกษาคู่ของตนเพื่ออภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุด

4. ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ

4.1 ตรวจสอบผลงาน ครูดูจากงานกลุ่มที่แต่ละคู่ส่งไปและครูสุ่มบางคู่มาเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียน ขณะที่ฟังผู้นำเสนอแล้วนักเรียนในห้องสามารถยกมือ เพื่อแสดงความคิดเห็นต่อคำตอบหรือเสนอคำตอบของตนได้

4.2 ทดสอบนักเรียนเป็นรายบุคคลโดยไม่มีการช่วยเหลือกัน เพื่อตรวจสอบผลการสอบแล้วทำการคำนวณคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มให้นักเรียนทราบ และถือว่าเป็นคะแนนของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มด้วย

5. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานของกลุ่ม ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียน ถ้ามีสิ่งที่ยังนักเรียนยังไม่เข้าใจ ครูควรอธิบายเพิ่มเติม ครูและนักเรียนช่วยกันประเมินผลการทำงานของกลุ่ม โดยอภิปรายถึงผลงานของนักเรียนและวิธีการทำงานของนักเรียน รวมถึงวิธีการปรับปรุงการทำงานของกลุ่มด้วย ซึ่งจะทำให้นักเรียนรู้ความก้าวหน้าของตนเองทั้งทางด้านวิชาการและด้านสังคม

สุบรรณ ตั้งศรีเสรี (2556: 28) กล่าวถึง รูปแบบเทคนิคการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1. เมื่อครูนำเสนอปัญหาหรือคำถามให้นักเรียนแต่ละคนคิดเกี่ยวกับปัญหา เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง
2. ครูให้นักเรียนอภิปรายแนวทางในการแก้ปัญหาหรือคำตอบร่วมกับคู่ของตนเองและร่วมกันหาข้อสรุปของกลุ่มตนเองให้กระชับมากขึ้น
3. ครูให้นักเรียนนำเสนอข้อสรุปของกลุ่มตนเองที่ได้กับชั้นเรียน เพื่อแลกเปลี่ยนความรู้สรุป และอภิปรายผลการค้นพบ

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด เราอาจสรุปได้ว่า ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด เป็นการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ให้นักเรียนจับคู่กัน 2 คน แลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน เพื่อถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในการสร้างรูปแบบการสอนครั้งนี้ ผู้วิจัยจัดการเรียนรู้เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ครูแนะนำทักษะในการเรียนแบบเพื่อนคู่คิด บอกจุดประสงค์ของบทเรียน แบ่งบทบาทหน้าที่สมาชิกและบอกวัตถุประสงค์ของการทำงานร่วมกัน

ขั้นที่ 2 ขั้นดำเนินกิจกรรม ครูนำเสนอเนื้อหาหรือบทเรียนใหม่ หลังจากนั้นครูตั้งประเด็นของปัญหาหรือเสนอสถานการณ์ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละคนจะต้องคิดหาคำตอบด้วยตนเอง ภายหลังจากให้นักเรียนนำคำตอบนั้นมาอภิปรายกับคู่ของตน เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถาม แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุด

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป ครูสุ่มบางคู่ออกมาอภิปรายคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจดูผลงานของแต่ละคู่ที่ส่งไป โดยขณะที่ฟังผู้นำเสนอแล้วนักเรียนในห้องสามารถแสดงความคิดเห็นได้หรือเสนอคำตอบของตนเองได้ ซึ่งมีครูคอยให้ความช่วยเหลือและเสนอแนะอธิบายเพิ่มเติมจนได้ข้อสรุป

ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผล วัดจากพฤติกรรมของนักเรียนขณะปฏิบัติกิจกรรม ความถูกต้องของใบงานหรือผลงาน การตอบคำถาม การทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ

### ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด

วิธีการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดสามารถนำไปใช้ในการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้ฝึกคิดและปฏิบัติ เพื่อให้ได้คำตอบ อีกทั้งวิธีการจัดการเรียนรู้แบบนี้ยังสามารถนำไปใช้กับนักเรียนเป็นรายบุคคล กลุ่มย่อยหรือใช้กับนักเรียนทั้งห้องเรียนก็ได้ และสามารถนำไปใช้สอนกับทุกสาระวิชา มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด ตัวอย่างเช่น

ลีแมน (Lyman, 1987: 1-2) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด ดังนี้

1. เป็นเทคนิคที่นำไปใช้ได้รวดเร็ว
2. เป็นเทคนิคที่ไม่ต้องใช้เวลาเตรียมการมาก
3. เป็นเทคนิคที่กระตุ้นให้นักเรียนสนใจในบทเรียน
4. ครูสามารถตั้งคำถาม ได้หลายแบบและหลายระดับ
5. ทำให้ดึงความสนใจของนักเรียนทั้งชั้นเรียนและทำให้นักเรียนที่ไม่กล้าแสดงออกสามารถตอบคำถามได้โดยไม่ต้องลุกขึ้นต่อหน้าเพื่อนร่วมชั้นเรียน
6. ครูสามารถเข้าใจนักเรียนด้วยการฟังนักเรียนกลุ่มต่าง ๆ ระหว่างการทำกิจกรรม และจากการรวบรวมคำตอบในตอนท้ายชั่วโมงเรียน
7. ครูสามารถทำกิจกรรม โดยใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิดได้หนึ่งครั้งหรือหลายครั้งในระยะเวลา 1 คาบเรียน

วิภาวดี วงศ์เลิศ (2544: 37-38) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดไว้ ดังนี้

1. นักเรียนได้รับความรู้ที่สามารถนำไปใช้ทั้งในเนื้อหาเดียวกันหรือต่างกัน ตลอดจนช่วยเตรียมนักเรียนให้ออกไปใช้ชีวิตในโลกของความเป็นจริง ซึ่งเป็นโลกที่ต้องอาศัยความร่วมมือร่วมใจมากกว่าการแข่งขันแบบเผชิญหน้า
2. นักเรียนได้พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ ศึกษาค้นคว้า ทำงานและแก้ปัญหาด้วยตนเอง นักเรียนมีอิสระที่จะเลือกวิธีการเรียนรู้ของตนเอง ซึ่งจะทำให้ นักเรียนมีอิสระในการตัดสินใจด้วยตนเอง
3. นักเรียนได้รับความรู้และประสบการณ์จากการเรียนรู้ด้วยตนเองทำให้สามารถจำเนื้อหาได้นาน เนื่องจากเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้ง
4. นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหา มีมนุษยสัมพันธ์ และการสื่อความหมาย จากการทำงาน อภิปราย ซักถาม ช่วยเหลือ แลกเปลี่ยน และให้ความร่วมมือซึ่งกันและกัน



5. นักเรียนได้รู้จักและเข้าใจตนเองดีขึ้น รู้ข้อดีและข้อบกพร่องของตนเอง เพื่อเป็นแนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

6. ช่วยให้นักเรียนเกิดความมั่นใจกล้าแสดงออกต่อหน้าเพื่อนหนึ่งคนโดยไม่กลัวว่าจะพูดผิด

7. ฝึกทักษะการเป็นผู้พูดและผู้ฟังที่ดี รวมทั้งการเป็นผู้มีใจกว้างยอมรับฟังความคิดเห็นผู้อื่น ไม่ยึดมั่นถือมั่น

8. ผลงานที่ทำโดยนักเรียนสองคนช่วยกันทำย่อมดีกว่าผลงานโดยบุคคลเพียงคนเดียว โอกาสที่จะผิดพลาดมีน้อยกว่า

9. สามารถนำเทคนิคการเรียนรู้แบบเพื่อนคู่คิดไปใช้ได้อย่างกว้างขวาง อาจใช้วิธีนี้วิธีเดียวหรือสลับกับวิธีอื่นในแต่ละครั้งที่สอน

สมบัติ การจนารักพงศ์ (2547: 12) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดไว้ ดังนี้

1. จะทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและทักษะการสื่อสารให้คู่ของตนเข้าใจ
2. ฝึกให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น
3. ช่วยทำให้นักเรียนแต่ละคู่มีความสนิทสนมกันมากขึ้น
4. ช่วยทำให้นักเรียนเป็นคู่หูในการช่วยกันเรียนต่อไป

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด เราอาจสรุป ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดได้ ดังนี้

1. ทำให้นักเรียนได้รับความรู้และประสบการณ์ด้วยตนเอง
2. ทำให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์
3. ทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและทักษะการแก้ปัญหา
4. ทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสื่อสารและการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันละกัน
5. ช่วยให้นักเรียนเกิดความมั่นใจ กล้าแสดงความคิดเห็นต่อหน้าเพื่อน
6. สามารถนำเทคนิคการเรียนรู้แบบเพื่อนคู่คิดไปใช้ได้หนึ่งครั้งหรือหลายครั้งใน

ระยะเวลาตามคาบที่กำหนดให้ และสามารถใช่วิธีนี้วิธีเดียวหรือสลับกับวิธีอื่นในแต่ละครั้งที่สอน

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด

สำหรับงานวิจัยต่างประเทศและงานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดบางส่วนได้ถูกรวบรวมไว้ ดังนี้

ไวท์ตี (Whyte, 1991: 299-312) ได้ศึกษาการเรียนแบบรายบุคคลกับการเรียนแบบคู่ร่วมมือโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม โดยการสุ่มเป็นกลุ่มร่วมมือจำนวน 58 คน และกลุ่มการเรียนแบบรายบุคคล จำนวน 28 คน หลังจากเรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ครูให้กลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบหลังเรียน ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม มีผลสัมฤทธิ์ไม่แตกต่างกัน

ฮูเปอร์และฮานาฟิน (Hooper & Hannafin, 1991: 27-40) ได้เปรียบเทียบขนาดของกลุ่มการเรียนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเกรด 6 และเกรด 7 จำนวน 125 คน ที่มีระดับความสามารถสูงและต่ำโดยให้ทำงานร่วมกันเป็นคู่และให้เรียนกับบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน โดยที่กลุ่มคู่แบบเอกพันธ์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มคู่แบบเอกพันธ์ แบ่งกลุ่มตัวอย่าง ออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1 จัดกลุ่มแบบคู่เอกพันธ์และความสามารถสูงและต่ำ (Homogeneously dyads with high and low ability) กลุ่มที่ 2 จัดกลุ่มแบบคู่เอกพันธ์และความสามารถสูงและต่ำ (Heterogeneously dyads with high and low ability) ผลการศึกษาพบว่า ในการเรียนแบบร่วมมือของทั้งสองกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

คาร์ส (Carss, 2007: 3-4) ได้ศึกษาผลกระทบของการเรียนแบบเพื่อนคู่คิดโดยครอบคลุมองค์ประกอบ 3 ส่วน ได้แก่ เวลาในการคิด เวลาที่ใช้ร่วมกับเพื่อนคู่คิด และเวลาที่ใช้แต่ละคู่แสดงความคิดกลับไปยังกลุ่มคนที่มากขึ้น งานวิจัยทำขึ้นในชั้นเรียนกับนักเรียนเกรด 6 โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม แต่ละกลุ่มมีนักเรียน 6 คน นักเรียนกลุ่มหนึ่งอ่านหนังสือเกินระดับอายุและอีกกลุ่มหนึ่งอ่านหนังสือต่ำกว่าระดับอายุ ผลการวิจัยพบว่า การใช้เทคนิคประสบความสำเร็จทางการอ่าน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง สำหรับนักเรียนที่อ่านหนังสือเกินระดับอายุ อาจจะมีผลอย่างมีนัยสำคัญกับนักเรียนที่อ่านหนังสือต่ำกว่าระดับอายุ ผลเชิงบวกที่ได้อยู่ในแง่ของการใช้ภาษาพูดและการคิด นักเรียนสามารถปรับตัวให้เหมาะสมกับเป้าหมายของการเรียนรู้และความต้องการของนักเรียนในแต่ละกลุ่มเป็นพิเศษ

เดลส์ (Dales, 2007: online, อ้างถึงใน ชลธิชา ทับทิว, 2554: 31) ได้ศึกษาผลของเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่มีต่อความก้าวหน้าของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ ณ มหาวิทยาลัยรัฐโบริดจ์ โนน มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 46 คน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดและกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดมีผลสัมฤทธิ์มากกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด จากผล

การศึกษาแสดงให้เห็นว่า เทคนิคเพื่อนคู่คิดเป็นเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพและส่งเสริมให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ที่ดีขึ้น

วิภาวดี วงศ์เลิศ (2544: 75) ได้ศึกษาการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดีย เรื่อง เซต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างประกอบด้วยสองกลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1 เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากโรงเรียนสนมวิทยาคาร โรงเรียนรามวิทยารัชมังคลาภิเษก โรงเรียนรัตนบุรี และโรงเรียนสังขะ โรงเรียนละ 30 คน รวมจำนวน 136 คน กลุ่มที่ 2 เป็นครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 4 คน โดยใช้การเรียนรู้แบบคู่อภิปราย พบว่า นักเรียนที่ได้รับการเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดีย เรื่อง เซต โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดอภิปรายมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุบรรณ ตั้งศรีเสรี (2556: 102-114) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนแบบค้นพบจากการชี้แนะร่วมกับเทคนิค Think-Pair-Share ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบจากการชี้แนะร่วมกับเทคนิค Think-Pair-Share มีความสามารถในการสื่อสารและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มากกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอน และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

รัชณี ภูพัชรกุล (2551: 84-89) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างวิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดและวิธีสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่านักเรียนที่ใช้วิธีสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สรรเสริญ กลิ่นพูน (2546: 92) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างการใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองกับการใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองร่วมกับเทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิด ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองร่วมกับเทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างมีนัยสำคัญ .05

อดิเรก นาวารัตน์ (2551: 69-71) ได้ศึกษาการหาประสิทธิภาพและหาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของบทเรียน WBI วิชาคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน หลักสูตรปริญญาตรี มหาวิทยาลัยบูรพา

วิทยาเขตสารสนเทศจันทบุรี โดยใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นิสิตระดับปริญญาตรี สาขาวิชาเทคโนโลยีการเกษตร จำนวน 30 คน ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนที่เรียนด้วยบทเรียน WBI แบบทบทวนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนที่เรียนด้วยบทเรียน WBI แบบทบทวนที่พัฒนาขึ้นโดยใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิดและวิธีเรียนด้วยตนเองมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ชรินทร์ สงสกุล นันทน์ภัส นิยมทรัพย์ และสมจิต จันทร์ฉาย (2559: 1771-1778) ได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชนวรรณ แก้ววิเชียร (2560: 16-28) ได้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามเทคนิค K-W-D-L โดยใช้กระบวนการร่วมมือ Think-Pair-Share เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามเทคนิค K-W-D-L โดยใช้กระบวนการร่วมมือ Think-Pair-Share มีทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด เราอาจสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดจะช่วยให้เกิดผลที่ดีขึ้นต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทำให้นักเรียนมีโอกาสได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ทำให้นักเรียนเกิดความพึงพอใจและทัศนคติที่ดีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด

#### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

สำหรับงานวิจัยต่างประเทศและงานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน บางส่วนได้ถูกรวบรวมไว้ ดังนี้

สุลักษณ์ คุ่มทรัพย์ (2555: 80-85) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสมเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริง เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชัชวาลย์ บัววิธาน (2559: 118-122) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุชาติร์ณี สมรรถการ (2556: 103-112) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.00 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน เราอาจสรุปได้ว่า การเรียงสับเปลี่ยนเป็นเนื้อหาที่สำคัญส่วนหนึ่งในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ซึ่งเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ดังนั้นเราจึงควรทำความเข้าใจในเรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ให้เป็นอย่างดี เพื่อนำไปปรับใช้ในชีวิตประจำวัน และนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการเรียนระดับที่สูงขึ้นไป

## ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ ซึ่งบุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบจากสถานการณ์นั้น ๆ

แอนเดอร์สันและพิงกรี (Anderson & Pingry, 1973: 228) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็น สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาข้อสรุปหรือคำตอบซึ่งผู้แก้ปัญหาจะทำได้จะต้องมีกระบวนการที่เหมาะสม โดยใช้ความรู้ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจประกอบกันไป

อดัมส์ เอลลิสและบีสัน (Adams, Ellis, & Beeson, 1977: 173-176) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็น สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ โดย

นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาวิธีการ ในการหาคำตอบของปัญหา นั่นคือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาจะได้จากการพิจารณาว่าจะต้องทำอะไร

คูลิกและรูดนิค (Kruilik & Rudnick, 1993: 6) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็น สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบที่ได้จะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ในตัวปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหามust ค้นหาว่าจะใช้วิธีการใด ในการหาคำตอบของปัญหา จึงจะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

เจษฎา รัตนบรรเทิง (2557: 13) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็น สถานการณ์หรือคำถามเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาคำตอบ แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้ความรู้ กระบวนการ และความสามารถในการแก้ปัญหา รวมทั้งประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์หลาย ๆ ด้าน เพื่อนำไปสู่คำตอบที่ต้องการ

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ เราอาจสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาคำตอบ แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้ความรู้ กระบวนการ และความสามารถในการแก้ปัญหา รวมทั้งประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์หลาย ๆ ด้าน เพื่อนำไปสู่คำตอบที่ต้องการ

### ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ รูปแบบของปัญหาที่แสดงถึงกระบวนการคิด และทักษะการคิดคำนวณในรูปแบบต่าง ๆ โดยมีนักการศึกษาทางคณิตศาสตร์หลายท่านได้กล่าวถึงประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

พิสมัย ศรีอำไพ (2533: 13) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาขั้นเดียว (one-step problem) เป็นปัญหาที่ทุกคนคุ้นเคยอยู่ การแก้ปัญหาแบบนี้มักใช้วิธีการบวก ลบ คูณ และหารธรรมดา

2. ปัญหาหลายขั้น (multiple-step problem) เป็นปัญหาที่สามารถแก้ไขได้โดยการกระทำเบื้องต้นตั้งแต่ 2 ขั้นตอนขึ้นไป หรืออาจจะใช้การกระทำชนิดเดิมแต่ซ้ำกันหลายครั้ง

3. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ความคิดที่เป็นเหตุผลช่วยในการแก้ปัญหาโดยใช้กลยุทธ์หลาย ๆ แบบ เช่น มองหาแบบรูป วาดภาพสร้างสมการ และอื่น ๆ โดยทั่วไปปัญหาเหล่านี้ไม่สามารถแก้ได้โดยวิธีการบวก ลบ คูณ และหารธรรมดา

4. ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ (applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเก็บข้อมูลและตัดสินใจเอง การที่จะหาผลเฉลยของปัญหาอาจจะใช้กลยุทธ์หลายอย่าง ปัญหาเหล่านี้สะท้อนให้เห็นสถานการณ์ และอาจจะไม่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว

รุ่งฟ้า จันทจักรภรณ์ (2554: 14-16) ได้กล่าวว่า นักการศึกษาได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกเป็นประเภทต่าง ๆ โดยพิจารณาจากเกณฑ์ต่อไปนี้

### 1. พิจารณาจากผู้แก้ปัญหา

1.1 ปัญหาที่คุ้นเคย (routine problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น มักพบเห็นเป็นกิจวัตรในโรงเรียนและเมื่อเผชิญปัญหา ก็สามารถแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ทันที ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน

1.2 ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (nonroutine problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่มีความคุ้นเคย กับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มักไม่ค่อยพบบ่อยในโรงเรียน ซึ่งเมื่อต้องเผชิญปัญหา เหล่านั้นทำให้ต้องประมวลความรู้ความสามารถเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหาได้ ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน

### 2. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา

2.1 ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ (problems to find an answer) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียน ค้นหาคำตอบหรือตัวไม่ทราบค่าซึ่งคำตอบมักอยู่ในรูปปริมาณ หรือให้หาวิธีการและคำอธิบาย เหตุผล

2.2 ปัญหาที่ให้พิสูจน์ (problems to prove) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแสดงเหตุผล ว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

### 3. พิจารณาจากลักษณะของปัญหา

3.1 ปัญหาขั้นตอนเดียวหรือปัญหาข้อความอย่างง่าย (one-step problems or simple translation problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยค สัญลักษณ์ หรือดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ปัญหาประเภทนี้มักเป็นปัญหาที่มีขั้นตอนเดียวและ นักเรียนเคยพบมาก่อนในการเรียนการสอนปกติ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน กลยุทธ์ในการ แก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (mathematical operation)

3.2 ปัญหาหลายขั้นตอนหรือปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (multiple-step problems or complex translation problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็น ประโยคสัญลักษณ์ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และเป็นปัญหาที่มีสองขั้นตอนหรือมากกว่า สองขั้นตอน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

3.3 ปัญหาปลายเปิด (open-ended problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนสร้าง คำถามขึ้นมาเอง ปัญหาปลายเปิดจะมีคำตอบที่เปิดกว้างและเป็นไปได้หลายคำตอบ หรือมีวิธีการ และแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสถานะแวดล้อมและวิธีการแก้ปัญหา

ปัญหาประเภทนี้จะให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ ซึ่งทำให้นักเรียนต้องหาคำตอบของปัญหา ต้องอธิบาย และแสดงวิธีการที่ได้มาของคำตอบด้วย

3.4 ปัญหาเป็นกระบวนการ (process problems) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ในทันที นักเรียนต้องค้นหาขั้นตอนและกลยุทธ์ในการหาคำตอบก่อน เช่น การวาดรูป การสร้างตารางหรือการแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ และหารูปแบบของปัญหาทั่วไป

3.5 ปัญหาการประยุกต์หรือปัญหาสถานการณ์ (applied problems or situation problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนใช้ข้อเท็จจริง ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้กำหนดไว้ในปัญหามาช่วยแก้ปัญหา ส่วนใหญ่มักเป็นปัญหาในชีวิตจริง (real life problems) ซึ่งต้องอาศัยกระบวนการ/วิธีการทางคณิตศาสตร์มาช่วยหาคำตอบ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบข้อมูล ประมวลผล / แปลผลข้อมูล และการตัดสินใจ

3.6 ปัญหาปริศนา (puzzle problems) เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ เชาวน์ปัญญา และความเฉียบคมมาช่วยแก้ปัญหา ซึ่งบางครั้งอาจไม่จำเป็นต้องใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งก็ต้องใช้เทคนิคเฉพาะ ปัญหาประเภทนี้เป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุมและมักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ซึ่งผู้มีทักษะการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาประเภทนี้ได้ดี

เลสเตอร์และชาร์ล (Lester & Charles, 1982: 1-2) ได้จำแนกประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (drill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น
2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบมาก่อน เช่น ปัญหาในหนังสือเรียนต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาลับสมองที่มุ่งให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณ
3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (complex translation problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ
4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันทีจะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหา เน้นการพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจ มีการวางแผนแก้ปัญหาและประเมินผลคำตอบ



5. ปัญหาการประยุกต์ (applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวม การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบ การประมวลผล และการแปลผล มาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

6. ปัญหาปริศนา (puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่มไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหานั้น บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหานั้นและเป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุม ปัญหาปริศนามักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ผู้ที่มีทักษะในการแก้ปัญหานั้นจะแก้ปัญหานั้นได้ดีกว่า จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งได้หลายประเภทขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของการนำไปใช้และกฎเกณฑ์ในการจำแนก เช่น แบ่งตามประเภทของปัญหา ผู้แก้ปัญหานั้น จุดประสงค์ของปัญหา ลักษณะของปัญหา หรือเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหานั้น เป็นต้น

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เราอาจสรุปประเภทของปัญหาออกเป็น 3 ประเภท คือ ปัญหาในรูปแบบข้อความ ปัญหาการประยุกต์ และปัญหาที่เป็นกระบวนการ

### ทักษะการแก้ปัญหานั้น

#### ความหมายของทักษะการแก้ปัญหานั้น

ทักษะการแก้ปัญหานั้น มีความจำเป็นสำหรับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพราะจะช่วยให้เราแก้โจทย์ปัญหาที่ท้าทาย โดยผ่านกระบวนการคิดและอาศัยประสบการณ์ มีนักการศึกษาหลายคนได้ให้ความหมายของทักษะการแก้ปัญหานั้น ตัวอย่างเช่น

กาย์และวินตัน (Gagne & Winston, 1970: 186-187) กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหานั้น หมายถึงความสามารถในการนำกฎ สูตร ความคิดรวบยอด และหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหานั้นได้อย่างเหมาะสม

ซูยแดม (Suydam, 1980: 36) กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหานั้น หมายถึงความสามารถในการเข้าใจในความคิดรวบยอดและข้อความทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแยกแยะความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างกัน ความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูลและวิธีการที่ถูกต้อง ความสามารถในการแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลและประมาณค่า ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ และตีความหมายของข้อเท็จจริงเชิงปริมาณ

กองวิจัยการศึกษา (2531: 10-18, อ้างถึงใน เรวดี มีสุข, 2556: 49-50) กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหานั้น หมายถึง กระบวนการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความสามารถในการเข้าใจ

โจทย์ ความสามารถในการหาวิธีการได้ถูกต้อง ความสามารถในการคิดคำนวณ และความสามารถในการหาคำตอบได้ถูกต้อง

นியูสนี่ อามะ (2556: 26) กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหา หมายถึง วิธีการหรือขั้นตอน เพื่อให้ได้คำตอบโดยมีการแสดงวิธีทำโดยละเอียดชัดเจน ในการแก้ปัญหาต้องมีการวิเคราะห์ วางแผนการใช้เทคนิคต่าง ๆ ความคิดรวบยอด ทักษะ และหลักการที่เคยเรียนมาใช้ในการแก้ปัญหา

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับทักษะการแก้ปัญหา เราอาจสรุปได้ว่า ทักษะการแก้ปัญหาเป็นการใช้ประสบการณ์กำหนดทางเลือก เพื่อจัดการกับปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตอย่างเป็นระบบและเหมาะสมกับตนเองที่สุด

### การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่สำคัญเพื่อนำไปสู่เป้าหมาย คือ คำตอบของปัญหานั้น ๆ ที่ผู้แก้ปัญหามองหา ซึ่งต้องใช้ความรู้จากหลาย ๆ ส่วนประกอบกัน มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น

โพลยา (Polya, 1980: 1-2) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็น การหาวิธีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหาเป็นการหาวิธีการที่จะนำไปสู่สิ่งที่ยุ่งยากออกไป วิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะได้ข้อมูลลงเอยหรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

คัตซ์ (Kutz, 1991: 91) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นเมื่อมีเงื่อนไขต่อไปนี้

1. มีเป้าหมายของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สามารถจะเป็นไปได้ ซึ่งเป้าหมายนั้น จะถูกทำความเข้าใจโดยผู้แก้ปัญหานั้น
2. วิธีที่จะนำไปสู่เป้าหมายนั้นจะมีอุปสรรค ซึ่งผู้แก้ปัญหามองหาจะไม่รู้วิธีที่จะบรรลุเป้าหมายนั้น
3. ผู้แก้ปัญหามองหากระตุ้นเพื่อให้บรรลุเป้าหมาย

เจษฎา รัตนบรรเทิง (2557: 19) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็น กระบวนการที่ทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหานั้น ๆ โดยนักเรียนต้องบูรณาการความรู้จากหลาย ๆ ส่วน เพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่นักเรียนต้องการ

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เราอาจสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหานั้น ๆ โดยนักเรียน

ต้องบูรณาการความรู้จากหลาย ๆ ส่วน สำหรับเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่นักเรียนต้องการ

### กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหา (problem solving process) มีบทบาทสำคัญในการช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คำตอบของปัญหาจะช่วยให้ผู้แก้ปัญหาค้นพบวิธีการใหม่ ๆ และยังสามารถประยุกต์นำวิธีการ ไปใช้กับปัญหาอื่น ๆ ได้ มีนักการศึกษากล่าวถึงกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้หลายลักษณะ ตัวอย่างเช่น

ทอร์เรนซ์ (Torrance, 1963: 135) กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด
2. การระดมความคิดเพื่อแก้ปัญหา
3. การสรุปปัญหาและจัดลำดับความสำคัญของปัญหา
4. การระดมความคิดเพื่อหาวิธีในการแก้ปัญหา
5. การเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด
6. การนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา

โพลยา (Polya, 1973: 16-17) กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจโดยการหาว่าสิ่งที่ต้องการคืออะไร เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ ในขั้นนี้การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อย ๆ อาจช่วยให้เข้าใจปัญหาคืบขึ้น

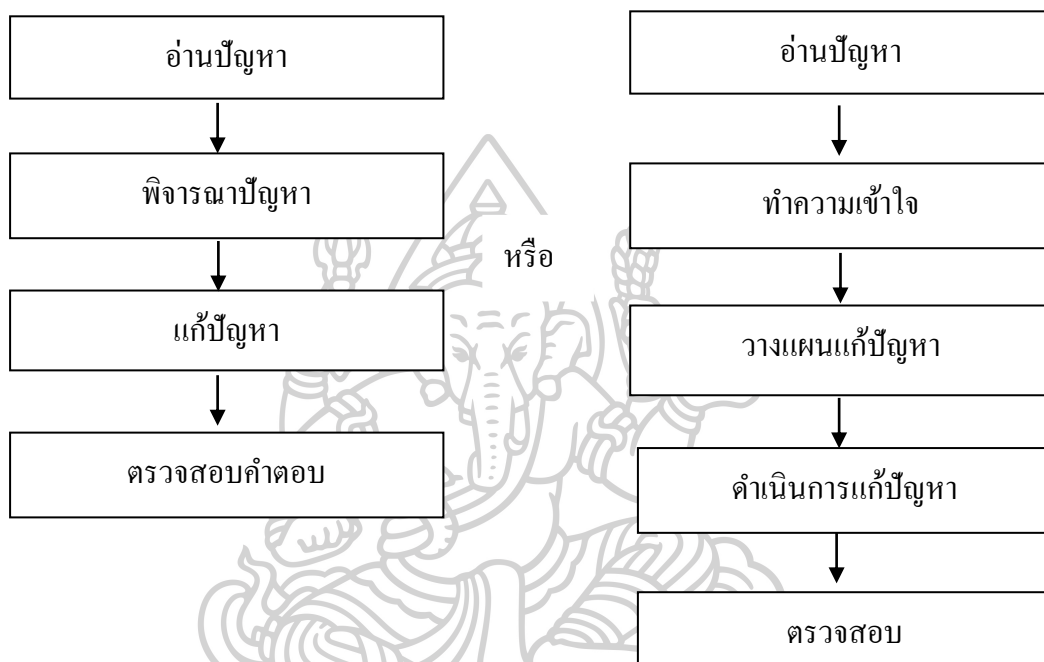
2. วางแผน เป็นขั้นตอนที่เชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการ นักเรียนอาจเริ่มต้นด้วยการคิดก่อนว่าเคยเห็นปัญหานี้มาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันนี้หรือไม่ จะใช้ความรู้หรือวิธีการใดแก้ปัญหา จะแก้ปัญหบางส่วนใดได้ก่อนบ้าง จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่เพื่อให่สิ่งที่ต้องการทราบกับข้อมูลที่มีอยู่สัมพันธ์กันมากขึ้นได้หรือไม่

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

4. ตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา พิจารณาวามีคำตอบ หรือมีวิธีแก้ปัญหาย่างอื่นอีกหรือไม่ พิจารณาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาก็ กะทัดรัด ชัดเจน เหมาะสมขึ้นกว่าเดิม

ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากการแก้ปัญหาที่ผ่านมา ขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez, & Hadaway, 1993: 1-24) กล่าวถึง การแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่ามักจะนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้น ๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง ดังภาพที่ 1

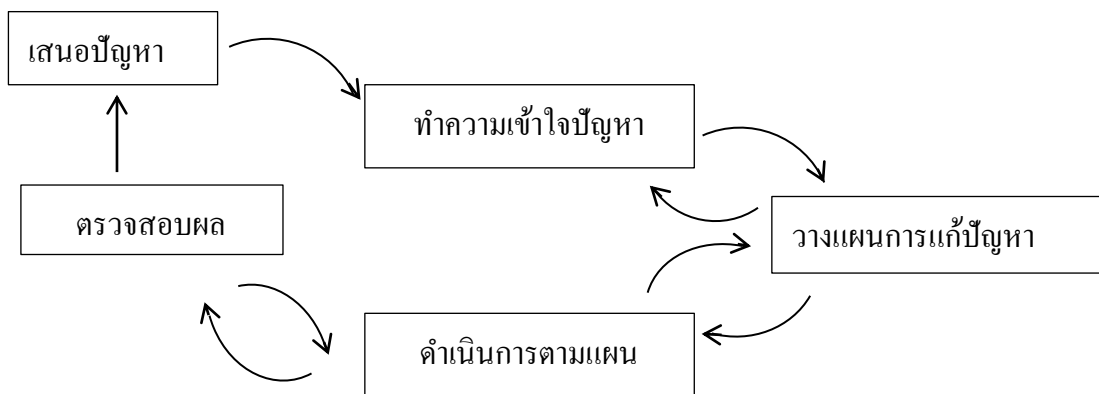


ภาพที่ 1 ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง

ซึ่งรูปแบบเช่นนี้ วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson et al., 1993: 1-24) มองว่ามีข้อบกพร่อง ดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหาเป็นดังเช่นชุดของขั้นตอน
3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องจำ ต้องฝึก และต้องกระทำซ้ำ ๆ
4. เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

จากข้อบกพร่องดังกล่าว วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson et al., 1993: 1-24) ได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา (Polya, 1973: 16-17) โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต (dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการแก้ปัญหา ผู้วิจัยใช้แนวคิดของโพลยา ซึ่งแบ่งกระบวนการแก้ปัญหาเป็น 4 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยคือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบ

#### ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

ในการแก้ปัญหานี้ นอกจากผู้แก้ปัญหจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอในการแก้ปัญหแล้ว สิ่งที่ผู้แก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่ดีจำเป็นต้องศึกษาคือ เรื่อง ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนับเป็นปัจจัยที่สำคัญในการแก้ปัญห รวมทั้งการเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหที่เหมาะสมจะส่งผลให้การแก้ปัญหานั้นมีประสิทธิภาพสูงสุด ผู้แก้ปัญหควรจะได้เรียนรู้หรือฝึกทักษะการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหต่าง ๆ อยู่เป็นประจำ เพื่อให้เกิดความชำนาญและใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาหลายท่านได้นำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553: 6-9) ได้กล่าวถึง ยุทธวิธี การแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ โดยยุทธวิธีเดาและตรวจสอบเป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดให้ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องนำมาใช้เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาในครั้งแรก ๆ ใช้เป็นข้อมูลในการสร้างกรอบในการเดาครั้งต่อไปที่มีความชัดเจนขึ้นและเข้าถึงคำตอบของปัญหาได้เร็วขึ้น การเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดาเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

2. ยุทธวิธีประมาณคำตอบในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ เมื่อกำหนดแนวทางและวิธีการคิดคำนวณได้แล้ว ในการหาคำตอบอาจใช้การประมาณค่าจำนวนต่าง ๆ ให้มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหน่วย จำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อย หรือจำนวนเต็มอื่น ๆ แล้วแต่กรณี แล้วประมาณคำตอบจากการคิดคำนวณอย่างคร่าว ๆ ซึ่งสามารถดำเนินการได้ค่อนข้างรวดเร็วกว่าการคิดคำนวณตรง ๆ บันทึกคำตอบที่ได้จากการประมาณนี้ไว้ คำตอบที่ได้จากการประมาณจะช่วยให้มองเห็นภาพของคำตอบที่ต้องการและสามารถนำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้จากการคำนวณตามปกติเพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ และในปัญหาบางปัญหา ผลจากการประมาณคำตอบสามารถนำมาใช้เป็นข้อมูลในการหาคำตอบที่ต้องการได้

3. ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพศักยภาพ ในการแก้ปัญหาของนักเรียนมีข้อจำกัดจนกระทั่งเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็กค่อนข้างจะมีความยากลำบากในการใช้สัญลักษณ์เพื่อแก้ปัญหา ทางเลือกที่ดีทางหนึ่งที่เป็นรูปธรรมมากกว่าคือ การใช้ภาพและแผนภาพสำหรับเด็กเล็กสามารถใช้ภาษาที่แทนด้วยรูปภาพในการบันทึกข้อสนเทศเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เมื่อเด็กมีวุฒิภาวะขึ้น สิ่งแทนด้วยรูปภาพและแผนภาพจะเปลี่ยนไปเป็นตัวเลขและนิพจน์อย่างอื่นทางคณิตศาสตร์การเขียนภาพหรือแผนภาพช่วยให้เข้าใจปัญหาง่ายขึ้นและบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากเขียนภาพหรือแผนภาพนั้น

4. ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ ตัวแบบพบอยู่มากมายในคณิตศาสตร์ ตัวแบบมีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย นักเรียนควรจะได้รับกระตุ้นให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสมในการทำความเข้าใจและกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา เราสามารถใช้สิ่งต่าง ๆ ในการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ปัญหา

5. ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ การลงมือปฏิบัติเป็นยุทธวิธีแก้ปัญหาประเภทหนึ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ โดยปกติอาจทำคร่าว ๆ ก่อน ไม่นับความละเอียดและประณีต เพื่อให้เห็นภาพรวมของงานที่ทำ เป็นยุทธวิธีที่ดีที่ทำให้นักเรียนได้คิดผ่านการกระทำ และทำให้มองเห็นภาพของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรม เข้าใจง่าย

6. ยุทธวิธีแจกแจงรายการ การแจกแจงรายการเป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ได้แก่ ข้อมูลที่กำหนดกรณีต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นจากข้อมูลที่กำหนด โดยนำเสนอให้เป็นระบบ มีระเบียบ ครบถ้วนเป็นหมวดหมู่ ป้องกันการเสนอซ้ำซ้อน อาจนำเสนอในรูปตาราง เพื่อให้การพิจารณาใช้ประโยชน์จากข้อมูลทำได้สมบูรณ์ การแจกแจงรายการอาจนำเสนออย่างครบถ้วนทุกประเด็น เมื่อกรณีต่าง ๆ ที่จะนำเสนอมีจำนวนจำกัดหรืออาจนำเสนอเพียงบางรายการที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบของปัญหาก็ได้

7. ยุทธวิธีสร้างตาราง การจัดกระทำกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบมีระเบียบ โดยการนำมาเขียนลงในตาราง ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ การใช้ยุทธวิธีสร้างตารางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีประเด็นที่ควรพิจารณา ดังนี้

- 7.1 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- 7.2 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี
- 7.3 สร้างตารางเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลสองชุด (หรือมากกว่า)
- 7.4 สร้างตารางเพื่อค้นหาหน่วยทั่วไปของความสัมพันธ์

8. ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป แบบรูปเป็นสิ่งที่ปรากฏอยู่ในธรรมชาติและเป็นสิ่งที่มีมนุษย์สร้างขึ้น แบบรูปเป็นสาระสำคัญที่เด่นชัดในคณิตศาสตร์ การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ได้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เด็กเล็ก ๆ สามารถค้นหาและพรรณนาแบบรูปได้จาก การร้อยลูกปัด การเล่นเกมไม้บล็อก ในระดับประถมศึกษาเด็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของจำนวน เช่น 2, 4, 6, 8, ... , 30, 27, 24, 21, ... เป็นต้น นักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูงกว่าจะทำกิจกรรมเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและมีความซับซ้อน ได้ดีกว่า

9. ยุทธวิธีเปลี่ยนมุมมอง การเปลี่ยนมุมมองดูเหมือนว่าเป็นแนวทางการคิดมากกว่าที่จะเป็นยุทธวิธี ยุทธวิธีนี้บางทีเรียก หุคคิดก่อน (breaking out) เพราะผู้แก้ปัญหาต้องหยุดคิดมองปัญหาในรอบด้าน หาวิธี หามุมมองของปัญหาใหม่ ซึ่งอาจแปลกแยกไปจากวิธีปกติธรรมดา

10. ยุทธวิธีนี้มาถึงปัญหาที่คล้ายกัน เมื่อเผชิญกับปัญหา สิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหาคควรกระทำคือ การพิจารณาว่าปัญหานี้คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน หรือมีบางส่วนของปัญหาคคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ผู้แก้ปัญหาคต้องคิดทบทวนถึงวิธีการหรือยุทธวิธีที่เคยใช้แล้วพิจารณาเพื่อนำมาประยุกต์กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

11. ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ปัญหาบางปัญหาเหมือนเป็นปัญหาใหม่ อาจเป็นด้วยขนาดของจำนวนหรือความซับซ้อนของปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายลงจะช่วยให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาค และนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาคที่กำหนดให้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาให้ง่ายคือ การแบ่งปัญหาคออกเป็นส่วน ๆ หรือเริ่มต้นด้วยปัญหาคที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง การทำปัญหาให้ง่ายสามารถนำมาใช้ เพื่อให้สามารถค้นหาแบบรูปของคำตอบได้

12. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร การแก้ปัญหาคด้วยวิธีนี้กระทำโดยสมมติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า สร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ตามเงื่อนไขที่ปัญหาคกำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น แล้วพิจารณาหาคำตอบของปัญหาคจากความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ปัญหาคบางปัญหาคสามารถสร้าง

ความสัมพันธ์ในรูปสมการที่สอดคล้องกับปัญหาได้ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ทำโดยแก้สมการ แล้วพิจารณาความเป็นไปได้จากคำตอบของสมการนั้น

13. ยุทธวิธีให้เหตุผล การให้เหตุผลในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดให้ปัญหาผนวกกับข้อความรู้ที่ทราบมาก่อนเป็นเหตุบังคับ ไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา และมักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ

14. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ ยุทธวิธีทำย้อนกลับเป็นยุทธวิธีเฉพาะซึ่งสามารถประยุกต์กับปัญหาบางปัญหา โดยที่การแก้ปัญหามีต้นจากสิ่งที่กำหนดให้แล้วหาความเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการทำได้ค่อนข้างยาก แต่ว่าการเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้วหาความเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่ปัญหาคำหนดให้ทำได้ง่ายกว่า เป็นยุทธวิธีที่มีคุณค่าสำหรับนักเรียนในการเรียนรู้ เป็นวิธีการที่ชาญฉลาดในการช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผล เป็นยุทธวิธีที่ใช้การคิดวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ

ฮาร์ทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ดส์ และบิทเทอร์ (Hatfield, Edwards, & Bitter, 1993: 55-60) ได้กล่าวถึง ยุทธวิธีการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การคาดคะเนและตรวจสอบ คือ วิธีการเสนอคำตอบที่ใกล้เคียงเพื่อตัดสินใจว่าแนวทางแก้ปัญหานั้นจะเป็นวิธีใด ซึ่งคำตอบที่ได้อาจไม่ถูกต้อง คำตอบที่คาดคะเนขึ้นมาจะต้องตรวจสอบเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง การคาดคะเนคำตอบสามารถทำเป็นประจำจนเป็นพื้นฐานในชั้นเรียน

2. การค้นหาแบบรูป คือ การหาแบบรูปจากข้อมูลที่กำหนดให้มาและค้นหาข้อมูลที่ไม่ได้กำหนดมาให้

3. พิจารณาว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ บางครั้งข้อมูลที่ให้มาอาจไม่เพียงพอ มีบางส่วนที่ขาดหายไป

4. การวาดภาพประกอบ วาดกราฟ และสร้างตาราง วิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยากหรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟ และตารางเป็นการแสดงข้อมูลในรูปแบบของจำนวน ช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ได้ง่ายขึ้น

5. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น นักเรียนต้องตัดข้อมูลที่ไม่จำเป็นออก เพื่อทำให้การแก้ปัญหานั้นง่ายขึ้น

6. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

7. การสร้างแบบจำลองของปัญหา การสร้างแบบจำลองจะทำให้นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้ปัญหได้ง่ายขึ้น



8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ นักเรียนต้องคิดย้อนกลับว่าจะหาคำตอบนั้นได้อย่างไร

9. การเขียนแผนผังสายงาน การเขียนแผนผังสายงานจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่ต้องดำเนินการตามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ต้องการก่อนที่จะแก้ปัญหา

10. การลงมือแก้ปัญหาทันที เป็นการลงมือทำการแก้ปัญหาโดยทันที ซึ่งบางครั้งจะทำให้มองเห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

11. การทำให้ปัญหาง่ายขึ้น เป็นการแทนจำนวนน้อย ๆ ที่สามารถคำนวณได้ โดยที่นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ก่อนที่จะแก้ไขปัญหานักเรียนจะต้องใช้ความรู้ในการเลือกดำเนินการที่เหมาะสม

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหามathematics เราอาจสรุปได้ว่า ยุทธวิธีหรือวิธีการให้ได้มาซึ่งคำตอบในการแก้ปัญหานั้นหัวใจสำคัญสำหรับการแก้ปัญหา ทำให้ผู้แก้ปัญหามีประสิทธิภาพในการหาคำตอบได้ สำหรับปัญหาข้อหนึ่ง ๆ อาจเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี โดยขึ้นอยู่กับทักษะ ความรู้ และประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหาว่าจะสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหานั้นที่เหมาะสมสำหรับปัญหานั้น ๆ ได้หรือไม่ ซึ่งผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจในยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นเป็นอย่างดี ต้องมีการฝึกฝนแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีต่าง ๆ อยู่เป็นประจำ เมื่อพบสถานการณ์ปัญหาอื่น ๆ สามารถนำทักษะและประสบการณ์ที่มีไปประยุกต์ให้เกิดประโยชน์ต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหามathematics

### การประเมินผลการแก้ปัญหามathematics

#### หลักการประเมินผลการแก้ปัญหามathematics

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 12-14) กล่าวว่า การประเมินผลการแก้ปัญหามathematics มีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. การวัดและประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่องควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เป็นสิ่งเร้าส่งเสริมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ โดยอาจใช้คำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจในด้านเนื้อหา ส่งเสริมให้เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดังคำถามต่อไปนี้ “นักเรียนแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร” “ใครมีวิธีการนอกเหนือจากนี้บ้าง” “นักเรียนคิดอย่างไรกับวิธีการที่เพื่อนเสนอมา” การกระตุ้นด้วยคำถามที่เน้นการคิดจะทำให้เกิดการปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกันเองและระหว่างครูกับนักเรียน นักเรียนได้มี

โอกาสแสดงความคิดเห็น นอกจากนี้ยังสามารถใช้คำตอบของนักเรียนเป็นข้อมูลเพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจ และพัฒนาการด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อีกด้วย

2. การวัดและประเมินผลต้องสอดคล้องกับคุณภาพของนักเรียนที่ระบุไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ และจะต้องสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และต้องแจ้งผลการเรียนรู้ที่คาดหวังในแต่ละเรื่องให้นักเรียนทราบโดยตรงหรือทางอ้อมเพื่อให้นักเรียนได้ปรับปรุงตนเอง

3. การวัดและประเมินผลต้องครอบคลุมทั้งความรู้ ด้านความคิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ ตามสาระการเรียนรู้ที่จัดไว้ในหลักสูตรสถานศึกษา โดยเน้นการเรียนรู้ด้วยการทำงาน หรือทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดสมรรถภาพทั้ง 3 ด้าน งานหรือกิจกรรมดังกล่าวควรมีลักษณะ ดังนี้

3.1 สาระในงานหรือกิจกรรมต้องใช้การเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง

3.2 ทางเลือกในการดำเนินงานหรือการแก้ปัญหาหลายวิธี

3.3 เงื่อนไขหรือสถานการณ์ของปัญหาที่เป็นปลายเปิด เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความสามารถตามศักยภาพของตน

3.4 งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้นักเรียนได้ใช้การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ เช่น การพูด การเขียน การวาดรูป เป็นต้น

3.5 งานหรือกิจกรรมควรมีความใกล้เคียงกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เพื่อช่วยให้นักเรียนได้เห็นความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งจะก่อให้เกิดความตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์

4. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องช่วยให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับนักเรียนซึ่งสามารถทำได้โดยใช้เครื่องมือและวิธีการที่เหมาะสมกับนักเรียน เช่น การมอบหมายงานให้ทำการบ้าน การเขียนแบบบันทึกทางคณิตศาสตร์ การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ การจัดทำแฟ้มสะสมผลงาน การทำโครงการ เป็นต้น รวมทั้งการให้นักเรียนได้ประเมินตนเอง และนำผลที่ได้ไปตรวจสอบกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังตามที่กำหนดไว้ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้มีข้อมูลเกี่ยวกับนักเรียนอย่างครบถ้วน

5. การวัดและประเมินผลเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถทางคณิตศาสตร์ โดยมีจุดประสงค์เพื่อนำผลการประเมินมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน รวมทั้งปรับปรุงการสอนของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพ จึงต้องวัดและประเมินผลอย่างสม่ำเสมอ และนำผลที่ได้มาใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอน ซึ่งแบ่งการประเมินผลเป็น 3 ระยะ คือ การวัดและประเมินผลก่อนเรียน การวัดและประเมินผลระหว่างเรียน และการวัดและประเมินผลหลังเรียน

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เราอาจสรุปได้ว่า หลักการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องเป็นการกระทำที่ต่อเนื่อง สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รวมทั้งมีการแจ้งผลการประเมินให้แก่ นักเรียน เพื่อให้ นักเรียน ได้มีการพัฒนาและปรับปรุงแก้ไขต่อไป

### วิธีการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ชาร์ล เลสเตอร์ และ โอ คาฟเฟอร์ (Charles, Lester, & O'Daffer, 1987: 2-30) กล่าวว่า วิธีการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 4 วิธี ได้แก่

1. การสังเกตและการใช้คำถาม คือ การสังเกตและการใช้คำถามกับนักเรียน ขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาจะทำให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์เกี่ยวกับการแสดงออก เจตคติ และความเชื่อต่าง ๆ การสังเกตอย่างไม่เป็นทางการและการใช้คำถามกับนักเรียนสามารถใช้ประเมินเมื่อนักเรียนทำงานเป็นรายบุคคล ในกลุ่มเล็ก หรือในขณะที่อภิปรายร่วมกันทั้งชั้น คาดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพที่สุดระหว่างที่นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคลหรือในกลุ่มเล็ก เนื่องจากครูมีข้อจำกัดในด้านเวลาในการจดบันทึก ขณะที่มีการอภิปรายทั้งชั้นเรียน เครื่องมือในการประเมินที่ครูต้องเตรียมไว้ล่วงหน้า เช่น แบบตรวจสอบ มาตรฐานค่า เป็นต้น

2. การใช้การประเมินข้อมูลด้วยตัวของนักเรียนเอง คือ การใช้การประเมินข้อมูลเฉพาะตัวของนักเรียนจะมีคุณค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความซื่อตรงที่นักเรียนรายงานหรือบันทึกออกมาถึงความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจและความคิดของนักเรียนเองเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่กำหนด เครื่องมือสำหรับประเมินวิธีนี้คือ สมุดรายงานผล ที่นักเรียนต้องเขียนเล่าประสบการณ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา ภายหลังจากที่แก้ปัญหาสำเร็จแล้ว ทั้งนี้ครูสามารถใช้คำถามต่อไปนี้เพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับและอธิบายความคิดของนักเรียนขณะที่แก้ปัญหาได้ เช่น นักเรียนทำอะไรเมื่อแรกพบปัญหา นักเรียนคิดถึงอะไร นักเรียนใช้หรือไม่ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ผลเป็นอย่างไร มีอะไรเกิดขึ้นบ้าง ยุทธวิธีนั้นสามารถใช้แก้ปัญหาได้คำตอบเลยหรือไม่ ถ้าแก้ปัญหาไม่สำเร็จ นักเรียนพยายามหายุทธวิธีอื่นมาลองใช้อีกหรือไม่ ผลเป็นอย่างไร นักเรียนหาคำตอบของปัญหาได้หรือไม่ นักเรียนรู้สึกอย่างไร นักเรียนตรวจสอบคำตอบหรือไม่ ลองใช้วิธีการอื่น ๆ บ้างหรือไม่ นักเรียนแน่ใจหรือไม่ว่าคำตอบที่ทำได้ถูกต้อง ความรู้สึกของนักเรียนโดยภาพรวมเป็นอย่างไรเกี่ยวกับการแก้ปัญหานี้

3. การใช้แบบทดสอบ ได้แก่ แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ และแบบทดสอบชนิดเติมคำตอบ โดยแบบทดสอบชนิดเลือกตอบจะประกอบด้วยข้อคำถาม ซึ่งแต่ละข้อคำถามจะมีตัวเลือกหลาย ๆ ตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกตอบตัวเลือกที่นักเรียนคิดว่าถูกต้องมากที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว

ส่วนแบบทดสอบชนิดเติมคำตอบเป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อคำถาม ซึ่งแต่ละคำถามจะเว้นช่องว่างไว้ เพื่อให้ให้นักเรียนเติมคำหรือใส่ประโยคที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

#### 4. การให้คะแนนแบบรูปรีด

4.1 การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ เป็นวิธีการประเมินที่กำหนดค่าของคะแนนโดยพิจารณาแยกแยะจากขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ขั้นตอนแรก คือ การกำหนดขั้นตอนของการแก้ปัญหา ขั้นตอนที่สอง คือ การกำหนดพิสัยของคะแนนที่เป็นไปได้ในแต่ละขั้น

4.2 การให้คะแนนแบบองค์รวม เป็นวิธีการประเมินที่เน้นภาพรวมของคำตอบ การให้คะแนนจะไม่กำหนดคะแนนแยกแยะในแต่ละประเด็น แต่จะกำหนดน้ำหนักคะแนนสำหรับภาพรวมของคำตอบทั้งหมด

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับวิธีการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เราอาจสรุปได้ว่า วิธีการประเมินผลนั้นสามารถประเมินได้หลากหลายวิธี เช่น การประเมินจากการซักถาม การสังเกต การให้ผู้ถูกประเมินเป็นผู้ประเมินเอง เป็นต้น การประเมินที่นิยมใช้กันมากก็คือการประเมินโดยใช้แบบทดสอบ ทั้งนี้การประเมินนั้นมีความแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับสถานการณ์และการแปลผลในระดับต่อไป

#### การให้คะแนนแบบรูปรีด

การให้คะแนนแบบรูปรีดหรือแบบวิเคราะห์ (analytic scoring) เป็นวิธีการประเมินที่กำหนดค่าของคะแนนโดยพิจารณาแยกแยะจากขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังนั้นขั้นตอนแรกของการพัฒนามาตราส่วนของการให้คะแนนของการวิเคราะห์ คือ การกำหนดขั้นตอนของการแก้ปัญหาซึ่งเป็นที่ผู้ประเมินสนใจและขั้นตอนที่สอง คือ การกำหนดพิสัยของคะแนนที่เป็นไปได้สำหรับแต่ละขั้นตอน ข้อดีของการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ คือ ในการพิจารณาขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ไม่ใช่พิจารณาเพียงคำตอบเท่านั้น แต่เป็นวิธีการกำหนดคุณค่างานของนักเรียนด้วยการให้คะแนนที่ชัดเจน ช่วยให้ครูรู้จักอ่อนและจุดแข็งในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ตรงประเด็น ได้ข้อมูลเฉพาะเกี่ยวกับผลที่เกิดจากกิจกรรมการสอนที่หลากหลาย และมาตราส่วนการให้คะแนน โดยการวิเคราะห์สามารถปรับเปลี่ยนได้ตามความเหมาะสม มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ไว้ ดังนี้

ศิริพร ทิพย์คง (2544: 113-120) ได้เสนอเกณฑ์แนวทางการประเมินการแก้ปัญหาไว้  
ดังนี้

1. ความเข้าใจปัญหา

- |   |         |   |
|---|---------|---|
| 2 | หมายถึง | สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง                             |
| 1 | หมายถึง | สำหรับความเข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง                      |
| 0 | หมายถึง | สำหรับเมื่อมีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลย |

2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา

- |   |         |   |
|---|---------|---|
| 2 | หมายถึง | สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง   |
| 1 | หมายถึง | สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูก แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง |
| 0 | หมายถึง | สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง   |

3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

- |   |         |   |
|---|---------|---|
| 2 | หมายถึง | สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง   |
| 1 | หมายถึง | สำหรับการนำวิธีการแก้ปัญหบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง |
| 0 | หมายถึง | สำหรับการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง       |

4. การตอบ

- |   |         |  |
|---|---------|--|
| 2 | หมายถึง | สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้องสมบูรณ์           |
| 1 | หมายถึง | สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด |
| 0 | หมายถึง | เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ                         |

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 51) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการใช้การแก้ปัญหาลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์สำหรับการแก้ปัญหา ซึ่งมีรายละเอียดดัง ตารางที่ 1

ตารางที่ 1 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
4 (ยอดเยี่ยม)	- ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ชัดเจน
3 (ดี)	- ดำเนินการตามยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้องเข้าใจบางส่วนของปัญหาคิดไปโดยเงื่อนไขบางอย่างของปัญหา - เลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม หาคำตอบถูกต้อง แต่ดำเนินการตามยุทธวิธีได้ไม่สมบูรณ์ หรือ - เลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมและแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของปัญหาแต่ไม่ได้นำมาใช้แสดงเป็นคำตอบของปัญหา
2 (พอใช้)	- ใช้ยุทธวิธีไม่เหมาะสมและได้คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีสิ่ง que แสดงการมีความเข้าใจปัญหา หรือ - ใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม แต่ไม่ได้ดำเนินการจนกระทั่งได้คำตอบ - ใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม แต่ดำเนินการไม่ถูกต้อง และนำไปสู่การหาคำตอบที่ผิดพลาด หรือหาคำตอบไม่ได้ หรือ - ได้คำตอบของปัญหาย่อย ๆ ที่แบ่งจากปัญหาที่กำหนด แต่การดำเนินการต่อไปไม่ได้ หรือได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้แสดงรายละเอียดของวิธีการแก้ปัญหา
1 (ยังต้องปรับปรุง)	- แสดงวิธีหาคำตอบ และมีสิ่งบ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหาบางประการและมีแนวทางที่จะไม่นำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง - พยายามแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีที่ไม่เหมาะสมเพียงแนวทางเดียวซึ่งไม่สามารถแก้ปัญหาได้และไม่คิดหายุทธวิธีอื่น หรือ - มีสิ่งบ่งชี้ถึงความพยายามที่จะหาเป้าหมายย่อย ๆ ของปัญหาคำไม่ดำเนินการต่อ
0 (ไม่พยายาม)	- ไม่แสดงการแก้ปัญหาหรือไม่ตอบสนองสิ่งที่สัมพันธ์กับปัญหาคัดลอกข้อมูลจากปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้ให้เกิดความเข้าใจปัญหา

ที่มา: ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 51)

ชานนท์ จันทรา (2555: 54) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์สำหรับการแก้ปัญหา ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางที่ 2 ดังนี้

ตารางที่ 2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
4 (ดีมาก)	- ผลงานมีความถูกต้อง สมบูรณ์ แสดงถึงการเข้าใจปัญหา การใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาได้สำเร็จ และมีการอธิบายขั้นตอนวิธีการดังกล่าวและสรุปคำตอบได้อย่างชัดเจน
3 (ดี)	- ผลงานมีความถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ แสดงถึงความเข้าใจปัญหาการใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาได้สำเร็จ และมีการอธิบายขั้นตอนของวิธีการดังกล่าวและสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง
2 (พอใช้)	- ผลงานไม่ถูกต้อง แต่ดำเนินการหรือแสดงวิธีทำได้อย่างสมบูรณ์หรือผลงานบางส่วนมีความผิดพลาดหรือไม่ชัดเจนหรือแสดงถึง ความไม่เข้าใจปัญหา มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาได้สำเร็จ แต่ไม่สามารถอธิบายขั้นตอนของวิธีการดังกล่าวได้
1 (ต้องปรับปรุง)	- ผลงาน ไม่ถูกต้อง พบว่ามีข้อมูลน้อย ไม่สมบูรณ์ ไม่มีรายละเอียดหรือมีการดำเนินแก้ปัญหาบางส่วน และแก้ปัญหาไม่สำเร็จ

ที่มา: ชานนท์ จันทรา (2555: 54)

สุธรัตน์ สมรรถการ (2556: 81) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์สำหรับการแก้ปัญหา ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4	- ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จได้ เข้าใจชัดเจนและนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3	- ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ มีการแสดงคำตอบได้ไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
2	- ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จบางขั้นตอน แสดงคำตอบไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
1	- การดำเนินการแก้ปัญหามีร่องรอยบางขั้นตอน หากคำตอบไม่สำเร็จ
0	- ไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

ที่มา: สุธารัตน์ สมรรถการ (2556: 81)

เจษฎา รัตนบรรเทิง (2557: 65-67) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร และได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์สำหรับการแก้ปัญหา ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
ส่วนที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา	2 คะแนน	- นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ถูกต้อง
	1 คะแนน	- นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่กำหนดมาให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการถูกต้องบางส่วน
	0 คะแนน	- นักเรียนไม่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา หรือไม่มีร่องรอยการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา
ส่วนที่ 2 แก้ปัญหาและหาคำตอบ	4 คะแนน	- นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร แปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของตัวแปร เขียนสมการ แก้สมการหาค่าตัวแปร และมีการสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน
	3 คะแนน	- นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร แปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของตัวแปร เขียนสมการ แก้สมการหาค่าตัวแปรได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการสรุปคำตอบ



ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
	2 คะแนน	- นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร แปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของตัวแปร เขียนสมการได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถแก้สมการหาค่าตัวแปรได้ถูกต้อง
	1 คะแนน	- นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรและแปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของตัวแปรได้ แต่ไม่สามารถเขียนสมการได้ถูกต้อง
	0 คะแนน	- นักเรียนไม่แสดงวิธีทำ หรือไม่มีร่องรอยการแก้ปัญหา
ส่วนที่ 3 ทบทวนคำตอบ	2 คะแนน	- นักเรียนตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องและสมบูรณ์
	1 คะแนน	- นักเรียนตรวจสอบคำตอบได้ค่อนข้างถูกต้อง แต่ไม่สมบูรณ์
	0 คะแนน	- นักเรียนไม่ตรวจสอบคำตอบ

ที่มา: เฉลยภา รัตนบรรเทิง (2557: 65-67)

เสาวลักษณ์ บุญจันทร์ (2558: 51-52) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง กฎของไซน์และโคไซน์ ที่สอนโดยใช้กระบวนการคิดเชิงเมตาคognition และ ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์สำหรับการแก้ปัญหา ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดีมาก)	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการถามได้ถูกต้องครบถ้วน
	2 (ดี)	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการถามได้ส่วนใหญ่ถูกต้อง
	1 (พอใช้)	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการถาม

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
	0 (ต้องปรับปรุง)	ได้บางส่วนถูกต้อง - ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการถาม ไม่ถูกต้องหรือไม่ระบุเลย
2. การเลือกยุทธวิธี การแก้ปัญหา	1.5 (ดีมาก)  1 (ดี)  0.5 (พอใช้) 0 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และครอบคลุมทุกประเด็น - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาส่วนใหญ่ถูกต้อง - เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง - เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่ระบุ เลย
3. การใช้วิธีการแก้ ปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ปรับปรุง) 0 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องสมบูรณ์ - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ส่วนใหญ่ถูกต้อง - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องบางส่วน - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	1.5 (ดีมาก) 1 (ดี) 0.5 (พอใช้)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ - สรุปคำตอบได้ส่วนใหญ่ถูกต้อง - สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน

ที่มา: เสาวลักษณ์ บุญจันทร์ (2558: 51-52)

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย และมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
ความเข้าใจปัญหา	2 คะแนน	- นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ถูกต้องและสมบูรณ์
	1 คะแนน	- นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่ง
	0 คะแนน	- นักเรียนไม่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา หรือเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาไม่ถูกต้อง
การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	2 คะแนน	- นักเรียนเขียนวิธีการที่นำไปสู่ขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วนและครอบคลุมทุกประเด็น
	1 คะแนน	- นักเรียนเขียนวิธีการที่นำไปสู่ขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน
	0 คะแนน	- นักเรียนเขียนวิธีการที่นำไปสู่ขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่ระบุเลย
การใช้วิธีการแก้ปัญหา	5 คะแนน	- นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหาจากยุทธวิธีที่นักเรียนเขียนไปใช้อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับปัญหา และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน และสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	4 คะแนน	- นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหาจากยุทธวิธีที่นักเรียนเขียนไปใช้ได้อย่างถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สมบูรณ์
	3 คะแนน	- นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหาจากยุทธวิธีที่นักเรียนเขียนไปใช้ได้อย่างถูกต้องสอดคล้องกับปัญหาและแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอน แต่ไม่สรุปคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
	2 คะแนน	- นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหาจากยุทธวิธีที่นักเรียนเขียนไปใช้ได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจนและไม่สรุปคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง
	1 คะแนน	- นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหาจากยุทธวิธีที่นักเรียนเขียนไปใช้ได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ถูกต้องและไม่สรุปคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง
	0 คะแนน	- นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงขั้นตอนของการแก้ปัญหา หรือไม่มีสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง
เหตุผลในการเลือกวิธีการในกาแก้ปัญหา	1 คะแนน 0 คะแนน	- นักเรียนเขียนเหตุผลได้ถูกต้อง - นักเรียนไม่เขียนเหตุผลหรือเขียนไม่ถูกต้องทั้งหมด

### แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 193-194) ได้กล่าวว่า การวัดและประเมินผลด้วยแบบทดสอบ เป็นการวัดและประเมินผลที่ต้องการวัดความรู้ความสามารถทางสติปัญญาด้านความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า เนื่องจากสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์นี้ แบบทดสอบยังมีความสำคัญมาก เพราะคณิตศาสตร์เป็นสาระการเรียนรู้ที่ต้องเรียนรู้ไปตามลำดับขั้น ก่อนที่นักเรียนจะเรียนสาระการเรียนรู้ที่สูงขึ้นต้องมีพื้นฐานความรู้ที่เกี่ยวข้องเพียงพอเสียก่อน ซึ่งแบบทดสอบสามารถใช้เป็นเครื่องมือวัดและประเมินผลได้เป็นอย่างดี ทั้งนี้ผู้สอนควรเลือกให้เหมาะสมกับจุดมุ่งหมายที่ต้องการวัดและประเมินผล โดยทั่วไปแบบทดสอบมี 2 ประเภท ดังนี้

#### 1. ประเภทที่ 1 แบบทดสอบแบบเขียนตอบ ได้แก่

1.1 แบบทดสอบแบบไม่จำกัดคำตอบ เป็นแบบทดสอบที่เปิดโอกาสให้ผู้ตอบแสดงความคิดเห็นอธิบายอย่างอิสระ โดยตั้งคำถามใช้คำว่า ให้อธิบาย อภิปราย เปรียบเทียบวิเคราะห์

แสดงความคิดเห็น ข้อเสนอแนะ สรุป วางแผน ออกแบบการทดลอง ตั้งสมมติฐาน ตั้งเกณฑ์ตัดสินใจ ประเมินผล แสดงวิธีทำ หรือแสดงวิธีการแก้ปัญหา เป็นต้น

1.2 แบบทดสอบแบบจำกัดคำตอบ เป็นแบบทดสอบที่ต้องการคำตอบที่เฉพาะเจาะจง มีการกำหนดขอบเขตของการตอบ โดยตั้งคำถามใช้คำว่า ให้อธิบายสาเหตุ ยกตัวอย่าง เขียนวิธีการ สร้าง การพิสูจน์ ลำดับเรื่องราว ลำดับเหตุการณ์ จำแนก อธิบาย ความหมาย หรือนิยาม เป็นต้น

1.3 แบบทดสอบแบบตอบสั้นหรือเติมคำ/ข้อความ เป็นแบบทดสอบที่ข้อสอบแต่ละข้อขาดความสมบูรณ์ ซึ่งอาจเป็นข้อความ คำ หลักวิชา กฎเกณฑ์ ผลการคำนวณ ฯลฯ ผู้สอบต้องเติมคำตอบในช่องที่เว้นว่างไว้ให้สอดคล้องกับข้อความที่กำหนด และเมื่ออ่านแล้วต้องมีความหมายสมบูรณ์ถูกต้องตามหลักวิชา

## 2. ประเภทที่ 2 แบบทดสอบแบบเลือกตอบ ได้แก่

2.1 แบบถูก – ผิด เป็นแบบทดสอบที่ผู้สอบต้องพิจารณาว่าถูกหรือผิดเท่านั้นเหมาะสำหรับข้อสอบที่ข้อความมีทางเลือกเพียงสองทาง หรือต้องการถามมากข้อแต่มีเวลาจำกัด

2.2 แบบจับคู่ เป็นแบบทดสอบที่มี 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นชุดคำถามและส่วนที่เป็นชุดของคำตอบเหมาะสำหรับข้อสอบที่ต้องการหาความสัมพันธ์ของเรื่องราว เหตุการณ์ เหตุและผล กฎกับการประยุกต์ สัญลักษณ์กับความหมาย โดยชุดของคำตอบควรมีรายการมากกว่าชุดของคำถาม

2.3 แบบมีตัวเลือก เป็นแบบทดสอบที่ข้อสอบแต่ละข้อมีคำถามและตัวเลือกให้เลือก เช่น 3 ตัวเลือก 4 ตัวเลือก หรือ 5 ตัวเลือก โดยมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงตัวเลือกเดียว ส่วนตัวเลือกอื่น ๆ เป็นตัวเลือกลวง ถ้าแบบทดสอบนี้สร้างขึ้นอย่างมีคุณภาพจะมีประสิทธิภาพในการวัดและประเมินผลสูงและเหมาะกับการวัดสมรรถภาพสมองขั้นสูง เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล การอธิบาย การคิดคำนวณ การทำนายเหตุการณ์ เป็นต้น

ซานนัท จันทรา (2555: 79-81) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นเครื่องมือหนึ่งที่ช่วยให้ครูผู้สอนสามารถตัดสินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดระดับความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ ทักษะและสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ทั้งในส่วนของเนื้อหาสาระ ข้อเท็จจริงที่ได้เรียนรู้ และมโนทัศน์แต่ละเรื่อง จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

รูปแบบของแบบทดสอบ สามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. แบบทดสอบแบบปรนัยหรือแบบทดสอบที่ไม่ใช่ความเรียง (objective tests) เช่น แบบทดสอบเลือกตอบ แบบทดสอบแบบจับคู่ แบบทดสอบแบบถูก-ผิด แบบทดสอบแบบเติมคำ หรือแบบตอบสั้น ๆ และแบบทดสอบแบบเปรียบเทียบ

2. แบบทดสอบแบบอัตนัย หรือแบบทดสอบแบบความเรียง เช่น แบบทดสอบ แบบแสดงวิธีทำ แต่จะพบว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ใช้กันเป็นส่วนใหญ่ นั่นคือ แบบทดสอบเลือกตอบ และแบบทดสอบแสดงวิธีทำ เป็นต้น

แบบทดสอบเลือกตอบหรือแบบหลายตัวเลือก เป็นแบบทดสอบที่สามารถใช้วัดได้ทั้งความรู้ ความคิด ข้อเท็จจริง หลักการ ทฤษฎี การตัดสินใจ การแปล ความหมายของข้อมูล การนำไปใช้ การวิเคราะห์ ตลอดจนความสามารถด้านทักษะและกระบวนการคณิตศาสตร์ โดยแบบทดสอบชนิดนี้มีส่วนประกอบที่สำคัญ 2 ส่วน คือ ส่วนของคำถาม และส่วนของคำตอบที่เรียกว่า ตัวเลือก ซึ่งมีทั้งตัวเลือกที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องและเป็นคำตอบที่ผิดเรียกว่า ตัวลวง การสร้างแบบทดสอบแบบเลือกตอบให้มีคุณภาพมีหลักการดังนี้

#### ตารางที่ 7 การสร้างแบบทดสอบเลือกตอบ

คำถาม	ตัวเลือก
<ul style="list-style-type: none"> <li>- สั้น ชัดเจน ได้ใจความ และเป็นคำถามเดียว</li> <li>- ใช้ภาษาที่เหมาะสมและเข้าใจง่าย</li> <li>- เป็นตัวแทนของแนวคิดและเนื้อหาสำคัญที่ต้องการวัด</li> <li>- ควรใช้ประโยคบอกเล่า ถ้าจำเป็นต้องใช้ประโยคปฏิเสธ ควรเน้นข้อความหรือขีดเส้นใต้ข้อความที่แสดงการปฏิเสธ</li> <li>- แต่ละข้อเป็นอิสระจากกัน โดยไม่ให้การตอบคำถามของข้อหนึ่งชี้แนะหรือขึ้นอยู่กับอีกข้อหนึ่ง</li> <li>- ในแต่ละข้อคำถามและคำตอบควรอยู่ในหน้าเดียวกัน ไม่ควรมีคำถามหรือตัวเลือกในข้อเดียวกัน ไปอยู่แยกกันคนละหน้า</li> <li>- ควรจัดวางรูปแบบและพิมพ์ให้เป็นระบบระเบียบเดียวกัน</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ใช้ภาษาที่ชัดเจน เข้าใจง่าย หลีกเลี่ยง การใช้คำหรือข้อความซ้ำ</li> <li>- ควรเป็นเรื่องหรือประเด็นเดียวกัน</li> <li>- ถ้าตัวเลือกเป็นจำนวน ควรจัดเรียงลำดับจากมากไปน้อยหรือจากน้อยไปมากด้วย</li> <li>- ไม่ควรใช้ตัวเลือก “ถูกทุกข้อ” หรือ “ไม่มีข้อถูก” เพราะทำให้การสื่อความหมายไม่ชัดเจน</li> <li>- ควรสร้างตัวลวงต่าง ๆ ให้มีเหตุผลที่อาจจะเป็นไปได้ หรือมีบางส่วนถูก</li> <li>- ควรกระจายคำตอบที่ถูกไปยังตัวเลือกต่าง ๆ แบบสุ่มในจำนวนที่ใกล้เคียงกัน</li> <li>- แต่ละข้อต้องมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว ซึ่งต้องมีความชัดเจนและถูกต้องไม่ทำให้นักเรียนที่เก่งเกิดความสับสน และไม่ควรรอยู่ในตำแหน่งเดียวทุกข้อ หรือจัดอย่างเป็นระบบจนทำให้เดาได้ง่าย</li> <li>- ควรมีความยาวใกล้เคียงกัน ถ้ายาวไม่เท่ากันควรเรียงจากสั้น ไปหายาว หรือ ยาวไปหาสั้น</li> </ul>

ที่มา: ชานนท์ จันทรา (2555: 81)

## ความพึงพอใจ

### ความหมายของความพึงพอใจ

ภูวภัทร อ่างอาจ (2561: 21) ได้กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกนึกคิดของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TGT ที่ได้จากการตอบแบบสอบถามความคิดเห็นในด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านบรรยากาศในการเรียนรู้ ด้านความรู้และประโยชน์ที่ได้รับ

ชนิตา ทาระเนตร์ (2560: 36) ได้กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกของบุคคลที่เป็นความรู้สึกในทางบวก ความรู้สึกที่ดีต่อการปฏิบัติกิจกรรม เมื่อได้รับผลสำเร็จหรือผลตอบแทนจากการปฏิบัติกิจกรรมนั้น ๆ

จิรภา นุชทองม่วง (2559: 39) ได้กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกภายในใจของคน ที่มีทั้งทางบวก และทางลบ แต่ละคนไม่เหมือนกันขึ้นอยู่กับความคาดหวัง สถานการณ์ อารมณ์ และสิ่งแวดล้อมรอบข้าง

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของความพึงพอใจ เราอาจสรุปได้ว่า ความพึงพอใจเป็นความรู้สึกส่วนตัวทั้งทางด้านบวกและลบขึ้นอยู่กับ การได้รับการตอบสนอง ซึ่งสามารถใช้ในการกำหนดพฤติกรรม การแสดงออกของบุคคลที่มีผลต่อการเลือกที่จะปฏิบัติสิ่งใดสิ่งหนึ่ง โดยไม่สามารถประเมินค่า หรือตรวจสอบความถูกต้องได้

### แนวคิดเกี่ยวกับความพึงพอใจ

วิชัย เหลืองธรรมชาติ (2531: 15) ได้ให้แนวความคิดเกี่ยวกับความพึงพอใจว่า มีส่วนเกี่ยวข้องกับความต้องการของมนุษย์ ความพึงพอใจจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อความต้องการของมนุษย์ได้รับการตอบสนอง ซึ่งมนุษย์ไม่ว่าอยู่ในที่ใดย่อมมีความต้องการขั้นพื้นฐานไม่ต่างกัน

โยธิน ศิริเอ๋ย (2559: 5-6) ได้ให้แนวความคิดเกี่ยวกับความพึงพอใจว่าเป็นเครื่องมือกระตุ้นให้บุคคลเกิดความพึงพอใจ ดังนี้

1. สิ่งจูงใจที่เป็นวัตถุ ได้แก่ เงิน สิ่งของ
2. สภาพทางกายที่ปรารถนา คือ สิ่งแวดล้อมในการประกอบกิจกรรมต่าง ๆ ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญอย่างหนึ่งอันก่อให้เกิดความสุขทางกาย
3. ผลประโยชน์ทางอุดมคติ หมายถึง สิ่งต่าง ๆ ที่สนองความต้องการของบุคคล
4. ผลประโยชน์ทางสังคม คือ ความรู้สึกที่ดี ที่ชอบ ที่พอใจหรือที่ประทับใจของบุคคลต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่ได้รับ โดยสิ่งนั้นสามารถตอบสนองความต้องการทั้งด้านร่างกายและจิตใจ

ชนิตา ทาระเนตร์ (2560: 39) ได้ให้แนวความคิดเกี่ยวกับความพึงพอใจว่า เป็นลักษณะของบุคคลที่ได้กระทำตามความชอบหรือความถนัด และจดจ่ออยู่กับสิ่งใดสิ่งหนึ่งเป็นระยะเวลานาน ซึ่งระดับความพึงพอใจของแต่ละคนนั้นอาจมีไม่เท่ากันขึ้นอยู่กับประสบการณ์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดเกี่ยวกับความพึงพอใจ เราอาจสรุปได้ว่า แนวความคิดเกี่ยวกับความพึงพอใจเป็นลักษณะที่เกิดขึ้นกับทุกคน โดยระดับความพึงพอใจของแต่ละคนอาจไม่เท่ากัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ และความชอบของแต่ละคน

### การวัดความพึงพอใจ

ถวิลย์ ธาราโกชน์ (2536: 77-86) ได้กล่าวถึง การวัดความพึงพอใจว่าเป็นการวัดความรู้สึกหรือทัศนคติ ซึ่งจะวัดออกมา 2 ทิศทาง คือ ทางบวกและทางลบ ความพึงพอใจทางบวก หมายถึง การประเมินค่าความรู้สึกในทางที่ดี ชอบ หรือพอใจ ส่วนความพึงพอใจทางลบ หมายถึง การประเมินค่าความรู้สึกในทางที่ไม่ดี ไม่ชอบ หรือไม่พอใจ และเป็นการวัดในลักษณะปริมาณ ซึ่งมีวิธีในการวัดความพึงพอใจ ดังนี้

1. การสังเกต เป็นวิธีการใช้ตรวจสอบบุคคลอื่น โดยการเฝ้ามองและจดบันทึกอย่างมีแบบแผน เป็นวิธีที่ต้องอาศัยตาหูฟัง และจะต้องมีการจดบันทึกเพื่อป้องกันการหลงลืม มักจะกระทำตัวต่อตัว
2. การสัมภาษณ์ เป็นวิธีการที่จะต้องออกไปสอบถามโดยการพูดคุยกับบุคคล โดยมีการเตรียมแผนงานล่วงหน้า เพื่อให้ได้ข้อมูลที่เป็นจริงที่สุด
3. การใช้แบบสอบถาม เป็นวิธีการที่ใช้แบบสอบถามที่มีข้อคำถามอย่างชัดเจน เพื่อให้ผู้ตอบทุกคนตอบมาเป็นแบบแผนเดียวกัน มักใช้กรณีที่ต้องการข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างจำนวนมาก ๆ วิธีนี้นับเป็นวิธีที่นิยมใช้มากที่สุดในการวัดความพึงพอใจ

พร้อมพรรณ อุคมสิน (2538: 78-79) ได้กล่าวถึง การวัดความพึงพอใจว่า สามารถทำได้ 3 วิธี ดังนี้

1. การศึกษาพฤติกรรมของนักเรียน
2. การให้นักเรียนเขียนบรรยายความรู้สึก
3. การให้นักเรียนตอบแบบสอบถาม

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดความพึงพอใจ เราอาจสรุปได้ว่า การวัดความพึงพอใจสามารถทำได้ 3 วิธี คือ การสังเกต การสัมภาษณ์ และการใช้แบบสอบถาม



### บทที่ 3

#### การดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน จังหวัดนครปฐม มีขั้นตอนการวิจัย ดังนี้

1. การศึกษาเอกสาร บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

โดยแต่ละขั้นตอนของการดำเนินการวิจัย มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### การศึกษาเอกสาร บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาค้นคว้าเอกสาร บทความ และงานวิจัยต่าง ๆ ที่มีความเกี่ยวข้องกับงานวิจัยครั้งนี้ โดยได้รวบรวมข้อมูลจากทั้งในประเทศและต่างประเทศ ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสาร บทความ และงานวิจัยที่มีความเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
2. ศึกษาเอกสาร บทความ และงานวิจัยที่มีความเกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการทำวิจัย
3. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และหลักสูตรของโรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน
4. ศึกษาเนื้อหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน จากหนังสือเรียนและเอกสารอื่น ๆ ที่มีความเกี่ยวข้อง เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการจัดทำแผนการเรียนรู้ให้กับผู้เรียนในชั้นเรียน
5. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการวิจัย ระเบียบวิธีวิจัย และวิธีการสร้างแบบทดสอบ รวมทั้งหลักการวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

### การออกแบบการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยในลักษณะของการวิจัยกึ่งทดลอง (quasi experimental design) รูปแบบที่ใช้ศึกษาคือ one group pretest - posttest design ซึ่งมีรูปแบบตามตารางที่ 8

ตารางที่ 8 แบบแผนการวิจัย

ทดสอบก่อนใช้ชุดกิจกรรม	ทดลอง	ทดสอบหลังใช้ชุดกิจกรรม
T <sub>1</sub>	X	T <sub>2</sub>

เมื่อ	T <sub>1</sub> แทน	การทดสอบก่อน (pretest) ใช้การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
	X แทน	การใช้การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
	T <sub>2</sub> แทน	การทดสอบหลัง (posttest) ใช้การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

### การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

#### ประชากร

นักเรียน โรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 9 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 9 ห้องเรียน นักเรียนจำนวนทั้งหมด 450 คน

#### กลุ่มตัวอย่าง

นักเรียน โรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 9 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนจำนวนทั้งหมด 42 คน ที่ได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง ซึ่งเป็นห้องเรียนที่ผู้วิจัยเป็นผู้สอน และนักเรียนแต่ละห้องจัดแบบคละความสามารถ

### การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่

แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

แบบประเมินความพึงพอใจ

ซึ่งมีรายละเอียดการพัฒนาเครื่องมือ ดังนี้

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ค33102 คณิตศาสตร์ 6 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

ผู้วิจัยได้ดำเนินงานตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน จังหวัดนครปฐม เกี่ยวกับผลการเรียนรู้ คำอธิบายรายวิชา และขอบเขตเนื้อหา

2. ศึกษาสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และคู่มือครูสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

3. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เทคนิค วิธีสอนคณิตศาสตร์ สื่อการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ จากตำรา และเอกสารต่าง ๆ

4. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด จากคู่มือและตำราต่าง ๆ และดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ซึ่งมีกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด แบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย คือ การแบ่งเนื้อหาที่จะเรียนออกเป็นประเด็นย่อย ๆ เพื่อศึกษาในแต่ละประเด็นที่ระบุไว้ โดยนักเรียนเป็นผู้แบ่งเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อยซึ่งพิจารณาจากความรู้เดิมหรือวัตถุประสงค์ในการเรียนแต่ละคาบ ขั้นนี้จะเป็นขั้นที่ครูทบทวนเนื้อหาในเรื่องเดิมและจับคู่ให้แก่นักเรียนโดยคละความสามารถกัน

2. ขั้นวิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ คือ ครูให้นักเรียนวิเคราะห์วิธีการที่ศึกษาและแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์หรือสิ่งที่ต้องการศึกษาหรือคำตอบที่ต้องการอย่างสมเหตุสมผล ขั้นนี้เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบด้วยตนเอง

3. ขั้นพิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ คือ ครูให้นักเรียนพิจารณาผลลัพธ์หรือคำตอบนั้น แล้วมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่เรียนหรือปัญหาอย่างเป็นขั้นตอนและสมเหตุสมผล ขั้นนี้

เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนแต่ละคู่อภิปรายเนื้อหา ข้อความรู้ ภายในคู่ของตนเองและหาข้อสรุปของคู่ตนเอง

4. ขั้นพิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา คือ การตัดวิธีการที่เป็นไปไม่ได้ทิ้งไป เพื่อให้ได้วิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดและได้คำตอบที่ถูกต้อง ขั้นนี้เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนแต่ละคู่ นำคำตอบที่ได้มาส่งครู จากนั้นนำผลสรุปเสนอหน้าชั้นเรียน เพื่อหาข้อสรุปของประเด็นคำถามจากผู้เรียนทั้งชั้น

แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีรายละเอียดดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 แผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	เนื้อหา	จำนวนคาบ
1	การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด $n$ ชั้น โดยเรียงคราวละ $n$ ชั้น	2
2	การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด $n$ ชั้น โดยเรียงคราวละ $r$ ชั้น ( $0 \leq r \leq n$ )	2
3	การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันในแนววงกลม	2
4	การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวตรง	2
5	สรุปเรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน	2
<b>รวม</b>		<b>10</b>

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนรู้ และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการพิจารณาจากอาจารย์ที่ปรึกษา และปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการวิจัย การวัดและประเมินผล จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์ (Index of item objective congruence; IOC) ความสอดคล้องของกิจกรรม ความถูกต้องของภาษาและความเหมาะสมของการจัดกิจกรรม นำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำตารางวิเคราะห์ของผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณค่าดัชนีความสอดคล้อง โดยใช้เกณฑ์การประเมิน ดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าแผนการจัดการเรียนรู้ตรงกับจุดประสงค์การเรียนรู้  
 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าแผนการจัดการเรียนรู้ตรงกับจุดประสงค์การเรียนรู้  
 -1 หมายถึง แน่ใจว่าแผนการจัดการเรียนรู้ไม่ตรงกับจุดประสงค์การเรียนรู้ น่าจะแนบ  
 ที่ได้คำนวณหาค่า IOC ด้วยสูตร ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

7. นำข้อบกพร่องทั้งหมดมาแก้ไขปรับปรุงและให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาอีกครั้ง ก่อนนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

### แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับใช้ทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยเป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 20 คะแนน ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนดำเนินการสร้าง ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษา สาระการเรียนรู้ และวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน และจัดทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อกำหนดองค์ประกอบของเนื้อหา จำนวนข้อสอบในแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัด ได้แก่ ความรู้ ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์
2. ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จากเอกสารต่างๆ แล้วดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน โดยเป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ เพื่อนำไปใช้เป็นแบบทดสอบฉบับจริง จำนวน 20 ข้อ
3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของแบบทดสอบในด้านความตรงเชิงเนื้อหาและความชัดเจนของข้อคำถาม ตัวเลือก ตัวลง จากนั้นผู้วิจัยนำมาปรับปรุงและแก้ไขให้เหมาะสม
4. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่ได้รับการปรับปรุงและแก้ไข เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการวิจัย การวัดและประเมินผล จำนวน 3 ท่าน เพื่อพิจารณาตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมและความชัดเจนของคำถามและตัวเลือกในแต่ละข้อกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อนำไปหาค่า IOC จากนั้นนำ

แบบทดสอบมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ โดยพิจารณาข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบฉบับทดลองใช้ (try out) ต่อไป

5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญด้านการวิจัย การวัดและประเมินผล จำนวน 3 ท่าน ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม จำนวน 50 คน

6. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้ โดยข้อที่ถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ผิดให้ 0 คะแนน และนำผลคะแนนมาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเชื่อมั่น (reliability) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นแบบ KR20 ของริชาร์ดสัน (Richardson, 1937: ไม่ปรากฏเลขหน้า, อ้างถึงใน ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538: 197-198) โดยมีเกณฑ์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับตั้งแต่ 0.80 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยากง่าย (difficulty; p) ของแบบทดสอบแต่ละข้อ ซึ่งต้องอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (discrimination; r) ของแบบทดสอบแต่ละข้อ ซึ่งต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป

7. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือมาทำการเลือกข้อสอบจำนวน 20 ข้อ จากข้อสอบทั้งหมดที่ผ่านเกณฑ์การประเมิน โดยเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ และนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

**แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

การสร้างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้เพื่อกำหนดขอบเขตด้านเนื้อหา ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากหนังสือคู่มือการวัดและประเมินผล เพื่อสร้างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 33102 คณิตศาสตร์ 6 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งเป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ เพื่อนำไปใช้เป็นแบบทดสอบฉบับจริงจำนวน 4 ข้อ โดยให้ครอบคลุมกับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ คำถามที่ใช้เป็นแบบอัตนัย วัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เกณฑ์การให้คะแนนเป็นรูบริค ซึ่งมี 4 รายการประเมินได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา การใช้วิธีการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลที่เลือก

วิธีการนี้ในการแก้ปัญหา วัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำและอธิบายวิธีการแก้ปัญหา พร้อมทั้งหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้

2. ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข

3. นำแบบทดสอบไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการวิจัย การวัดและประเมินผลจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบค่า IOC ของแบบทดสอบ ซึ่งมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

4. ปรับปรุงแบบทดสอบตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

5. นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้น โดยผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จำนวน 50 คน ที่ผ่านการเรียน เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน มาแล้ว เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบต่อไป

6. นำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้ และนำผลคะแนนมาวิเคราะห์ เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (alpha coefficient) ของครอนบาค (Cronbach, 1970: ไม่ปรากฏเลขหน้า, อ้างถึงใน ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543: 218) โดยมีเกณฑ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับตั้งแต่ 0.70 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบแต่ละข้อ ซึ่งต้องอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบแต่ละข้อ ต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป

7. นำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพ เครื่องมือมาทำการเลือกข้อสอบจำนวน 4 ข้อ จากข้อสอบทั้งหมดที่ผ่านเกณฑ์การประเมิน โดยเลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ และนำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

**แบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบอภิปรัชญา ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน**

การสร้างแบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบอภิปรัชญา ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน มีลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบประเมินความพึงพอใจ เพื่อเป็นกรอบในการสร้างคำถามและแบบสำรวจ

2. สร้างแบบประเมินความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบอภิปรัชญา ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน จำนวน 1 ฉบับ เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (rating scale) 5 ระดับ คือ พึงพอใจระดับมากที่สุด พึงพอใจระดับมาก พึงพอใจระดับปานกลาง พึง

พอใจระดับน้อย และพึงพอใจระดับน้อยที่สุด จำนวน 20 ข้อคำถาม ซึ่งถามใน 5 ประเด็น คือ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านบรรยากาศในการเรียนรู้ ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการร่วมกิจกรรม ด้านสื่อการเรียนรู้ และด้านการประเมินผล

3. ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของแบบประเมินความพึงพอใจและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข

4. นำแบบประเมินความพึงพอใจที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น เสนอผู้เชี่ยวชาญด้านการวิจัย การวัดและประเมินผล จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบค่า IOC ของแบบทดสอบ ซึ่งมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

5. นำแบบประเมินความพึงพอใจมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้จากผู้เชี่ยวชาญ

6. นำแบบประเมินความพึงพอใจไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

7. นำข้อมูลที่ได้จากแบบประเมินความพึงพอใจตามแบบประเมินแบบมาตราส่วนประมาณค่ามาเทียบค่าเฉลี่ยตามเกณฑ์ ดังนี้

5 หมายถึง พึงพอใจระดับมากที่สุด

4 หมายถึง พึงพอใจระดับมาก

3 หมายถึง พึงพอใจระดับปานกลาง

2 หมายถึง พึงพอใจระดับน้อย

1 หมายถึง พึงพอใจระดับน้อยที่สุด

จากนั้นนำมาวิเคราะห์เพื่อหาค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยทำการวิเคราะห์เป็นรายข้อและภาพรวม แล้วนำค่าเฉลี่ยที่ได้มาแปลความหมายตามเกณฑ์ของ ไชยศ เรืองสุวรรณ (2533: 138) ดังนี้

ค่าเฉลี่ย 4.50 - 5.00 หมายถึง พึงพอใจระดับมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.50 - 4.49 หมายถึง พึงพอใจระดับมาก

ค่าเฉลี่ย 2.50 - 3.49 หมายถึง พึงพอใจระดับปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.50 - 2.49 หมายถึง พึงพอใจระดับน้อย

ค่าเฉลี่ย 0.50 - 1.49 หมายถึง พึงพอใจระดับน้อยที่สุด

#### การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่พัฒนาไปใช้ในสถานการณ์จริง ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองด้วยตนเอง โดยดำเนินการทดลองตามลำดับ ดังนี้



### การเตรียมการก่อนทดลอง

การชี้แจงนักเรียนกลุ่มทดลอง ก่อนการดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยได้ชี้แจงหลักการ เหตุผล และประโยชน์ของการวิจัยให้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง พร้อมทำความเข้าใจกับนักเรียนเกี่ยวกับการเรียนการสอน เพื่อให้เหตุผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เกิดประโยชน์สูงสุด

### การดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบวัดทักษะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ ทดสอบกับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 จำนวน 42 คน

2. ดำเนินการสอน โดยใช้การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน โดยจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ จำนวน 5 แผน

3. หลังจากดำเนินการสอนเสร็จสิ้น ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบวัดทักษะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ ชุด เดิมกับแบบทดสอบก่อนเรียน มาทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างและนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมมา วิเคราะห์เพื่อหาค่าเฉลี่ยและเปรียบเทียบกับเกณฑ์

รายละเอียดแสดงดังนี้

ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
ความเข้าใจปัญหา	2 คะแนน	- นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ถูกต้องและสมบูรณ์
	1 คะแนน	- นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่ง
	0 คะแนน	- นักเรียนไม่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา หรือเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาไม่ถูกต้อง

ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	2 คะแนน	- นักเรียนเขียนวิธีการที่นำไปสู่ขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วนและครอบคลุมทุกประเด็น
	1 คะแนน	- นักเรียนเขียนวิธีการที่นำไปสู่ขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน
	0 คะแนน	- นักเรียนเขียนวิธีการที่นำไปสู่ขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่ระบุเลย
การใช้วิธีการแก้ปัญหา	5 คะแนน	- นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหาจากยุทธวิธีที่นักเรียนเขียนไปใช้อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับปัญหา และแสดงการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน และสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	4 คะแนน	- นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหาจากยุทธวิธีที่นักเรียนเขียนไปใช้ได้ถูกต้อง สอดคล้องกับปัญหา และแสดงการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สมบูรณ์
	3 คะแนน	- นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหาจากยุทธวิธีที่นักเรียนเขียนไปใช้ได้ถูกต้อง สอดคล้องกับปัญหา และแสดงการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอน แต่ไม่สรุปคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง
	2 คะแนน	- นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหาจากยุทธวิธีที่นักเรียนเขียนไปใช้ได้ถูกต้อง สอดคล้องกับปัญหา แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจนและไม่สรุปคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
การใช้วิธีการแก้ปัญหา	1 คะแนน	- นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหาจากยุทธวิธีที่นักเรียนเขียนไปใช้ได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ถูกต้องและไม่สรุปคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง
	0 คะแนน	- นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงขั้นตอนของการแก้ปัญหาหรือไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง
เหตุผลในการเลือกวิธีการในการแก้ปัญหา	1 คะแนน	- นักเรียนเขียนเหตุผลได้ถูกต้อง
	0 คะแนน	- นักเรียนไม่เขียนเหตุผลหรือเขียนไม่ถูกต้องทั้งหมด

4. สอบถามความพึงพอใจของนักเรียนด้วยแบบสอบถามความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน จำนวน 20 ข้อคำถาม แล้วนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาวิเคราะห์เพื่อหาค่าเฉลี่ยและเปรียบเทียบกับเกณฑ์

#### การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการทดลองมาวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ โดยดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

การวิเคราะห์ข้อมูลทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดำเนินการโดยนำคะแนนจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one samples หรือ one samples t-test

การวิเคราะห์ข้อมูลผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดำเนินการโดยนำผลต่างระหว่างคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน และแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่างที่เรียน โดยใช้การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค

เพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เปรียบเทียบความแตกต่าง โดยใช้สถิติ t-test for dependent samples

การวิเคราะห์ข้อมูลความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบอิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ดำเนินการโดยพิจารณาค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานจากการทำแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบอิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน จากการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญในรูปแบบของมาตราประเมินค่า 5 ระดับ โดยใช้เกณฑ์แปลความหมายของ ไชยยศ เรื่องสุวรรณ (2533: 138) ดังนี้

ค่าเฉลี่ย 4.50 - 5.00 หมายถึง พึงพอใจระดับมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.50 - 4.49 หมายถึง พึงพอใจระดับมาก

ค่าเฉลี่ย 2.50 - 3.49 หมายถึง พึงพอใจระดับปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.50 - 2.49 หมายถึง พึงพอใจระดับน้อย

ค่าเฉลี่ย 0.50 - 1.49 หมายถึง พึงพอใจระดับน้อยที่สุด

### สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย สถิติพื้นฐาน สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ และสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

สถิติพื้นฐาน ได้แก่

ค่าเฉลี่ย (mean;  $\bar{X}$ ) ซึ่งมีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ  $\bar{X}$  แทน ค่าเฉลี่ย

$\sum X$  แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation; S.D.) ซึ่งมีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$S.D. = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S.D. แทน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum X$  แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ ได้แก่

ค่าความตรง (validity) ใช้ตรวจค่าความตรงเชิงเนื้อหาของแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบวัดความพึงพอใจ ซึ่งมีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้

$$\frac{\sum R}{N} \text{ แทน } \frac{\text{ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ}}{\text{จำนวนผู้เชี่ยวชาญ}}$$

ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$p = \frac{S_H + S_L - N(X_{\min})}{N(X_{\max} - X_{\min})} \text{ และ } r = \frac{S_H - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่าย  
r แทน ค่าอำนาจจำแนก  
 $S_H$  แทน ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มสูง  
 $S_L$  แทน ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มต่ำ  
N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ  
 $X_{\max}$  แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด  
 $X_{\min}$  แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค 27 เปอร์เซนต์ ซึ่งมีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$p = \frac{P_H + P_L}{N} \text{ และ } r = \frac{P_H - P_L}{N_H} \text{ หรือ } r = \frac{P_H - P_L}{N_L}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่าย  
r แทน ค่าอำนาจจำแนก  
 $P_H$  แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงที่ตอบข้อนั้นถูก

$P_L$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มต่ำที่ตอบข้อนั้นถูก
$N_H$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง
$N_L$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ด้วยวิธีการหาสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของครอนบาค (Cronbach, 1970: ไม่ปรากฏเลขหน้า, อ้างถึงใน ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543: 218) ซึ่งมีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	สัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	$n$	แทน	จำนวนข้อสอบ
	$s_i^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
	$s_t^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือนี้ทั้งฉบับ

โดยที่	$s_t^2 = \frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N^2}$		
	$s_i^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือนี้ทั้งฉบับ
	$\sum x$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของคะแนน
	$\sum x^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
	$N$	แทน	จำนวนคนเข้าสอบ

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นแบบ KR20 ของริชาร์ดสัน (Richardson, 1937: ไม่ปรากฏเลขหน้า, อ้างถึงใน ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538: 197-198) ซึ่งมีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ	$r_{tt}$	แทน	สัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	$n$	แทน	จำนวนข้อสอบ
	$p$	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบที่ทำข้อสอบข้อนั้นถูกกับผู้เรียนทั้งหมด
	$q$	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบที่ทำข้อสอบข้อนั้นผิดกับผู้เรียนทั้งหมด

โดยที่ 
$$s_i^2 = \frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N^2}$$

$s_i^2$  แทน คะแนนความแปรปรวนของคะแนนสอบทั้งฉบับ

$N$  แทน จำนวนคนเข้าสอบ

สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน ได้แก่

ค่าสถิติ t-test for dependent samples ซึ่งใช้เพื่อเปรียบเทียบคะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ซึ่งมีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad \text{โดยที่ } df = n - 1$$

เมื่อ  $t$  แทน t-test (ค่าที่พิจารณาใน t-distribution)

$D$  แทน ความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่

$n$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

$df$  แทน ชั้นของความอิสระ

ค่าสถิติ t-test for one samples ซึ่งใช้เพื่อเปรียบเทียบคะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังเรียนเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งมีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} \quad \text{โดยที่ } df = n - 1$$

เมื่อ  $t$  แทน t-test (ค่าที่พิจารณาใน t-distribution)

$\bar{X}$  แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

$\mu$  แทน ค่าเฉลี่ยของประชากร

$n$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

$df$  แทน ชั้นของความอิสระ

#### บทที่ 4

##### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ครั้งนี้ เป็นการวิจัยในลักษณะของการวิจัยกึ่งทดลอง รูปแบบที่ใช้ศึกษาคือ one group pretest - posttest design

ในบทนี้ ผู้วิจัยขอนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 4 ตอน ตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

การวิเคราะห์ข้อมูลในส่วนนี้ผู้วิจัยใช้สถิติ t-test for dependent samples ในการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

ตารางที่ 11 ผลการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

(n=42)

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	ทดสอบก่อนเรียน		ทดสอบหลังเรียน		t	df	sig. (1-tailed)
	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.			
คะแนน	7.000	2.905	15.691	5.005	9.247	41	0.000

จากข้อมูลในตาราง พบว่า ค่าสถิติทดสอบที (t-test) มีค่าเท่ากับ 9.247 ที่องศาอิสระเท่ากับ 41 ด้วยค่านัยสำคัญเท่ากับ 0.000 ทำให้สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05



ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียน  
ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

การวิเคราะห์ข้อมูลในส่วนนี้ผู้วิจัยใช้สถิติ t-test for dependent samples ในการเปรียบเทียบ  
ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการ  
คิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ได้ผลการวิเคราะห์จำแนกตามองค์ประกอบของทักษะการ  
แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 12 และตารางที่ 13 ตามลำดับ

ตารางที่ 12 ผลการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียน  
ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดในภาพรวม

(n=42)

ทักษะการ แก้ปัญหา	ทดสอบก่อนเรียน		ทดสอบหลังเรียน		t	df	sig. (1-tailed)
	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.			
คะแนน	10.976	6.018	33.643	1.620	24.406	41	0.000

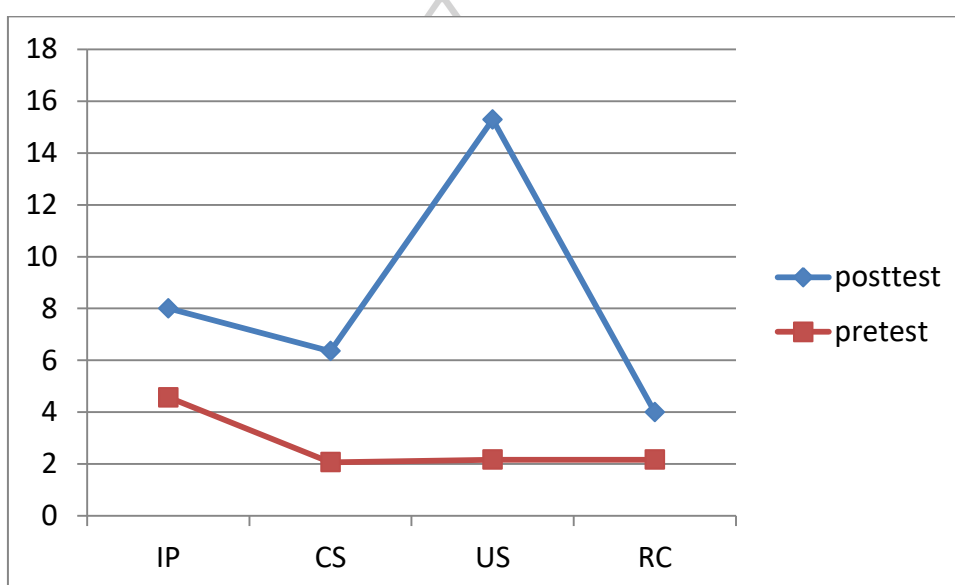
จากข้อมูลในตาราง พบว่า ค่าสถิติทดสอบที่มีค่าเท่ากับ 24.406 ที่องศาอิสระเท่ากับ 41  
ด้วยค่านัยสำคัญเท่ากับ 0.000 ทำให้สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการ  
คิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูง  
กว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 13 ผลการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของ  
นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด  
จำแนกตามองค์ประกอบของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

(n=42)

ทักษะการ แก้ปัญหา	ทดสอบก่อนเรียน		ทดสอบหลังเรียน		t	df	sig. (1-tailed)
	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.			
UP	4.571	2.898	8.000	0.000	7.668	41	0.000
CS	2.071	1.472	6.357	0.759	15.000	41	0.000
US	2.167	2.810	15.286	1.419	30.226	41	0.000
RC	2.167	1.464	4.000	0.000	8.118	41	0.000

จากข้อมูลในตารางที่ 13 พบว่า ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในองค์ประกอบของการเข้าใจปัญหา การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา การใช้วิธีการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลในการเลือกวิธีการในการแก้ปัญหา มีค่าสถิติทดสอบที่ เท่ากับ 7.668 15.000 30.226 และ 8.118 ตามลำดับ ท้องศาอิสระเท่ากับ 41 ด้วยค่านัยสำคัญเท่ากับ 0.000 ทำให้สามารถสรุปได้ว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนในทุกองค์ประกอบของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงการเปรียบเทียบได้ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 การเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนจำแนกตามองค์ประกอบของการแก้ปัญหา

จากการประเมินทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด พบว่า คะแนนทักษะการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การวิเคราะห์ข้อมูลในส่วนนี้ผู้วิจัยใช้สถิติ t-test for one samples ในการเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ดังตารางที่ 14

ตารางที่ 14 ผลการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70

(n=42)

ทดสอบหลังเรียน	$\mu$ (70%)	df	t	sig.(1-tailed)
$\bar{X}$	S.D.	41	22.570	0.000
33.643	1.620			

จากข้อมูลในตารางที่ 14 พบว่า ค่าสถิติทดสอบที่มีค่าเท่ากับ 22.570 ที่องศาอิสระเท่ากับ 41 ด้วยนัยสำคัญเท่ากับ 0.000 ทำให้สรุปได้ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 4 ความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

การวิเคราะห์ข้อมูลในส่วนนี้ผู้วิจัยใช้ค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน สำหรับวิเคราะห์ข้อมูลของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ได้ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังตารางที่ 15

ตารางที่ 15 ผลการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

(n=42)

ด้าน	รายการประเมิน	$\bar{X}$	S.D.	ความหมาย
1	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	4.548	0.508	มากที่สุด
2	บรรยากาศในการเรียนรู้	4.730	0.444	มากที่สุด
3	ประโยชน์ที่ได้รับจากการร่วมกิจกรรม	4.790	0.418	มากที่สุด
4	สื่อการเรียนรู้	4.778	0.469	มากที่สุด
5	การประเมินผล	4.843	0.388	มากที่สุด
ค่าเฉลี่ยรวม		4.732	0.444	มากที่สุด

จากข้อมูลในตารางที่ 15 พบว่า ค่าสถิติผลการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดอยู่ในระดับมากที่สุด โดยค่าเฉลี่ยความพึงพอใจมีค่าเท่ากับ 4.732 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเท่ากับ 0.444 โดยเรียงตามลำดับ ดังนี้ ด้านการประเมินผล ( $\bar{X} = 4.843$ , S.D. = 0.388) ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการร่วมกิจกรรม ( $\bar{X} = 4.790$ , S.D. = 0.418) ด้านสื่อการเรียนรู้ ( $\bar{X} = 4.778$ , S.D. = 0.469) ด้านบรรยากาศในการเรียนรู้ ( $\bar{X} = 4.730$ , S.D. = 0.444) และด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ( $\bar{X} = 4.548$ , S.D. = 0.508)



## บทที่ 5

### สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ครั้งนี้ เป็น การวิจัยในลักษณะของการวิจัยกึ่งทดลอง รูปแบบที่ใช้ศึกษาคือ one group pretest - posttest design ซึ่งมีวัตถุประสงค์ เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค เพื่อนคู่คิด และเปรียบเทียบทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการ คิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดหลังเรียนเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 พร้อมทั้งศึกษาความ พึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด โดยประชากรที่ใช้ในการทดลองนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 450 คน ของโรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน จังหวัดนครปฐม สำหรับกลุ่มตัวอย่างของ การทดลองนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ห้อง 1 จำนวน 42 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบ เจาจง ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทดลอง และทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อทดสอบสมมติฐาน ที่ตั้งไว้ในบทนี้จะนำเสนอผลการวิจัย อภิปรายผลการวิจัย และให้ข้อเสนอแนะต่าง ๆ

#### จุดประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการ จัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด
2. เพื่อเปรียบเทียบทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการ จัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด
3. เพื่อเปรียบเทียบทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้น การคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดหลังเรียนเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70
4. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

### สรุปผลการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนซึ่งได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ทักษะในการแก้ปัญหาของนักเรียนซึ่งได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มีคะแนนเฉลี่ยทักษะในการแก้ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. ทักษะในการแก้ปัญหาของนักเรียนซึ่งได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มีคะแนนเฉลี่ยทักษะในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. ผลการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มีคะแนนเฉลี่ยความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด

### อภิปรายผลการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 15.691 คิดเป็นร้อยละ 78.455 ซึ่งสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 7.000 คิดเป็นร้อยละ 35.000 เป็นไปตามสมมติฐาน ทั้งนี้เป็นเพราะการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนสร้างทางเล็กลงในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ โจทย์และแสดงวิธีคิดในการแก้ปัญหาผ่านการกระทำอย่างอมจะทำให้ นักเรียนมีความเข้าใจที่คงทนมากกว่าการเรียนรู้แบบจดจำ ซึ่งความรู้แบบคงทนนั้นจะช่วยให้ นักเรียนนำความรู้ที่ได้มาประยุกต์ใช้ในการเรียนเนื้อหาที่มีความยากขึ้น ทั้งยังสอดคล้องกับนวนิพย์ นวพันธ์ (2552: 195) นิยุสนี อามะ (2556: 95-96) เรวดี มีสุข (2556: 105-108) และเจษฎา รัตนบรรเทิง (2557: 74-85) ซึ่งได้นำการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มาพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยนวนิพย์ นวพันธ์ (2552: 195) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนรู้แบบปกติ นิยุสนี อามะ (2556: 95-96) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง บทประยุกต์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และ

ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 เรวดี มีสุข (2556: 105-108) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบอิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 และเจษฎา รัตนบรรเทิง (2557: 74-85) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอิวริสติกส์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบอิวริสติกส์ว่ามีความเหมาะสม ทั้งนี้เป็นเพราะการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบอิวริสติกส์เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของเรวดี มีสุข (2556: 114) ว่าการคิดแบบอิวริสติกส์มีความสำคัญในการสนับสนุนให้นักเรียนค้นพบวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนคิดวิธีแก้ปัญหาในหลายทางเลือกก่อนจะตัดสินใจเลือกวิธีการแก้ปัญหาทางใดทางหนึ่งได้อย่างอิสระ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้นทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านประสบการณ์การแก้ปัญหาโดยอาศัยพื้นฐานความรู้ที่ตนเองมีและเลือกวิธีการที่ตนเองสนใจในการแก้ปัญหา อีกทั้งการที่นักเรียนเป็นผู้เลือกวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเองจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในการทำ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จึงทำให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียนและเป็นผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงยิ่งขึ้น ดังคำกล่าวของเยน (Yen, 1986: 3-4) ได้กล่าวไว้ว่า การคิดแบบอิวริสติกส์ช่วยทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและทัศนคติต่อการเรียนที่ดีขึ้น เนื่องจากการคิดแบบอิวริสติกส์ช่วยในการพัฒนาระดับการเรียนรู้และค้นหาข้อมูลในการศึกษาหาความรู้ใหม่ ๆ ได้ด้วยตนเอง สามารถส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงขึ้น

การจัดการเรียนรู้วิธีการหนึ่งที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในการสอนครั้งนี้ คือ การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนดีขึ้น ทั้งนี้เป็นเพราะการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น นักเรียนมีโอกาสได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นทำให้นักเรียนเกิดความพึงพอใจและมีทัศนคติที่ดีต่อการจัดการเรียนรู้ นอกจากนี้การที่นักเรียนซึ่งอยู่ในช่วงวัยเดียวกันได้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันย่อมจะ

ทำให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นมากกว่าการที่นักเรียนพูดคุยหรืออภิปรายร่วมกับครู ส่งผลให้นักเรียนสนใจในการเรียน และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ รัชณี ภูพัชกรกุล (2551: 83) และสรรเสริญ กลิ่นพูน (2546: 92) ซึ่งได้นำการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เพื่อนคู่คิดมาพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ โดยที่รัชณี ภูพัชกรกุล (2551: 5-90) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ระหว่างวิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดและวิธีสอนแบบปกติ ผล การศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูง กว่านักเรียนที่ใช้วิธีสอนแบบปกติ และสรรเสริญ กลิ่นพูน (2546: 92) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน ระหว่างการใช้ชุดการเรียนรู้ ด้วยตนเองกับการใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียน โดยใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองร่วมกับเทคนิคเพื่อน คู่คิดสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียน โดยใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับอดิเรก นาวารัตน์ (2551: 69-71) ที่ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของบทเรียน WBI วิชาคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน หลักสูตรปริญญาตรี มหาวิทยาลัยบูรพา โดยใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนของผู้เรียนที่เรียนด้วยบทเรียน WBI แบบทบทวนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน จากผล การศึกษาแสดงให้เห็นว่า เทคนิคเพื่อนคู่คิดเป็นเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพและ ส่งเสริมให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ที่ดีขึ้น นอกจากนี้วิภาวดี วงศ์เลิศ (2544: 75) ได้ศึกษาการพัฒนา บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบเป็นคู่อภิปราย พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยแบบเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดีย เรื่อง เซต โดย ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบเป็นคู่อภิปรายมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ทั้งนี้ เป็นเพราะว่าการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียน ได้ ช่วยกันคิดแก้ปัญหา

จากการทดลองพบว่า การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค เพื่อนคู่คิดส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น ทั้งนี้เป็นเพราะว่านักเรียน ได้ค้นคว้า หาความรู้ด้วยตนเอง มีการนำความรู้ที่เคยได้เรียนรู้มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนได้ ร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการหรือคำตอบต่าง ๆ ซึ่งเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนที่มีผลการเรียนดีช่วย อธิบายเพิ่มเติมให้แก่เรียนที่มีผลการเรียนที่ไม่ดี เนื่องจากนักเรียนอยู่ในช่วงวัยเดียวกันสามารถ สื่อสารกันได้อย่างเข้าใจมากขึ้น จึงส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น

2. การศึกษาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาลงเรียน สูงกว่าก่อนเรียน โดยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 33.643 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 84.108 ซึ่งมากกว่า



คะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 10.976 คิดเป็นร้อยละ 27.44 และสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ร้อยละ 70 การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ส่งผลให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาดีขึ้น เป็นเพราะวิธีการสอนรูปแบบนี้เน้นให้นักเรียนเป็นผู้ปฏิบัติโดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำในการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนได้ลองฝึกปฏิบัติด้วยตนเอง หากนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ การได้รับคำแนะนำจากครูหรือเพื่อนคู่อภิปราย จะส่งผลให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในคำตอบหรือวิธีการมากขึ้น เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ เทคนิค วิธีการที่เคยได้เรียนรู้มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาครั้งใหม่ เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริงและหากเจอสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกัน ย่อมจะทำให้ให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาดีขึ้น สอดคล้องกับการ์เน็ต (Gamett, 1990: 83-103) และศิวิริน เกณทวี (2557: 102) ซึ่งได้นำการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มาพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยที่การ์เน็ต (Gamett, 1990: 83-103) ได้พัฒนารูปแบบการคิดแบบฮิวริสติกส์กับกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิควิธีการสอนหลากหลายรูปแบบ ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาดีขึ้น การศึกษาครั้งนี้แสดงให้เห็นว่า การจัดการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการคิดแบบฮิวริสติกส์มีคุณภาพ อีกทั้งการแก้ปัญหาด้วยรูปแบบการสอนนี้อย่างสม่ำเสมอ ยังส่งเสริมให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้นด้วย และศิวิริน เกณทวี (2557: 102) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือครู ทั้งนี้เนื่องมาจากรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง อีกทั้งยังเน้นให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติ กระทำซ้ำ ๆ จนเกิดความเคยชินและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาให้ดีขึ้น

การจัดการเรียนรู้วิธีการหนึ่งที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในการสอน คือ การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด จากการศึกษาพบว่า เป็นวิธีการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันซึ่งทำให้นักเรียนได้ช่วยกันคิด เมื่อนักเรียนได้ปฏิบัติซ้ำจนเกิดความเคยชินก็จะส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของชรินทร์ สงสกุล นันทน์ภัส นิยมทรัพย์ และสมจิต จันท์ฉาย (2559: 1771-1778) และธนวรรณ แก้ววิเชียร (2560: 16-28) ซึ่งได้นำการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดมาพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยที่ชรินทร์ สงสกุล นันทน์ภัส นิยมทรัพย์ และสมจิต จันท์ฉาย (2559: 1771-1778) ได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการ

จัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และธนวรรณ แก้ววิเชียร (2560: 16-28) ที่ได้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามเทคนิค K-W-D-L โดยใช้กระบวนการร่วมมือ Think-Pair-Share เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามเทคนิค K-W-D-L โดยใช้กระบวนการร่วมมือ Think-Pair-Share มีทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการทดลองพบว่า การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดส่งผลให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาที่สูงขึ้น ทั้งนี้การคิดแก้ปัญหาด้วยตนเองอาจจะยังไม่ได้วิธีการที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา ในบางครั้งเราได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องแต่เวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาอาจนาน แต่ถ้าเรามีการแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน จะทำให้เกิดแนวคิดใหม่ ๆ และสามารถนำแนวคิดนั้นมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในครั้งต่อไปได้ ดังนั้นเมื่อนำวิธีการสอนทั้งสองวิธีมาใช้ในการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ย่อมจะส่งผลให้การจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

3. ผลจากการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ในภาพรวมนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดในระดับมากที่สุด ทั้งนี้เป็นเพราะว่าการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เป็นขั้นตอน เน้นให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ โดยใช้วิธีการที่แตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับทักษะพื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์ และความสามารถในด้านการคิดคำนวณของนักเรียนแต่ละคน การที่นักเรียนได้เป็นคนลงมือปฏิบัติด้วยตนเองจนเกิดความชำนาญและสามารถเผยแพร่ความรู้เหล่านั้นได้ จะทำให้นักเรียนเกิดความรู้แบบคงทน การจัดการเรียนรู้แบบนี้จะทำให้นักเรียนได้รู้จักคิดแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้ทำให้นักเรียนได้รับทั้งความรู้และประสบการณ์ ส่วนครูมีหน้าที่คอยให้คำแนะนำในการแก้ปัญหาและกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของขั้นตอนทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด โดยเริ่มจากการวางแผนวิเคราะห์โจทย์ ตีความโจทย์ จากนั้นก็เสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา โดยครูจะให้กรอบแนวคิดเพื่อให้นักเรียนมีแนวทางในการแก้ปัญหาจนได้คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับสิวริน เกณทวี (2557: 106) ที่ได้ศึกษาการพัฒนาการจัดการเรียนรู้อิวริสติกส์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีเจตคติในการเรียนรู้ต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อิวริสติกส์

การจัดการเรียนรู้คือวิธีการหนึ่งที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในการสอน คือ การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด ผลการศึกษาพบว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดเป็นวิธีการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้แก้ปัญหาด้วยตนเอง มีการแลกเปลี่ยนประสบการณ์ในการเรียนรู้ซึ่งกันและกัน ส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนดีขึ้น และทำให้นักเรียนสนใจในบทเรียนมากขึ้นอีกด้วย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของอุไรวรรณ ปานทโชติ (2561: 286-291) ที่ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนของโพลยา ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับมาก

จากการทดลองพบว่า การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดส่งผลให้นักเรียนมีความพึงพอใจในระดับมาก ทั้งนี้เป็นเพราะการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีนี้ส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยนักเรียนแต่ละคนจะได้แสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ตลอดจนร่วมกันหาแนวทางในการแก้ปัญหา นั้น จึงส่งผลให้นักเรียนมีความสนใจในบทเรียนและพึงพอใจต่อวิธีการสอนนี้อยู่ในระดับมาก

### ข้อเสนอแนะ

จากข้อค้นพบของการวิจัยและการศึกษาวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยมีแนวคิดที่จะนำเสนอข้อเสนอแนะใน 2 ส่วน คือ ข้อเสนอแนะทั่วไปและข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

#### ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มีขั้นตอนหลายขั้นตอนและซับซ้อน ในช่วงแรกนักเรียนอาจยังไม่สามารถจดจำขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอนได้ ครูต้องช่วยให้คำแนะนำ รวมทั้งชี้แนะแนวทางการแก้ปัญหให้กับนักเรียน โดยครูอาจใช้คำถามที่เหมาะสมเป็นสิ่งกระตุ้นนักเรียน เพื่อให้เกิดการเรียนรู้และสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง

2. ในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ต้องใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมค่อนข้างมาก และเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้แต่ละคาบเรียนค่อนข้างจำกัด และการสอนในแต่ละคาบก็ควรจะยกตัวอย่างหลากหลาย เพื่อให้นักเรียนได้มีแนวทางในการแก้ปัญหาหลายแนวทาง ครูควรมีการเตรียมตัวให้พร้อมในทุกด้าน ทั้งด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียนรู้ และที่สำคัญควรบริหารเวลาในการสอนให้ดีทั้งใน

ขั้นตอนการทบทวนความรู้เดิม การสอนเนื้อหา และการสรุป เพื่อให้การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพสูงสุด

3. การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ครูควรเลือกโจทย์ปัญหาที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันพร้อมคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของโจทย์ปัญหานั้นด้วย

4. การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ปัจจัยสำคัญคือความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นก่อนการจัดการเรียนรู้ควรวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยเฉพาะในส่วนของความรู้ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาความน่าจะเป็นเบื้องต้นที่ได้เรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อที่ครูจะได้มีแนวทางสำหรับการจัดเนื้อหาในการเรียนการสอนและสามารถวางแผนการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพสูงสุด

#### ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาค้นคว้าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นและระดับชั้นอื่น

2. ควรมีการศึกษาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดควบคู่ไปกับทักษะในด้านอื่น เช่น ทักษะการคิดสร้างสรรค์ ทักษะในการทำงานร่วมกับผู้อื่น ทักษะในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ เป็นต้น

3. ควรให้ความสำคัญในทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เพื่อให้การแสวงหาวิธีทำในการหาคำตอบเป็นระบบมากยิ่งขึ้น

4. ควรสร้างเกณฑ์การประเมินทักษะในการแก้ปัญหาที่ชัดเจนและแสดงรายละเอียดที่ใช้ในการประเมินแต่ละขั้นให้ครอบคลุม เพื่อให้คะแนนมีความน่าเชื่อถือมากที่สุด

## รายการอ้างอิง

- Adams, S., Ellis, L., & Beeson, B. F. (1977). *Teaching mathematics: With emphasis on the diagnostic approach*: HarperCollins Publishers.
- Al-Fayez, M. Q., & Jubran, S. M. J. J. o. I. E. R. (2012). The impact of using the heuristic teaching method on Jordanian mathematics students. 8(4), 453-460.
- Anderson, K., & Pingry, R. J. W., DC: The National Council of Teachers of Mathematics. (1973). *Problem-solving in mathematics; It's theory and practice*.
- Bateman, W. L. (1990). *Open to Question. The Art of Teaching and Learning by Inquiry*: ERIC.
- Bruner, J. S. (1960). *The process of education:[a searching discussion of school education opening new paths to learning and teaching]*: Vintage Books.
- Byerley, A. (2001). Using Multimedia And "active Learning" Techniques To "energize" An Introductory Engineering Thermodynamics Class. doi:10.1109/FIE.2001.963906
- Carss, W. D. (2007). *The effects of using think-pair-share during guided reading lessons*. The University of Waikato,
- Charles, L., Lester, F., & O'Daffer, P. J. R. V. (1987). How to evaluate progress in problem solving NCTM.
- Fiksdal, J. K. (1995). *The effects of instruction in heuristics on the use of problem-solving strategies and problem-solving performance of preservice elementary education majors*. Paper presented at the PUB DATE Oct 95 NOTE 62p.; The University of South Dakota Mathematics and Science Symposium (2nd, Vermillion, SD, October 27-28, 1995). PUB TYPE Collected Works Conference Proceedings (021).
- Fogel, D., & Michalewicz, Z. (2000). How to Solve It. In: Berlin: Springer-Verlag.
- Gagne, R. M. J. R., & Winston. (1970). *The conditions of learning*. New York: Holt.
- Garnett, K. F. (1990). *Developing heuristics in the mathematics problem-solving processes of sixth-grade children: a nonconstructivist teaching experiment*. University of South Florida,
- Hatfield, M. M., Edwards, N. T., & Bitter, G. G. (1993). *Mathematics methods for the elementary and middle school*: Allyn and Bacon.
- Hooper, S., & Hannafin, M. J. (1991). The effects of group composition on achievement, interaction, and learning efficiency during computer-based cooperative instruction. 39(3), 27-40.

- Jones, J. J. (1981). *Problem Solving Behaviour and Attitude of Prospective Elementary Teachers with a History of Math Avoidance: As a Function of Heuristics and Discussion*. University of Washington,
- Katretchko, S. (1998). *Between Logic and Heuristic*. Paper presented at the The Paideia Archive: Twentieth World Congress of Philosophy.
- Kopka, J. J. A. U. P. (2007). *The Clusters of Problems in School Mathematics*. 40.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*: Allyn and Bacon.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1995). *The New Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Elementary School. A Longwood Professional Book*: ERIC.
- Kutz, R. (1991). *Teaching elementary mathematics: an active approach*: Allyn and Bacon.
- Leinhardt, G., & Schwarz, B. B. J. C. (1997). Seeing the problem: An explanation from Polya. 15(3), 395-434.
- Lester, F., & Charles, R. (1982). *Teaching problem solving: What, why & how*: Dale Seymour Publications.
- Lyman, F. (1981). The responsive classroom discussion: The inclusion of all students. 109, 113.
- Lyman, F. (1987). Think-pair-share: An expanding teaching technique. 1(1), 1-2.
- Millis, B. J., & Cottell, J. P. G. (1998). *Cooperative Learning for Higher Education Faculty*. U.S.A. Phoenix: Oryx Press.
- Novak, J. D., & Gowin, D. B. (1984). *Learning how to learn*: cambridge University press.
- Novotná, J., & Eisenmann, P. (2014). Problem solving in school mathematics based on heuristic strategies. 7(1), 1-6.
- Ohlsson, S., & Rees, E. J. C. (1991). The function of conceptual understanding in the learning of arithmetic procedures. 8(2), 103-179.
- Peelle, H. (2000). Alternative modes for teaching mathematical problem solving: An overview. 4(1), 119-142.
- Polya, G. (1957). How to solve it: A new aspect of mathematical method (reprint). In: Penguin Mathematics. Harmondsworth: Penguin Books.
- Polya, G. (1973). *How to solve it: A new aspect of mathematical (reprint)*. New Jersey: Princeton University press.

- Polya, G. (1980). On solving mathematical problems in high school. 1-2.
- Polya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. New Jersey: Princeton University press.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving* Academic Press Orlando. In: Florida.
- Simon, H. A., & Newell, A. J. A. P. (1971). Human problem solving: The state of the theory in 1970. 26(2), 145-159.
- Suydam, M. N. J. P. s. i. s. m. (1980). Untangling clues from research on problem solving. 34-50.
- Torrance, E. (1963). *Guiding Creative Talent*, EngleWood. PrenticeHall. In: Inc.
- Whyte, M. M. (1991). Individualistic versus paired/cooperative computer-assisted instruction: Matching instructional method with cognitive style. 19(4), 299-312.
- Wilson, J. W., Fernandez, M. L., & Hadaway, N. J. R. i. f. t. c. H. s. m. (1993). Mathematical problem solving. 57, 78.
- Yen, F. (1986). An intervention study in mathematical problem solving among selected junior high school students (Heuristics, math tutoring, self-efficacy).
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- ขอบใจ สาสีทธิ. (2545). ผลของการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- จิรภา นุชทองม่วง. (2559). การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การหาพื้นที่ โดยใช้กระดานตะปู ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ในระดับประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสว่างวิทยา. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- เจษฎา รัตนบรรเทิง. (2557). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ชนิดา ทาระเนตร. (2560). การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยการจัดการเรียนการสอนเน้นกระบวนการกลุ่ม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสา จังหวัดน่าน. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ชรินทร์ สงสกุล นันทน์ภัส นิยมทรัพย์ และสมจิต จันทร์ฉาย. (2559). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด. Paper presented at the การประชุมวิชาการระดับชาติ ครั้งที่ 8, มหาวิทยาลัย

ราชภัฏนครปฐม.

ชลธิชา ทับทิว. (2554). ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่มีต่อความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่. สารนิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชัชวาลย์ บัววิธาน. (2559). การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.

ชานนท์ จันทร์. (2555). การประเมินในชั้นเรียนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บริษัท อาร์ แอนด์ เอ็น ปริ้นท์ จำกัด.

ชำนาญ โพธิ์คลัง. (2547). การพัฒนาคุณภาพการศึกษา โดยใช้กิจกรรมเพื่อนคู่คิดในโรงเรียนสุวรรณภูมิพิทยไพศาล จังหวัดร้อยเอ็ด. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการบริหารการศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์.

ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2533). หลักการและเทคนิค โน โลยีทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: เรือนแก้วการพิมพ์

จิตติกรณ นากูมา. (2560). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิด วิเคราะห์และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่อการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์กับแบบปกติ. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและประเมินผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

ถวิลย์ ชาราโกชน. (2536). จิตวิทยาสังคม. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.

ชนวรรณ แก้ววิเชียร. (2560). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามเทคนิค K-W-D-L โดยใช้กระบวนการร่วมมือ Think-Pair-Share เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. วารสารดุษฎีบัณฑิตทางสังคมศาสตร์, 7(1), 16-28.

นวลทิพย์ นวพันธุ์. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นิยสนิ อามะ. (2556). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง บทประยุกต์ โดยการใช้อิวริสติกส์ โรงเรียนอนุบาลปัตตานี. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ปรีชา เนาวีเย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยการใช้การแก้ปัญหาลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์การศึกษาคุณวุฒิปริญญา สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พิสมัย ศรีอำไพ. (2533). คณิตศาสตร์สำหรับครูประถม. มหาสารคาม: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม.

ภูวภัทร อ่างอาจ. (2561). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการคิดคำนวณ เรื่อง การบวก



- และการลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-2 แบบคละชั้นเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค TGT. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการพัฒนาหลักสูตรและนวัตกรรมการสอน เทคโนโลยีราชวมงคลชัยบุรี.
- โยธิน ศิริเอ๋ย. (2559). ความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนในรายวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร รหัสวิชา ง32101 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558. เอกสารการสอนรายวิชา เทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร รหัสวิชา ง32101 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.
- รัชณี ภูพัชรกุล. (2551). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างวิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิดและวิธีสอนแบบปกติ. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์. (2554). หน่วยที่ 9 กิจกรรมส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ประมวลสาระชุด วิชาการจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- เรวดี มีสุข. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ (*Heuristics*) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการ มัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2542). แผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์วัฒนาพานิช.
- วิชัย เหลืองธรรมชาติ. (2531). ความพึงพอใจและการปรับตัวต่อสภาพแวดล้อมใหม่ประชากรในหมู่บ้านอพยพ โครงการเขื่อนรัชชประภา (เขื่อนหาลาน) จังหวัดสุราษฎร์ธานี. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อม มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- วิภาวดี วงศ์เลิศ. (2544). การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียเรื่อง เซต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดอภิปราย. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการ มัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ศิวริน เกณฑ์. (2557). การพัฒนาการจัดการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). คู่มือการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). การวัดและประเมินผลด้วยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน. เอกสารสำหรับผู้รับการอบรมประถมศึกษาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน หลักสูตรที่ 2 ระบบ อินเทอร์เน็ต, 20-21 เมษายน.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2553). หลักสูตรอบรมครูคณิตเน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์ และแก้ปัญหา. เอกสารสำหรับผู้รับการอบรมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์และ

- แก้ปัญหา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6 ณ โรงแรมชลอินเตอร์ จังหวัดชลบุรี, 26-30 เมษายน.  
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). การวัดประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ด  
ยูเคชั่น.
- สมบัติ การจนารักพงศ์. (2547). 29 เทคนิคการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย: การเรียนแบบร่วมมือ. กรุงเทพฯ:  
สำนักพิมพ์ธารอักษร.
- สมศักดิ์ สิ้นธุระเวชญ์. (2544). กิจกรรมพัฒนาผู้เรียนระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์วัฒนาพาณิชย์.
- สรรเสริญ กลิ่นพูน. (2546). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน ชั้น  
ประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างการใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองกับการใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองร่วมกับการ  
เรียนรู้แบบเพื่อนคู่คิด. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีและสื่อสาร  
การศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์สุทธาสถาพร้าว.
- สิริพร ทิพย์คง. (2553). ทฤษฎีและวิธีการสอนคณิตศาสตร์. เอกสารประกอบการสอนวิชาทฤษฎีและวิธีการสอน  
คณิตศาสตร์ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สุรารัตน์ สมรรถการ. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธี  
จัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทาง  
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการ  
มัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุบรรณ ตั้งศรีเสวี. (2556). ผลการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนแบบค้นพบจากการชี้แนะร่วมกับเทคนิค  
*THINK-PAIR-SHARE* ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทาง  
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา  
การศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุภาดา ศิริขจรจรัส สวีวงศ์ และธีระเดช เขียวสกุล. (2561). ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการแก้ปัญหา  
ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการ  
คิดแบบฮิวริสติกส์. Paper presented at the การประชุมวิชาการคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 24 ประจำปี 2562,  
มหาวิทยาลัยบูรพา.
- สุรณญา ล้าเลิศ. (2550). หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.  
เอกสารประกอบการจัดการเรียนการสอน โรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน นครปฐม.
- สุลักขณา คุ่มทรัพย์. (2555). ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสมเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริง เรื่อง วิธีเรียง  
สับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแรงจูงใจ ใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา  
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. สารนิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการ  
มัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). 21 วิธีการจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการคิด. กรุงเทพฯ: ห้าง  
หุ้นส่วนจำกัดภาพพิมพ์.
- สุวิมล เขียวแก้ว และอุสมาน สารี. (2541). ผลการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเคมี ของ

- นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายในโรงเรียนรัฐบาลและโรงเรียนเอกชนสอนศาสนาอิสลาม เขตการศึกษา 2. รายงานการวิจัย คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี.
- เสาวลักษณ์ บุญจันทร์. (2558). ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องกฎของไซน์และโคไซน์ ที่สอนโดยใช้กระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิกชัน. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยบูรพา.
- อดิเรก นาวารัตน์. (2551). การพัฒนาหาประสิทธิภาพและผลลัพธ์ทางการเรียนของบทเรียน *WBI* วิชาคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน หลักสูตรปริญญาตรี มหาวิทยาลัยบูรพา วิทยาเขตสารสนเทศ จันทบุรี โดยใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- อุไรวรรณ ปานทโชติ. (2561). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนของโพลยาร์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด. Paper presented at the การประชุมวิชาการคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 23 ประจำปี 2561, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.





ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือ



### รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือ

- |                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| 1. อาจารย์ ดร. แสงเดือน เจริญนิม  | ภาควิชาครุศึกษา คณะศึกษาศาสตร์และพัฒนศาสตร์<br>มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน |
| 2. อาจารย์ นันทวรรณ ประเสริฐนพคุณ | กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์<br>โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย                           |
| 3. อาจารย์ นิธินาถ ไขศรีทอง       | กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์<br>โรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน                          |



ภาคผนวก ข

เอกสารการตรวจเครื่องมือ

1. หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการตรวจเครื่องมือ





ที่ อว 8606 (วส) 4846

1901  
12 กย 2562

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร  
พระราชวังสนามจันทร์  
อ.เมือง จ.นครปฐม 73000

28 สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนมัธยมฐานบิน กำแพงแสน

ด้วย นางสาวอรินา บัณฑิต รหัสประจำตัว 59316309 นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร กำลังทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง " การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 " มีความประสงค์จะขอเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 จำนวน 42 คน เพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร จึงขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดแจ้งนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 ทราบ เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลให้แก่ นักศึกษาดังกล่าวด้วย

จึงเรียนมาเพื่อ โปรดให้ความอนุเคราะห์ จักขอบพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร. อธิกมาส มากชัย)

รองคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ฝ่ายวิชาการและวิจัย

รักษาการแทน คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

เรียน ผู้อำนวยการ  
โรงเรียน (AG: กำแพงแสน) ขอรับข้อมูล

เพื่อโปรดทราบและเห็นควร  แจ้ง  มอบ

กลับไปทำใหม่  
 อนุมัติ/พิจารณา

สำนักงานบัณฑิตวิทยาลัย  
นครปฐม โทร. 034-218790

๒๖ (นางสาวอรินา บัณฑิตเรียน)  
ที่ห้องเรียนรวม  
12 กย 2562

- กอน  
- นางอรินา บัณฑิตเรียน  
อธิการบดี

(นางอรินา บัณฑิตเรียน)  
ผู้อำนวยการโรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน  
12 / 09 / 62

ทราบ  
 แจ้ง

มอบ. ทพ. (พ.ร.อ. ชัย)  
อธิการบดี

อื่นๆ

๑๓ / ๐๙ / ๖๒



ที่ อว 8606 (พท) / ๗845



บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร  
พระราชวังสนามจันทร์  
อ.เมือง จ.นครปฐม 73000

28 สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอตกลงเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย

ด้วย นางสาวอรินา บัณฑิต รหัสนักศึกษา 59316309 นักศึกษาระดับปริญญาโท บัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร กำลังทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง " การพัฒนาทักษะ  
การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6" มีความประสงค์จะขอตกลงเครื่องมือวิจัยกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 50 คน  
เพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร จึงขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดอนุญาตให้นักศึกษา  
ดังกล่าวได้ทดลองเครื่องมือวิจัยด้วย

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ จักขอบพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.อริกมาส มากजू)

รองคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ฝ่ายวิชาการและวิจัย

รักษาการแทน คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำนักงานบัณฑิตวิทยาลัย  
นครปฐม โทร.034-218790

ที่ อว 8606 (วศ) 1842



บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสกลนคร  
พระราชวังสนามจันทร์  
อ.เมือง จ.นครปฐม 73000

28 สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ตรวจคุณภาพเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.แสงเดือน เจริญนิม

ด้วย นางสาวอรินา ปัดताल รหัสประจำตัว 59316309 นักศึกษาระดับปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสกลนคร กำลังทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง " การพัฒนาทักษะ การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 "

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสกลนคร มีความประสงค์ขอเรียนเชิญท่าน ในฐานะผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้ตรวจคุณภาพเครื่องมือวิจัยให้กับนักศึกษาดังกล่าว

จึงเรียนมาเพื่อ โปรดให้ความอนุเคราะห์ จักขอบพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

( อาจารย์ ดร.อริกมาส มากจู้ )

รองคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ฝ่ายวิชาการและวิจัย  
รักษาการแทน คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำนักงานบัณฑิตวิทยาลัย  
นครปฐม โทร.034-218790

ที่ อว 8606 (ทศ) 5844



บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร  
พระราชวังสนามจันทร์  
อ.เมือง จ.นครปฐม 73000

28 สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ตรวจคุณภาพเครื่องมือวิจัย

เรียน นางนันทวรรณ ประเสริฐนพคุณ

ด้วย นางสาวอรินา ปัดताल รหัสประจำตัว 59316309 นักศึกษาระดับปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร กำลังทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง " การพัฒนาทักษะ การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 "

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร มีความประสงค์ขอเรียนเชิญท่านในฐานะผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้ตรวจคุณภาพเครื่องมือวิจัยให้กับนักศึกษาดังกล่าว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ จักขอบพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร. อธิกมาส มากจู้ย)

รองคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ฝ่ายวิชาการและวิจัย

รักษาการแทน คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำนักงานบัณฑิตวิทยาลัย  
นครปฐม โทร.034-218790

ที่ อว 8606 (นร) / 88A3



บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสกลนคร  
พระราชวังสนามจันทร์  
อ.เมือง จ.นครปฐม 73000

28 สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ตรวจคุณภาพเครื่องมือวิจัย

เรียน นางนิธินาฏ ไชศรีทอง

ด้วย นางสาวอรินา บัณฑิตา รหัสประจำตัว 59316309 นักศึกษาระดับปริญญาโท บัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสกลนคร กำลังทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง " การพัฒนาทักษะ  
การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนที่เน้นการคิดแบบอภิปรัชญา ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 "

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสกลนคร มีความประสงค์ขอเรียนเชิญท่านในฐานะผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้  
ผู้ตรวจคุณภาพเครื่องมือวิจัยให้กับนักศึกษาดังกล่าว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ จักขอบพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

( อาจารย์ ดร. อธิกมาส มากจู้ )

รองคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ฝ่ายวิชาการและวิจัย

รักษาการแทน คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำนักงานบัณฑิตวิทยาลัย  
นครปฐม โทร.034-218790

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
	-1	0	+1	
6.5 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อ			✓	
<b>7. การวัดผลประเมินผล</b>				
7.1 ความสอดคล้องของการวัดผลประเมินผลกับจุดประสงค์การเรียนรู้			✓	
7.2 ความสอดคล้องของการวัดประเมินผลกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้				
7.3 ส่งเสริมการวัดพฤติกรรม ด้านความรู้ กระบวนการ และคุณลักษณะ				

(ลงชื่อ).....*ศ. นศ*.....ผู้ประเมิน  
 (๑๗.๑๕ / ๑๗.๑๕ / ๑๗.๑๕)  
 ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ คนที่..1..

จุดประสงค์การเรียนรู้	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
นักเขียนสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง	28. สามภรรยา 5 คู่ นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม ในจำนวนนี้มีสุภาพและสุณีเป็นสามภรรยา ถ้าไม่ต้องการให้สุภาพและสุณี สามภรรยาผู้นั่งติดกันจะมีวิธีจัดคนเหล่านี้นั่งรับประทานอาหารได้กี่วิธี ก. 282,240 ข. 257,920 ค. 3,628,800 ง. 4,800,000			✓	
นักเขียนสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง	29. ในการประดับธงชาติ มีธงชาติที่ใช้ในการประดับทั้งสิ้น 7 ผืน โดยแบ่งเป็นธงชาติไทยที่มีขนาดไม่เท่ากัน 2 ผืนและธงชาติอื่น ๆ ชาติละ 1 ผืน รวมเป็น 5 ผืน จงหาจำนวนวิธีในการประดับธงชาติรอบวงเวียนโดยไม่ให้ธงไทยอยู่ติดกัน ก. 240 ข. 480 ค. 2,400 ง. 5,040			✓	
นักเขียนสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง	30. จงหาจำนวนวิธีในการจัดชาวมาเลเซีย 2 คน สิงคโปร์ 3 คน อินโดนีเซีย 2 คน และชาวไทย 3 คน นั่งประชุมรอบโต๊ะกลม โดยให้ชาติเดียวกันนั่งติดกัน ก. 648 ข. 684 ค. 846 ง. 864			✓	

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

เพิ่มเติมข้อสอบที่คล้ายกัน ดูที่ข้อที่ 14, 16, 17, 20, 28

(ลงชื่อ)..... ผู้ประเมิน

(ชื่อ นามสกุล).....

ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ คนที่..1..

จุดประสงค์การเรียนรู้	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
นักศึกษสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรงของสิ่งของ $n$ สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดโดยจัดคราวละ $r$ สิ่ง โดยจัดในแนวเส้นตรงได้	7. ร้านค้าแห่งหนึ่งมีผ้าไหมที่แตกต่างกันทั้งหมด 7 แบบ ต้องการนำผ้าไหม 3 แบบ มาจัดแสดงหน้าร้านเป็นแนวเส้นตรง จะจัดได้ทั้งหมดกี่แบบ			✓	
นักศึกษสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรงของสิ่งของ $n$ สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดโดยจัดคราวละ $r$ สิ่ง โดยจัดในแนวเส้นตรงได้	8. จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดพนักงาน 6 คน เป็น 3 กลุ่ม แบ่งไปทำงาน 3 งาน ที่แตกต่างกัน โดยจัดกลุ่มละกี่คนก็ได้			✓	

(ลงชื่อ)..... *ส. นอ* ..... ผู้ประเมิน  
 (..... *๒๓.๑๕. 11๓๗๕๒๓ 1๐5๙๙๒๓* .....)  
 ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ คนที่...1.

ข้อ	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
<b>ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการร่วมกิจกรรม</b>					
9.	นักเรียนได้รับประสบการณ์และความรู้ใหม่ ๆ จากการเรียนรู้			✓	
10.	ฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเป็นขั้นตอน (1.ให้โจทย์ปัญหา) (2.วิเคราะห์โจทย์ปัญหา) (3.วางแผนการแก้ปัญหา) (4.แก้ปัญหา) (5.ตรวจสอบคำตอบ)			✓	
11.	ฝึกให้นักเรียนทำงานอย่างเป็นระบบและรอบคอบ			✓	
12.	ฝึกให้นักเรียนเป็นคนมีความรับผิดชอบในหน้าที่			✓	
<b>ด้านสื่อการเรียนรู้</b>					
13.	สื่อสอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา				
14.	สื่อเร้าความสนใจของนักเรียน				
15.	ความเหมาะสมของสื่อการสอนกับแผนการจัดการเรียนรู้ (1.จุดประสงค์การเรียนรู้) (2.เนื้อหา) (3.วิธีการสอน) (4.สื่อการสอน) (5.การวัดและประเมินผล)	✓			
<b>ด้านการประเมินผล</b>					
16.	นักเรียนทราบเกณฑ์การประเมินผลล่วงหน้า			✓	
17.	นักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมินผลการเรียน			✓	
18.	ครูประเมินผลอย่างยุติธรรม			✓	
19.	ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสร้างเกณฑ์การประเมินผล			✓	
20.	ระยะเวลาที่ครูแจ้งผลการประเมินให้นักเรียนทราบ			✓	

(ลงชื่อ).....*ส.นพ*.....ผู้ประเมิน  
(*๑๗ สิงหาคม ๒๐๑๗*)

ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ คนที่ 1..

\* ฝากส่งครู 1-5 และ 9-12 ให้โรงเรียนเตรียมการเรื่องสื่อการสอน กับต้น 14/๑๗



รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
	-1	0	+1	
6.5 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อ			✓	
7. การวัดผลประเมินผล				
7.1 ความสอดคล้องของการวัดผลประเมินผลกับจุดประสงค์การเรียนรู้			✓	
7.2 ความสอดคล้องของการวัดประเมินผลกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้			✓	
7.3 ส่งเสริมการวัดพฤติกรรม ด้านความรู้ กระบวนการ และคุณลักษณะ			✓	

(ลงชื่อ).....*สมชาย*.....ผู้ประเมิน  
 ( *พงษ์ทรรต ประเสริฐพงศ์* )  
 ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ คนที่ 2..

จุดประสงค์การเรียนรู้	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
นักเขียนสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง	28. สามีภรรยา 5 คู่ นั่งรับประทานอาหารรอบ โต๊ะกลม ในจำนวนนี้มีสุภาพและสุณี เป็นสามีภรรยาอีก ถ้าไม่ต้องการให้สุภาพและสุณี สามีภรรยาคู่นี้นั่งติดกันจะมีวิธีจัดคนเหล่านี้ที่นั่งรับประทานอาหารได้กี่วิธี ก. 282,240                      ข. 257,920 ค. 3,628,800                    ง. 4,800,000			✓	
นักเขียนสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง	29. ในการประดับธงชาติ มีธงชาติที่ใช้ในการประดับทั้งสิ้น 7 ผืน โดยแบ่งเป็นธงชาติไทยที่มีขนาดไม่เท่ากัน 2 ผืนและธงชาติอื่น ๆ ชาติละ 1 ผืน รวมเป็น 5 ผืน จงหาจำนวนวิธีในการประดับธงชาติรอบวงเวียนโดยไม่ให้ธงไทยอยู่ติดกัน ก. 240                                      ข. 480 ค. 2,400                                    ง. 5,040			✓	
นักเขียนสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง	30. จงหาจำนวนวิธีในการจัดชาวมาเลเซีย 2 คน สิงคโปร์ 3 คน อินโดนีเซีย 2 คน และชาวไทย 3 คน นั่งประชมรอบโต๊ะกลม โดยให้ชาติเดียวกันนั่งติดกัน ก. 648                                      ข. 684 ค. 846                                      ง. 864			✓	

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม


.....  
 .....

(ลงชื่อ)..... ผู้ประเมิน

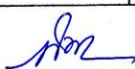
(.....นางนันทวรรณ ปวงศรีเทพคุณ.....)

ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ คนที่ 2..

จุดประสงค์การเรียนรู้	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
นักเขียนสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรงของสิ่งของ $n$ สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดคราวละ $r$ สิ่ง โดยจัดในแนวเส้นตรงได้	7. ร้านค้าแห่งหนึ่งมีผ้าไหมที่แตกต่างกันทั้งหมด 7 แบบ ต้องการนำผ้าไหม 3 แบบ มาจัดแสดงหน้าร้านเป็นแนวเส้นตรง จะจัดได้ทั้งหมดกี่แบบ			✓	
นักเขียนสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรงของสิ่งของ $n$ สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดคราวละ $r$ สิ่ง โดยจัดในแนวเส้นตรงได้	8. จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดพนักงาน 6 คน เป็น 3 กลุ่ม แบ่งไปทำงาน 3 งาน ที่แตกต่างกัน โดยจัดกลุ่มละกี่คนก็ได้			✓	

(ลงชื่อ)..........ผู้ประเมิน  
 (.....ทงหน้ทวรวรณ.....ปว.ว.ส.อ.นพคุณ.....)  
 ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ คนที่ 2...

ข้อ	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
<b>ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการร่วมกิจกรรม</b>					
9.	นักเรียนได้รับประสบการณ์และความรู้ใหม่ๆ จากการเรียนรู้			✓	
10.	ฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเป็นขั้นตอน			✓	
11.	ฝึกให้นักเรียนทำงานอย่างเป็นระบบและรอบคอบ			✓	
12.	ฝึกให้นักเรียนเป็นคนมีความรับผิดชอบในหน้าที่			✓	
<b>ด้านสื่อการเรียนรู้</b>					
13.	สื่อสอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา			✓	
14.	สื่อสร้างความสนใจของนักเรียน			✓	
15.	ความเหมาะสมของสื่อการสอนกับแผนการจัดการเรียนรู้			✓	
<b>ด้านการประเมินผล</b>					
16.	นักเรียนทราบเกณฑ์การประเมินผลล่วงหน้า			✓	
17.	นักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมินผลการเรียน			✓	
18.	ครูประเมินผลอย่างยุติธรรม			✓	
19.	ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสร้างเกณฑ์การประเมินผล			✓	
20.	ระยะเวลาที่ครูแจ้งผลการประเมินให้นักเรียนทราบ			✓	

(ลงชื่อ)..........ผู้ประเมิน  
 (...นางนันทวรรณ ประเสริฐมหาดุฑ...)  
 ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ คนที่ 2..

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
	-1	0	+1	
6.5 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อ			✓	
7. การวัดผลประเมินผล				
7.1 ความสอดคล้องของการวัดและประเมินผลกับจุดประสงค์การเรียนรู้			✓	
7.2 ความสอดคล้องของการวัดและประเมินผลกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้			✓	
7.3 ส่งเสริมการวัดพฤติกรรม ด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์			✓	

(ลงชื่อ).....ผู้ประเมิน  
 (.....นางนิตินาฏ ไร่ศิริทอง.....)  
 ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ คนที่.....

จุดประสงค์การเรียนรู้	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
นักเขียนสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน $n$ ชั้น ได้	28. สามภรรยา 5 คู่ นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม ในจำนวนนี้มีสุภาพและสุณีเป็นสามภรรยา ถ้าไม่ต้องการให้สุภาพและสุณี สามภรรยาคู่นั่งติดกันจะมีวิธีจัดคนเหล่านี้นั่งรับประทานอาหารได้กี่วิธี ก. 282,240                      ข. 257,920 ค. 3,628,800                    ง. 4,800,000			✓	
นักเขียนสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน $n$ ชั้น ได้	29. ในการประดับธงชาติ มีธงชาติที่ใช้ในการประดับทั้งสิ้น 7 ผืน โดยแบ่งเป็นธงชาติไทยที่มีขนาดไม่เท่ากัน 2 ผืนและธงชาติอื่น ๆ ชาติละ 1 ผืน รวมเป็น 5 ผืน จงหาจำนวนวิธีในการประดับธงชาติรอบวงเวียนโดยไม่ให้ธงไทยอยู่ติดกัน ก. 240                              ข. 480 ค. 2,400                            ง. 5,040			✓	
นักเขียนสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน $n$ ชั้น	30. จงหาจำนวนวิธีในการจัดชาวมาเลเซีย 2 คน สิงคโปร์ 3 คน อินโดนีเซีย 2 คน และชาวไทย 3 คน นั่งประชุมรอบโต๊ะกลม โดยให้ชาติเดียวกันนั่งติดกัน ก. 648                                ข. 684 ค. 846                                ง. 864			✓	

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....  
.....  
(ลงชื่อ).....ผู้ประเมิน

(นางนิตินาฏ ฐิติรัตน์)

ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ คนที่ 3..

จุดประสงค์การเรียนรู้	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
นักเขียนสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง	7. ร้านค้าแห่งหนึ่งมีผ้าไหมที่แตกต่างกันทั้งหมด 7 แบบ ต้องการนำผ้าไหม 3 แบบ มาจัดแสดงหน้าร้านเป็นแนวเส้นตรง จะจัดได้ทั้งหมดกี่แบบ			✓	
นักเขียนสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรงของสิ่งของ n สิ่ง ที่ไม่แตกต่างกัน	8. จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดพนักงาน 6 คน เป็น 3 กลุ่ม แบ่งไปทำงาน 3 งาน ที่แตกต่างกัน โดยจัดกลุ่มละกี่คนก็ได้			✓	

(ลงชื่อ).....ผู้ประเมิน  
 (.....นางนิตินาฏ รัตติทอง.....)  
 ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ คนที่ 3

ข้อ	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
<b>ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการร่วมกิจกรรม</b>					
9.	นักเรียนได้รับประสบการณ์และความรู้ใหม่ ๆ จากการเรียนรู้			✓	
10.	ฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเป็นขั้นตอน			✓	
11.	ฝึกให้นักเรียนทำงานอย่างเป็นระบบและรอบคอบ			✓	
12.	ฝึกให้นักเรียนเป็นคนมีความรับผิดชอบในหน้าที่			✓	
<b>ด้านสื่อการเรียนรู้</b>					
13.	สื่อสอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา			✓	
14.	สื่อเร้าความสนใจของนักเรียน			✓	
15.	ความเหมาะสมของสื่อการสอนกับแผนการจัดการเรียนรู้			✓	
<b>ด้านการประเมินผล</b>					
16.	นักเรียนทราบเกณฑ์การประเมินผลล่วงหน้า			✓	
17.	นักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมินผลการเรียน			✓	
18.	ครูประเมินผลอย่างยุติธรรม			✓	
19.	ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสร้างเกณฑ์การประเมินผล			✓	
20.	ระยะเวลาที่ครูแจ้งผลการประเมินให้นักเรียนทราบ			✓	

(ลงชื่อ).....ผู้ประเมิน  
 (.....นายนิพนธ์ ธีระธรรม.....)  
 ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ คนที่...3...



## ภาคผนวก ค

### คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
2. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
3. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
4. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาแบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มี ต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด
5. ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
6. ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
7. ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
8. ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

**1. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา**  
**แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด**  
**เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน**

การตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการประเมินความสอดคล้องของแต่ละองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ผลการประเมินปรากฏดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	1	2	3	
<b>1. สาระสำคัญ</b>				
1.1 ความสอดคล้องกับสาระสำคัญ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
1.2 ความชัดเจนเข้าใจง่าย	+1	+1	+1	1.00
1.3 มีความเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน	+1	+1	+1	1.00
1.4 มีความถูกต้อง	+1	+1	+1	1.00
<b>2. จุดประสงค์การเรียนรู้</b>				
2.1 ความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้กับสาระการเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
2.2 ความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
2.3 ความสอดคล้องของจุดประสงค์กับสื่อการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล	+1	+1	+1	1.00
2.4 ข้อความชัดเจนเข้าใจง่ายครอบคลุมพฤติกรรมการเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
<b>3. เนื้อหา</b>				
3.1 ถูกต้องตามหลักวิชาการ ทันสมัยและทันเหตุการณ์	+1	+1	+1	1.00
3.2 ชัดเจนไม่สับสน	+1	+1	+1	1.00

ตารางที่ 16 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแผนการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์  
ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน (ต่อ)

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	1	2	3	
3.3 ครอบคลุม เพียงพอที่จะเป็นพื้นฐานในการสร้างข้อความรู้ใหม่	+1	+1	+1	1.00
3.4 ครอบคลุมพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้หรือทักษะที่ต้องการ	+1	+1	+1	1.00
3.5 เนื้อหาน่าสนใจ เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน	+1	+1	+1	1.00
<b>4. สาระการเรียนรู้</b>				
4.1 ความสอดคล้องของสาระการเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
4.2 ความสอดคล้องของสาระการเรียนรู้กับคำอธิบายรายวิชา	+1	+1	+1	1.00
<b>5. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้</b>				
5.1 ความสอดคล้องของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับตัวชี้วัด	+1	+1	+1	1.00
5.2 ความสอดคล้องของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
<b>6. สื่อและแหล่งการเรียนรู้</b>				
6.1 สื่อการเรียนรู้มีความสอดคล้องของกับจุดประสงค์การเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
6.2 สื่อการเรียนรู้มีความสอดคล้องของกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
6.3 เหมาะสมกับวัย ความสนใจ และความสามารถของผู้เรียน	+1	+1	+1	1.00
6.4 เร้าความสนใจของผู้เรียน	+1	+1	+1	1.00
6.5 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อ	+1	+1	+1	1.00
<b>7. การวัดผลและประเมินผล</b>				
7.1 ความสอดคล้องของการวัดและประเมินผลกับจุดประสงค์การเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
7.2 ความสอดคล้องของการวัดและประเมินผลกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
7.3 ส่งเสริมการวัดพฤติกรรม ด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะอันพึงประสงค์	+1	+1	+1	1.00

**2. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา**  
**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน**

การตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ผลการประเมินปรากฏ ดังตารางที่ 17

ตารางที่ 17 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

ข้อสอบ ข้อที่	ความคิดเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญ			IOC	ข้อสอบ ข้อที่	ความคิดเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	1	2	3			1	2	3	
1	+1	+1	+1	1.00	16	+1	+1	+1	1.00
2	+1	+1	+1	1.00	17	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	1.00	18	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	1.00	19	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	+1	1.00	20	+1	+1	+1	1.00
6	+1	+1	+1	1.00	21	+1	+1	+1	1.00
7	+1	+1	+1	1.00	22	+1	+1	+1	1.00
8	+1	+1	+1	1.00	23	+1	+1	+1	1.00
9	+1	+1	+1	1.00	24	+1	+1	+1	1.00
10	+1	+1	+1	1.00	25	+1	+1	+1	1.00
11	+1	+1	+1	1.00	26	+1	+1	+1	1.00
12	+1	+1	+1	1.00	27	+1	+1	+1	1.00
13	+1	+1	+1	1.00	28	+1	+1	+1	1.00
14	+1	+1	+1	1.00	29	+1	+1	+1	1.00
15	+1	+1	+1	1.00	30	+1	+1	+1	1.00

**3. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา**  
**แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน**

การตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ผลการประเมินปรากฏ ดังตารางที่ 18

ตารางที่ 18 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

ข้อสอบข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	1	2	3	
1	+1	+1	+1	1.00
2	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	+1	1.00
6	+1	+1	+1	1.00
7	+1	+1	+1	1.00
8	+1	+1	+1	1.00

**4. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา**  
**แบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบ**  
**ฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด**

การตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ผลการประเมินปรากฏ ดังตารางที่ 19

ตารางที่ 19 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	1	2	3	
<b>1. ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</b>				
1.1 นักเรียนได้รู้จักวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย	+1	+1	+1	1.00
1.2 นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและร่วมอภิปรายเพื่อหาแนวทางการแก้ไขปัญหาในการเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
1.3 นักเรียนได้ร่วมแสวงหาความรู้และแนวทางการแก้ปัญหาคด้วยตนเองในการเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
1.4 นักเรียนได้วิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด	+1	+1	+1	1.00
1.5 นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ที่จะเรียนใหม่	+1	+1	+1	1.00
<b>2. ด้านบรรยากาศในการเรียนรู้</b>				
2.1 นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
2.2 นักเรียนได้รับความสนุกสนานจากการเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
2.3 กระตุ้นให้นักเรียนอยากตอบคำถามในกิจกรรมการเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
<b>3. ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการร่วมกิจกรรม</b>				
3.1 นักเรียนได้รับประสบการณ์และความรู้ใหม่ ๆ จากการเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
3.2 ฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเป็นขั้นตอน	+1	+1	+1	1.00

ตารางที่ 19 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียน  
ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบอภิปรัชญาพร้อมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (ต่อ)

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	1	2	3	
3.3 ฝึกให้นักเรียนทำงานอย่างเป็นระบบและรอบคอบ	+1	+1	+1	1.00
3.4 ฝึกให้นักเรียนเป็นคนมีความรับผิดชอบในหน้าที่	+1	+1	+1	1.00
<b>4. ด้านสื่อการเรียนรู้</b>				
4.1 สื่อสอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา	+1	+1	+1	1.00
4.2 สื่อสร้างความสนใจของนักเรียน	+1	+1	+1	1.00
4.3 สื่อการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับวัยของนักเรียน	-1	+1	+1	0.33
<b>5. ด้านการประเมินผล</b>				
5.1 นักเรียนทราบเกณฑ์การประเมินผลล่วงหน้า	+1	+1	+1	1.00
5.2 นักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมินผลการเรียน	+1	+1	+1	1.00
5.3 ครูประเมินผลอย่างยุติธรรม	+1	+1	+1	1.00
5.4 ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสร้างเกณฑ์การประเมินผล	+1	+1	+1	1.00
5.5 ระยะเวลาที่ครูแจ้งผลการประเมินให้นักเรียนทราบ	+1	+1	+1	1.00

**5. ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อ**  
**สำหรับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน**

การวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ในส่วนของค่าความยากง่าย และอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ ได้ผลการวิเคราะห์ ดังตารางที่ 20

ตารางที่ 20 ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

ข้อสอบข้อที่	ความยากง่าย		ค่าอำนาจจำแนก(27%)	
	p	ระดับคุณภาพ	r	ระดับคุณภาพ
1	0.600	ค่อนข้างง่าย	0.720	ดีมาก
2	0.800	ง่ายมาก	0.420	ดีมาก
3	0.400	ยากง่ายปานกลาง	0.720	ดีมาก
4	0.340	ค่อนข้างยาก	0.470	ดีมาก
5	0.450	ยากง่ายปานกลาง	0.500	ดีมาก
6	0.460	ยากง่ายปานกลาง	0.210	ปานกลาง
7	0.460	ยากง่ายปานกลาง	0.350	ดี
8	0.550	ยากง่ายปานกลาง	0.500	ดีมาก
9	0.500	ยากง่ายปานกลาง	0.280	ปานกลาง
10	0.570	ยากง่ายปานกลาง	0.290	ปานกลาง
11	0.710	ค่อนข้างง่าย	0.580	ดีมาก
12	0.720	ค่อนข้างง่าย	0.350	ดี
13	0.410	ยากง่ายปานกลาง	0.580	ดีมาก
14	0.360	ค่อนข้างยาก	0.670	ดีมาก
15	0.910	ง่ายมาก	0.540	ดีมาก
16	0.770	ค่อนข้างง่าย	0.480	ดีมาก
17	0.380	ค่อนข้างยาก	0.380	ดี
18	0.500	ยากง่ายปานกลาง	0.700	ดีมาก
19	0.720	ค่อนข้างง่าย	0.350	ปานกลาง



ตารางที่ 20 ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  
เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน (ต่อ)

ข้อสอบข้อที่	ความยากง่าย		ค่าอำนาจจำแนก(27%)	
	p	ระดับคุณภาพ	r	ระดับคุณภาพ
20	0.170	ยากมาก	0.360	ดี
21	0.420	ยากง่ายปานกลาง	0.440	ดีมาก
22	0.230	ค่อนข้างยาก	0.480	ดีมาก
23	0.170	ยากมาก	0.360	ดีมาก
24	0.390	ค่อนข้างยาก	0.220	ปานกลาง
25	0.620	ค่อนข้างง่าย	0.380	ดี
26	0.570	ยากง่ายปานกลาง	0.290	ปานกลาง
27	0.630	ค่อนข้างง่าย	0.520	ดีมาก
28	0.830	ง่ายมาก	0.360	ดี
29	0.940	ง่ายมาก	0.460	ดีมาก
30	0.870	ง่ายมาก	0.270	ปานกลาง

จากผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.2 – 0.8 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าอยู่ระหว่าง 0.2 – 1.00 ได้แก่ ข้อสอบข้อที่ 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 18, 19, 21, 22, 25, 26 และ 27

**6. ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อ**  
**แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน**

การวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ในส่วนของค่าความยากง่าย และอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ ได้ผลการวิเคราะห์ ดังตารางที่ 21

ตารางที่ 21 ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

ข้อสอบข้อที่	ความยากง่าย		ค่าอำนาจจำแนก(27%)	
	p	ระดับคุณภาพ	r	ระดับคุณภาพ
1	0.540	ยากง่ายปานกลาง	0.640	ดีมาก
2	0.570	ยากง่ายปานกลาง	0.710	ดีมาก
3	0.570	ยากง่ายปานกลาง	0.740	ดีมาก
4	0.570	ยากง่ายปานกลาง	0.630	ดีมาก
5	0.410	ยากง่ายปานกลาง	0.220	ปานกลาง
6	0.280	ค่อนข้างยาก	0.430	ดีมาก
7	0.480	ยากง่ายปานกลาง	0.230	ปานกลาง
8	0.630	ค่อนข้างง่าย	0.200	ปานกลาง

จากผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้เรื่องข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.2 – 0.8 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าอยู่ระหว่าง 0.2 – 1.00 ได้แก่ ข้อสอบข้อที่ 1, 2, 3 และ 4

**7. ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น**  
**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน**

การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ผู้วิจัยได้ใช้สูตร KR 20 ในการคำนวณค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ได้ผลการวิเคราะห์ ดังตารางที่ 22

ตารางที่ 22 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

ข้อสอบข้อที่	สัดส่วนของนักเรียนที่ตอบถูก (p)	สัดส่วนของนักเรียนที่ตอบผิด (p)	pq	
1	0.600	0.400	0.240	
2	0.800	0.200	0.160	
3	0.400	0.600	0.240	
4	0.340	0.660	0.220	
5	0.450	0.550	0.250	
6	0.460	0.540	0.250	$\sum pq = 6.070$ $S^2 = 22.563$ KR20 = 0.739
7	0.460	0.540	0.250	
8	0.550	0.450	0.250	
9	0.500	0.500	0.250	
10	0.570	0.430	0.250	
11	0.710	0.290	0.210	
12	0.720	0.280	0.200	
13	0.410	0.590	0.240	
14	0.360	0.640	0.230	
15	0.910	0.010	0.010	
16	0.770	0.230	0.180	
17	0.380	0.620	0.240	

ตารางที่ 22 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา  
คณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน (ต่อ)

ข้อสอบข้อที่	สัดส่วนของ นักเรียนที่ ตอบถูก (p)	สัดส่วนของ นักเรียนที่ ตอบผิด (p)	pq
18	0.500	0.500	0.250
19	0.720	0.280	0.200
20	0.170	0.830	0.140
21	0.420	0.580	0.240
22	0.230	0.770	0.180
23	0.170	0.830	0.140
24	0.390	0.610	0.240
25	0.620	0.380	0.240
26	0.570	0.430	0.250
27	0.630	0.370	0.230
28	0.830	0.170	0.140
29	0.940	0.060	0.060
30	0.870	0.130	0.110

**8. ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น**  
**แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน**

การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ผู้วิจัยได้ใช้สูตรของครอนบัก (Cronbach alpha procedure) ในการคำนวณค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ได้ผลการวิเคราะห์ ดังตารางที่ 23

ตารางที่ 23 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

คนที่	คะแนน								รวม
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	ข้อที่ 6	ข้อที่ 7	ข้อที่ 8	
1	8	10	9	7	5	5	9	9	62
2	5	6	2	3	7	5	7	7	42
3	10	9	8	10	10	8	10	10	75
4	5	5	5	4	5	5	7	5	41
5	7	8	7	10	7	8	7	7	61
6	7	8	7	8	6	7	8	7	58
7	9	9	7	8	8	6	10	9	66
8	7	8	7	8	6	7	8	7	58
9	7	8	7	8	7	8	8	7	60
10	10	9	8	9	8	8	9	10	71
11	5	4	3	3	5	5	8	8	41
12	7	8	7	6	6	7	5	7	53
13	7	8	9	7	6	7	10	5	59
14	7	8	7	7	7	6	7	7	56
15	9	8	8	8	9	7	8	10	67
16	3	3	2	4	6	6	8	7	39
17	7	6	7	8	10	5	7	8	58
18	8	8	8	7	6	9	8	7	61

ตารางที่ 23 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์  
เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน (ต่อ)

คนที่	คะแนน								รวม
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	ข้อที่ 6	ข้อที่ 7	ข้อที่ 8	
19	7	6	7	8	10	5	7	8	58
20	4	4	5	4	6	5	8	10	46
21	8	9	9	9	7	6	10	9	67
22	2	2	4	3	5	5	8	8	37
23	7	6	7	8	10	5	7	8	58
24	9	9	9	9	8	8	9	9	70
25	7	8	7	8	6	7	8	7	58
26	3	3	3	0	7	6	8	9	39
27	7	8	7	8	6	7	7	7	57
28	9	10	9	9	7	8	8	10	70
29	5	5	1	2	7	7	6	7	40
30	7	8	7	8	6	7	8	8	59
31	7	8	6	8	8	8	7	7	59
32	7	9	9	9	8	5	9	8	64
33	7	8	8	10	6	7	8	9	63
34	7	7	7	6	6	6	6	6	51
35	7	5	8	7	8	7	6	8	56
36	9	10	8	9	8	5	9	9	67
37	3	2	3	2	6	5	7	9	37
38	7	8	8	8	8	7	8	7	61
39	7	6	7	8	8	8	7	7	58
40	9	10	9	9	7	6	8	8	66
41	2	1	3	2	8	5	9	8	38
42	7	8	7	8	6	7	8	8	59
43	8	8	7	7	8	7	7	8	60

ตารางที่ 23 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์  
เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน (ต่อ)

คนที่	คะแนน								รวม
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	ข้อที่ 6	ข้อที่ 7	ข้อที่ 8	
44	7	7	8	7	7	6	9	10	61
45	1	3	2	3	9	5	9	8	40
46	6	4	1	3	7	6	7	7	41
47	7	5	2	3	6	6	8	7	44
48	2	2	4	2	6	5	9	9	39
49	8	8	9	8	8	6	9	9	65
50	9	9	9	9	6	5	9	9	65

$$S_1^2 = 4.56$$

$$S_2^2 = 5.73$$

$$S_3^2 = 5.75$$

$$S_4^2 = 6.80$$

$$S_5^2 = 1.78$$

$$S_6^2 = 1.30$$

$$S_7^2 = 1.22$$

$$S_8^2 = 1.48$$

$$S_i^2 = 112.32$$

$$\sum S_i^2 = 28.62$$

$$\text{Reliability} = 0.85$$



## ภาคผนวก ง

### ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
3. แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
4. แบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด







## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  ชิ้น

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

วิชาคณิตศาสตร์ 6 รหัส 33102

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ผู้สอน อรีนา บัดताल

จำนวน 2 คาบ

โรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน

### 1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ตัวชี้วัด

ค 5.2 ม.4-6/2 อธิบายการทดลองสุ่มเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และนำผลที่ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

ค 5.3 ม.4-6/2 ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ค 6.1 ม.4-6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ค 6.1 ม.4-6/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

## 2. สาระสำคัญ

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น (linear permutation) เป็นการนำสิ่งของมาจัดเรียงในแนวเส้นตรง โดยไม่นำสิ่งของที่ใช้จัดเรียงไปแล้วในตำแหน่งหนึ่งมาจัดเรียงในตำแหน่งอื่นอีก และการเรียงสับเปลี่ยนที่มีสิ่งของเรียงลำดับแตกต่างกัน จะถือว่าเป็นการเรียงสับเปลี่ยนที่ไม่เหมือนกันในหัวข้อนี้ จะหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยอาศัยหลักการคูณ และเขียนจำนวนวิธีที่ได้ในรูปแฟกทอเรียล

ในกรณีทั่วไป ถ้าต้องการนำสิ่งของที่แตกต่างกัน  $n$  ชิ้น มาเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น สามารถหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนทั้งหมดได้โดยใช้หลักการคูณทั้งหมดนั้นคือ  $n!$  วิธี

## 3. จุดประสงค์การเรียนรู้

### ความรู้ (K)

1. นักเรียนสามารถบอกหลักการที่เกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  ชิ้น ได้
2. นักเรียนสามารถคำนวณและแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  ชิ้น ได้

### ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (P)

1. นักเรียนสามารถใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา
2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

## 4. สาระการเรียนรู้

### ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับหลักการนับเบื้องต้น

ถ้าบัวตองจะเดินทางจากกรุงเทพฯ กลับไปเยี่ยมบ้านที่เชียงใหม่ โดยจะเลือกเดินทางโดยเครื่องบินหรือรถประจำทาง และสมมติว่ามีสายการบินและบริษัทรถประจำทางให้เลือก ดังตารางบัวตองจะเลือกบริษัทผู้ให้บริการได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีเดินทาง	บริษัทผู้ให้บริการ
เครื่องบิน	อีมส์ยาม การบินเอเชีย วิหคเหินฟ้า กรุงเทพการบิน เชียงใหม่แอร์เวย์ ไทยการบิน
รถประจำทาง	กรุงเทพทัวร์ มาลีทัวร์ สบายทัวร์ สยามทัวร์ ทัวร์ทั่วไทย

จะเห็นว่า มีบริษัทสายการบินให้เลือกทั้งหมด 6 บริษัท และมีบริษัทรถประจำทางให้เลือกทั้งหมด 5 บริษัท ดังนั้น บัณฑิตสามารถเลือกบริษัทผู้ให้บริการสำหรับเดินทางกลับเชียงใหม่ได้ทั้งหมด 11 วิธี

ในการแก้ปัญหาข้างต้น ได้ใช้การนับโดยแบ่งวิธีที่เป็นไปได้ออกเป็น 2 กรณี ได้แก่ กรณีที่เดินทางโดยเครื่องบิน และกรณีที่เดินทางโดยรถประจำทาง ซึ่งบริษัทผู้ให้บริการในทั้งสองกรณีไม่ซ้ำซ้อนกัน จากนั้นจึงนำจำนวนบริษัทผู้ให้บริการในทั้งสองกรณีมาบวกกัน

หลักการนับของสิ่งของเหตุการณ์ หรือวิธีการทำงานเช่นนี้ เรียกว่า **หลักการบวก** (addition principle)

ในการนับจำนวนวิธีการทำงาน จำนวนสิ่งของหรือจำนวนเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้น โดยการแบ่งพิจารณาเป็นกรณีย่อย ๆ นั้น อาจมีกรณีย่อยมากกว่า 2 กรณี ซึ่งจำนวนวิธีทั้งหมดที่เป็นไปได้จะเท่ากับผลบวกของจำนวนวิธีทั้งหมดในทุกกรณี ดังต่อไปนี้

หลักการบวก (กรณีทั่วไป)
<p>ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งวิธีการทำงานออกเป็น <math>k</math> กรณี โดยที่</p> <p>กรณีที่ 1 สามารถทำได้ <math>n_1</math> วิธี</p> <p>กรณีที่ 2 สามารถทำได้ <math>n_2</math> วิธี</p>

⋮

กรณีที่  $k$  สามารถทำได้  $n_k$  วิธี

ซึ่งวิธีการทำงานในทั้ง  $k$  กรณีไม่ซ้ำซ้อนกัน และการทำงานในแต่ละกรณีทำให้งานเสร็จสมบูรณ์  
แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด  $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$  วิธี

พิจารณาขั้นตอนการทำงานที่สามารถเลือกทำขั้นตอนใดก่อนก็ได้ ตัวอย่างเช่น ขั้นตอนการเลือกขนมกับอาหารคาว อย่างไรก็ตาม อาจพิจารณาขั้นตอนการเลือกขนมก่อนการเลือกอาหารคาวก็ได้เพียงแต่ต้องพิจารณาให้ครบทุกขั้นตอนเท่านั้น

ในกรณีทั่วไป การทำงานอย่างหนึ่ง อาจประกอบด้วยขั้นตอนย่อยมากกว่า 2 ขั้นตอน ซึ่งการนับจำนวนวิธีการทำงาน สามารถใช้กรณีทั่วไปของหลักการคูณได้ ดังนี้

#### หลักการคูณ (กรณีทั่วไป)

ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนการทำงานออกเป็น  $k$  ขั้นตอน ซึ่งต้องทำต่อเนื่องกัน โดยที่

ขั้นตอนที่ 1 สามารถทำได้  $n_1$  วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 สามารถทำขั้นตอนที่ 2 ต่อไปได้  $n_2$  วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 และขั้นตอนที่ 2 สามารถทำขั้นตอนที่ 3 ต่อไปได้  $n_3$  วิธี

⋮

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่  $k-1$  สามารถทำขั้นตอนที่  $k$  ต่อไปได้  $n_k$  วิธี

แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด  $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$  วิธี

**การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  ชิ้น**

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น (linear permutation) คือ การนำสิ่งของมาจัดเรียงในแนวตรง โดยไม่นำสิ่งของที่ใช้จัดเรียงไปแล้วในตำแหน่งหนึ่งมาจัดเรียงในตำแหน่งอื่นอีก และการสับเปลี่ยนที่มีสิ่งของเรียงลำดับแตกต่างกัน จะถือว่าเป็นการเรียงสับเปลี่ยนที่ไม่เหมือนกัน จำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรง มักอยู่ในรูปการคูณของจำนวนที่เรียงติดกัน เช่น  $4 \times 3 \times 2 \times 1$  หรือ  $1 \times 2 \times 3 \times 4$  ดังนั้น

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  ชิ้น

เมื่อต้องการนำสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  ชิ้นมาจัดเรียงในแนวตรง จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนดังนี้

เลือกสิ่งของไปใส่ในตำแหน่งที่ 1 ได้	$n$	วิธี
ในแต่ละวิธีเลือกสิ่งของไปใส่ไว้ในตำแหน่งที่ 2 ได้	$n-1$	วิธี
ในแต่ละวิธีเลือกสิ่งของไปใส่ไว้ในตำแหน่งที่ 3 ได้	$n-2$	วิธี
	$\vdots$	
ในแต่ละวิธีเลือกสิ่งของไปใส่ไว้ในตำแหน่งที่ $n-1$ ได้	2	วิธี
ในแต่ละวิธีเลือกสิ่งของไปใส่ไว้ในตำแหน่งที่ $n$ ได้	1	วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้ $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = n!$		วิธี

ดังนั้น ถ้ามีสิ่งของ  $n$  ชิ้นซึ่งแตกต่างกัน หากต้องการนำมาเรียงในแนวตรงทั้งหมด จะมีวิธีให้จัดเรียงได้แตกต่างกันทั้งหมดเท่ากับ  $n!$  วิธี

เพื่อความสะดวกในการเขียนในรูปการคูณดังกล่าว จะแทนด้วยสัญลักษณ์ แฟกทอเรียล ดังบทนิยามต่อไปนี้

#### บทนิยามที่ 1

ให้  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก แฟกทอเรียล (factorial)  $n$  เขียนแทนด้วย  $n!$  คือ การคูณของจำนวนเต็มบวก ตั้งแต่ 1 ถึง  $n$  นั่นคือ  $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$  หรืออาจเขียนเป็น

$$n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

หมายเหตุ กำหนดให้  $0! = 1$

ตัวอย่างของแฟกทอเรียล เช่น

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \times 1$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

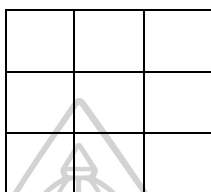
$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

**ตัวอย่างที่ 1** [คำถามกระตุ้นเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน] จงหาจำนวนวิธีที่ในการจัดคน 3 คนเพื่อยืนเรียงแถวตรง

**วิธีทำ** สมมติให้ คนที่ 1 แทนด้วย  $c_1$ , คนที่ 2 แทนด้วย  $c_2$  และ คนที่ 3 แทนด้วย  $c_3$   
จากวิธีการแจกแจง จำนวนวิธีในการจัดคน 3 คน เพื่อยืนเรียงแถวตรงมีทั้งสิ้น 6 วิธี ดังนี้

$$c_1c_2c_3, c_1c_3c_2, c_2c_1c_3, c_2c_3c_1, c_3c_1c_2, c_3c_2c_1$$

**ตัวอย่างที่ 2** ลิขานำกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 1 หน่วยจำนวน 9 รูป มาจัดเรียงชิดกัน ดังรูป



จากการจัดเรียงกระเบื้องข้างต้น มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดกี่รูป

**วิธีทำ** มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด 3 ขนาดได้แก่  
**ขนาดที่ 1** รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 1 หน่วย มี 9 รูป  
**ขนาดที่ 2** รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 2 หน่วย มี 4 รูป  
**ขนาดที่ 3** รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 3 หน่วย มี 1 รูป

จากหลักการบวก จะได้ว่ามีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด  $9 + 4 + 1 = 14$  รูป

**ตัวอย่างที่ 3** มีจดหมายที่แตกต่างกันทั้งหมด 3 ฉบับ และมีตู้จดหมายที่แตกต่างกัน 4 ตู้ จะมีวิธีนำจดหมายไปใส่ในตู้ได้ทั้งหมดกี่วิธี

**วิธีทำ** ขั้นตอนที่ 1 นำจดหมายฉบับที่ 1 ไปใส่ในตู้ใดตู้หนึ่ง ทำได้ 4 วิธี  
**ขั้นตอนที่ 2** นำจดหมายฉบับที่ 2 ไปใส่ในตู้ใดตู้หนึ่ง ทำได้ 4 วิธี  
**ขั้นตอนที่ 3** นำจดหมายฉบับที่ 3 ไปใส่ในตู้ใดตู้หนึ่ง ทำได้ 4 วิธี

จากหลักการคูณจะได้ว่าเราสามารถนำจดหมายไปใส่ในตู้ได้ทั้งหมด  $4 \times 4 \times 4 = 64$  วิธี

**ตัวอย่างที่ 4** จงหาจำนวนวิธีที่ในการจัดคน 4 คนเพื่อยืนเรียงแถวตรง

**วิธีทำ** สมมติให้ คนที่ 1 แทนด้วย  $c_1$ , คนที่ 2 แทนด้วย  $c_2$ , คนที่ 3 แทนด้วย  $c_3$  และคนที่ 4 แทนด้วย  $c_4$  จากวิธีการแจกแจง จำนวนวิธีในการจัดคน 4 คน เพื่อยืนเรียงแถวตรงมีทั้งสิ้น 24 วิธี ดังนี้

$$c_1c_2c_3c_4, c_1c_2c_4c_3, c_1c_3c_2c_4, c_1c_3c_4c_2, c_1c_4c_2c_3, c_1c_4c_3c_2,$$

$$c_2c_1c_3c_4, c_2c_1c_4c_3, c_2c_3c_1c_4, c_2c_3c_4c_1, c_2c_4c_1c_3, c_2c_4c_3c_1,$$

$$c_3c_1c_2c_4, c_3c_1c_4c_2, c_3c_2c_1c_4, c_3c_2c_4c_1, c_3c_4c_1c_2, c_3c_4c_2c_1,$$

$$c_4c_1c_2c_3, c_4c_1c_3c_2, c_4c_2c_1c_3, c_4c_2c_3c_1, c_4c_3c_1c_2, c_4c_3c_2c_1$$

หรือ โดยใช้หลักการคูณจะมีวิธีการจัดเรียงได้ดังนี้

$$\boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1}$$

ตำแหน่งที่ 1                      ตำแหน่งที่ 2                      ตำแหน่งที่ 3                      ตำแหน่งที่ 4

**ขั้นตอนที่ 1** ตำแหน่งที่ 1 คนทั้ง 4 คนมีโอกาสยืนในตำแหน่งนี้ได้ทั้ง 4 คน จะจัดเรียงได้ 4 วิธี

**ขั้นตอนที่ 2** ตำแหน่งที่ 2 เหลือคน 3 คนมีโอกาสยืนในตำแหน่งนี้ได้ 3 คน ทั้งนี้เป็นเพราะมีคน 1 คนยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1 จะจัดเรียงได้ 3 วิธี

**ขั้นตอนที่ 3** ตำแหน่งที่ 3 เหลือคน 2 คนมีโอกาสยืนในตำแหน่งนี้ได้ 2 คน ทั้งนี้เป็นเพราะมีคน 2 คนยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1 และ 2 จะจัดเรียงได้ 2 วิธี

**ขั้นตอนที่ 4** ตำแหน่งที่ 4 เหลือคน 1 คนมีโอกาสยืนในตำแหน่งนี้ได้ 1 ทั้งนี้เป็นเพราะมีคน 3 คนยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1, 2 และ 3 จะจัดเรียงได้ 1 วิธี

จากหลักการคูณ เป็นการทำงานในลักษณะที่ต่อเนื่องกัน จะได้ว่า จำนวนวิธีในการจัดคน 4 คน มีทั้งสิ้น  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  วิธี

**ตัวอย่างที่ 5** จงหาจำนวนวิธีที่ในการจัดคน 5 คนเพื่อยืนเรียงแถวตรง

**วิธีทำ** สมมติให้ คนที่ 1 แทนด้วย  $k_1$ , คนที่ 2 แทนด้วย  $k_2$ , คนที่ 3 แทนด้วย  $k_3$ , คนที่ 4 แทนด้วย  $k_4$  และ คนที่ 5 แทนด้วย  $k_5$  จากวิธีการแจกแจง จำนวนวิธีในการจัดคน 5 คน เพื่อยืนเรียงแถวตรงมีทั้งสิ้น 120 วิธี ดังนี้

$k_1k_2k_3k_4k_5, k_1k_2k_3k_5k_4, k_1k_2k_4k_3k_5, k_1k_2k_4k_5k_3, k_1k_2k_5k_3k_4, k_1k_2k_5k_4k_3,$   
 $k_1k_3k_2k_4k_5, k_1k_3k_2k_5k_4, k_1k_3k_4k_2k_5, k_1k_3k_4k_5k_2, k_1k_3k_5k_2k_4, k_1k_3k_5k_4k_2,$   
 $k_1k_5k_2k_3k_4, k_1k_5k_2k_4k_3, k_1k_5k_3k_2k_4, k_1k_5k_3k_4k_2, k_1k_5k_4k_2k_3, k_1k_5k_4k_3k_2,$   
 $k_2k_1k_3k_4k_5, k_2k_1k_3k_5k_4, k_2k_1k_4k_3k_5, k_2k_1k_4k_5k_3, k_2k_1k_5k_3k_4, k_2k_1k_5k_4k_3,$   
 $k_2k_3k_1k_4k_5, k_2k_3k_1k_5k_4, k_2k_3k_4k_1k_5, k_2k_3k_4k_5k_1, k_2k_3k_5k_1k_4, k_2k_3k_5k_4k_1,$   
 $k_2k_4k_1k_3k_5, k_2k_4k_1k_5k_3, k_2k_4k_3k_1k_5, k_2k_4k_3k_5k_1, k_2k_4k_5k_1k_3, k_2k_4k_5k_3k_1,$   
 $k_2k_5k_1k_3k_4, k_2k_5k_1k_4k_3, k_2k_5k_3k_1k_4, k_2k_5k_3k_4k_1, k_2k_5k_4k_1k_3, k_2k_5k_4k_3k_1,$   
 $k_3k_1k_2k_4k_5, k_3k_1k_2k_5k_4, k_3k_1k_4k_2k_5, k_3k_1k_4k_5k_2, k_3k_1k_5k_2k_4, k_3k_1k_5k_4k_2,$   
 $k_3k_2k_1k_4k_5, k_3k_2k_1k_5k_4, k_3k_2k_4k_1k_5, k_3k_2k_4k_5k_1, k_3k_2k_5k_1k_4, k_3k_2k_5k_4k_1,$   
 $k_3k_4k_1k_2k_5, k_3k_4k_1k_5k_2, k_3k_4k_2k_1k_5, k_3k_4k_2k_5k_1, k_3k_4k_5k_1k_2, k_3k_4k_5k_2k_1,$   
 $k_3k_5k_1k_2k_4, k_3k_5k_1k_4k_2, k_3k_5k_2k_1k_4, k_3k_5k_2k_4k_5, k_3k_5k_4k_1k_2, k_3k_5k_4k_2k_1,$   
 $k_4k_1k_2k_3k_5, k_4k_1k_2k_5k_3, k_4k_1k_3k_2k_5, k_4k_1k_3k_5k_2, k_4k_1k_5k_2k_3, k_4k_1k_5k_3k_2,$   
 $k_4k_2k_1k_3k_5, k_4k_2k_1k_5k_3, k_4k_2k_3k_1k_5, k_4k_2k_3k_5k_1, k_4k_2k_5k_1k_3, k_4k_2k_5k_3k_1,$

$k_4k_3k_1k_2k_5$ ,  $k_4k_3k_1k_5k_2$ ,  $k_4k_3k_2k_1k_5$ ,  $k_4k_3k_2k_5k_1$ ,  $k_4k_3k_5k_1k_2$ ,  $k_4k_3k_5k_2k_1$   
 $k_4k_5k_1k_2k_3$ ,  $k_4k_5k_1k_3k_2$ ,  $k_4k_5k_2k_1k_3$ ,  $k_4k_5k_2k_3k_1$ ,  $k_4k_5k_3k_1k_2$ ,  $k_4k_5k_3k_2k_1$   
 $k_5k_1k_2k_3k_4$ ,  $k_5k_1k_2k_4k_3$ ,  $k_5k_1k_3k_2k_4$ ,  $k_5k_1k_3k_4k_2$ ,  $k_5k_1k_4k_2k_3$ ,  $k_5k_1k_4k_3k_2$   
 $k_5k_2k_1k_3k_4$ ,  $k_5k_2k_1k_4k_3$ ,  $k_5k_2k_3k_1k_4$ ,  $k_5k_2k_3k_4k_1$ ,  $k_5k_2k_4k_1k_3$ ,  $k_5k_2k_4k_3k_1$   
 $k_5k_3k_1k_2k_4$ ,  $k_5k_3k_1k_4k_2$ ,  $k_5k_3k_2k_1k_4$ ,  $k_5k_3k_2k_4k_1$ ,  $k_5k_3k_4k_1k_2$ ,  $k_5k_3k_4k_2k_1$   
 $k_5k_4k_1k_2k_3$ ,  $k_5k_4k_1k_3k_2$ ,  $k_5k_4k_2k_1k_3$ ,  $k_5k_4k_2k_3k_1$ ,  $k_5k_4k_3k_1k_2$ ,  $k_5k_4k_3k_2k_1$

หรือ โดยใช้หลักการคูณจะมีวิธีการจัดเรียงได้ดังนี้

$$\begin{array}{ccccccccc}
 \boxed{5} & \times & \boxed{4} & \times & \boxed{3} & \times & \boxed{2} & \times & \boxed{1} \\
 \text{ตำแหน่งที่ 1} & & \text{ตำแหน่งที่ 2} & & \text{ตำแหน่งที่ 3} & & \text{ตำแหน่งที่ 4} & & \text{ตำแหน่งที่ 5}
 \end{array}$$

**ขั้นตอนที่ 1** ตำแหน่งที่ 1 คนทั้ง 5 คนมีโอกาสยืนในตำแหน่งนี้ได้ทั้ง 5 คน จะจัดเรียงได้ 5 วิธี

**ขั้นตอนที่ 2** ตำแหน่งที่ 2 เหลือคน 4 คนมีโอกาสยืนในตำแหน่งนี้ได้ 4 คน ทั้งนี้เป็นเพราะมีคน 1 คนยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1 จะจัดเรียงได้ 4 วิธี

**ขั้นตอนที่ 3** ตำแหน่งที่ 3 เหลือคน 3 คนมีโอกาสยืนในตำแหน่งนี้ได้ 3 คน ทั้งนี้เป็นเพราะมีคน 2 คนยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1 และ 2 จะจัดเรียงได้ 3 วิธี

**ขั้นตอนที่ 4** ตำแหน่งที่ 4 เหลือคน 2 คนมีโอกาสยืนในตำแหน่งนี้ได้ 2 คน ทั้งนี้เป็นเพราะมีคน 3 คนยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1, 2 และ 3 จะจัดเรียงได้ 2 วิธี

**ขั้นตอนที่ 5** ตำแหน่งที่ 5 เหลือคน 1 คนมีโอกาสยืนในตำแหน่งนี้ได้ 1 คน ทั้งนี้เป็นเพราะมีคน 4 คนยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1, 2, 3 และ 4 จะจัดเรียงได้ 1 วิธี

จากหลักการคูณ เป็นการทำงานในลักษณะที่ต่อเนื่องกัน จะได้ว่า จำนวนวิธีในการจัดคน 5 คน จะได้  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$  วิธี

**ตัวอย่างที่ 6** มีลูกแก้วที่แตกต่างกัน 9 ลูก ในจำนวนนี้เป็นลูกแก้วสีแดง 3 ลูก สีเหลือง 4 ลูก และสีเขียว 2 ลูก จะจัดเรียงลูกแก้วในแนวตรงได้กี่วิธีเมื่อ

1. ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกต้องเรียงติดกัน
2. ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกต้องเรียงติดกัน ลูกแก้วสีเหลืองทั้ง 4 ลูกต้องเรียงติดกัน และลูกแก้วสีเขียวทั้ง 2 ลูกต้องเรียงติดกัน

**วิธีทำ** 1. ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกต้องเรียงติดกัน มีลูกแก้วที่แตกต่างกัน 9 ลูก ต้องการจัดเรียงให้ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกต้องเรียงติดกัน ให้เราพิจารณาการจัดเรียงลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกที่ต้องเรียงติดกัน เป็นของ 1 ชิ้น และลูกแก้วที่เหลืออีก 6 ลูกเป็นสิ่งของ 6 ชิ้น ดังนั้นเราจะมีสิ่งของที่ต้องนำมา



จัดเรียงทั้งหมด 7 ชั้น จะจัดเรียงได้ 7! วิธี และภายในกลุ่มของลูกแก้วสีแดงสามารถสลับที่กันได้ อีก 3! วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีในการเรียงลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกต้องเรียงติดกัน จะได้  $3! \times 7!$  วิธี

**วิธีทำ** 2. ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกต้องเรียงติดกัน ลูกแก้วสีเหลืองทั้ง 4 ลูกต้องเรียงติดกัน และลูกแก้วสีเขียวทั้ง 2 ลูกต้องเรียงติดกัน ให้เราพิจารณาการจัดเรียงลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกที่ต้องเรียงติดกัน เป็นของ 1 ชั้น ลูกแก้วสีเหลือง 4 ลูกที่ต้องเรียงติดกัน เป็นของ 1 ชั้น และลูกแก้วสีเขียว 2 ลูกที่ต้องเรียงติดกัน เป็นของ 1 ชั้น ดังนั้นเราจะมีสิ่งของที่ต้องเรียงทั้งหมด 3 ชั้น จะจัดเรียงได้ 3! วิธี และภายในกลุ่มของลูกแก้วสีแดงสามารถสลับที่กันได้ อีก 3! วิธี ภายในกลุ่มของลูกแก้วสีเหลืองสามารถสลับที่กันได้ อีก 4! วิธี และภายในกลุ่มของลูกแก้วสีเขียวสามารถสลับที่กันได้ อีก 2! วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีในการเรียงลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกต้องเรียงติดกัน ลูกแก้วสีเหลืองทั้ง 4 ลูกต้องเรียงติดกัน และลูกแก้วสีเขียวทั้ง 2 ลูกต้องเรียงติดกันจะได้  $3! \times 3! \times 4! \times 2!$  วิธี

**ตัวอย่างที่ 7** ครูกานดาพานักเรียนชาย 4 คน และนักเรียนหญิง 4 คน มาถ่ายรูปร่วมกับครู โดยยืนเป็นแถวยาว จะมีวิธีการยืนทั้งหมดกี่วิธี เมื่อต้องการจัดให้ครูยืนตรงกลางและติดกับนักเรียนชายคนหนึ่งและนักเรียนหญิงคนหนึ่ง

**วิธีทำ** แบ่งเป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1     \_ \_ \_ ญ ครู ช \_ \_ \_

ขั้นตอนที่ 1 จัดนักเรียนหญิงมายืนด้านซ้ายของครู โดยมีนักเรียนหญิง 4 คน จะจัดได้ 4 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จัดนักเรียนชายมายืนด้านขวาของครู โดยมีนักเรียนชาย 4 คน จะจัดได้ 4 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 จัดนักเรียนที่เหลือคือเหลือนักเรียนชาย 3 คนและนักเรียนหญิง 3 คนมาเรียงสลับเปลี่ยนทำได้ 6! วิธี ดังนั้นใน กรณี 1 จะยืนได้ทั้งหมด  $4 \times 4 \times 6! = 11,520$

กรณีที่ 2     \_ \_ \_ ช ครู ญ \_ \_ \_

ขั้นตอนที่ 1 จัดนักเรียนชายมายืนด้านซ้ายของครู โดยมีนักเรียนชาย 4 คน จะจัดได้ 4 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จัดนักเรียนหญิงมายืนด้านขวาของครู โดยมีนักเรียนหญิง 4 คน จะจัดได้ 4 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 จัดนักเรียนที่เหลือคือเหลือนักเรียนชาย 3 คนและนักเรียนหญิง 3 คนมาเรียงสลับเปลี่ยนทำได้ 6! วิธี ดังนั้นใน กรณี 2 จะยืนได้ทั้งหมด  $4 \times 4 \times 6! = 11,520$

ดังนั้น จะมีวิธีในการจัดครูยืนตรงกลางและติดกับนักเรียนชายคนหนึ่งและนักเรียนหญิงคนหนึ่งได้ทั้งสิ้น  $11,520 + 11,520 = 23,040$  วิธี

### กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

การคิดแบบฮิวริสติกส์ หมายถึง การคิดโดยอาศัยพื้นฐานความรู้ที่มีอยู่เพื่อแก้ปัญหาหรือเรียนเนื้อหาใหม่ ๆ โดยใช้การวิเคราะห์และเชื่อมโยงข้อมูลในลักษณะการโยงความสัมพันธ์ของความรู้ เพื่อให้เกิดความเข้าใจในโครงสร้างของความรู้

เทคนิคเพื่อนคู่คิด หมายถึง การเรียนรู้แบบร่วมมือโดยมีการจัดการเรียนรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียน 2 คน ที่จับคู่กันภายในกลุ่มโดยเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่เริ่มจากครูเสนอสถานการณ์ปัญหาหรือโจทย์คำถามแล้วให้สมาชิกคิดหาคำตอบด้วยตนเอง แล้วนำคำตอบไปอภิปรายกับเพื่อนเป็นคู่ช่วยกันแบ่งปันความคิดในประเด็นของปัญหาเพื่อหาข้อสรุปจากนั้นนำผลสรุปมานำเสนอหน้าชั้นเรียน เพื่อหาข้อสรุปของประเด็นคำถามจากนักเรียนทั้งชั้น

การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด หมายถึง การจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ใช้แนวคิดของ ไชมอนและนีเวล (Simon & Newell, 1971) และนำเทคนิคการสอนแบบเพื่อนคู่คิดมาซึ่งเป็นแนวคิดของ มิลลิส และคอตเทิล (Millis & Cottell, 1998) มาใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยแบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย หมายถึง การแบ่งเนื้อหาที่จะเรียนออกเป็นประเด็นย่อย ๆ เพื่อศึกษาในแต่ละประเด็นที่ระบุไว้ โดยนักเรียนเป็นผู้แบ่งเป้าหมายเชิงเนื้อหาโดยพิจารณาจากความรู้เดิมหรือวัตถุประสงค์ในการเรียนแต่ละคาบ ขั้นนี้จะเป็นขั้นที่ครูทบทวนเนื้อหาในเรื่องเดิมและจับคู่ให้แก่นักเรียน โดยลดความสามารถกัน
2. ขั้นวิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ โดยครูให้นักเรียนวิเคราะห์วิธีการที่ศึกษาและแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์หรือสิ่งที่ต้องการศึกษาหรือคำตอบที่ต้องการอย่างสมเหตุสมผล ขั้นนี้เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบด้วยตนเอง
3. ขั้นพิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ โดยครูให้นักเรียนพิจารณาผลลัพธ์หรือคำตอบนั้นแล้วมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่เรียนหรือปัญหาอย่างเป็นเป็นขั้นตอนและสมเหตุสมผล ขั้นนี้เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนแต่ละคู่อภิปรายเนื้อหา ข้อความรู้ ภายในคู่ของตนเองและหาข้อสรุปของคู่ตนเอง
4. ขั้นพิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา โดยตัดวิธีการที่เป็นไปไม่ได้ทิ้งไปเพื่อให้ได้วิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดและได้คำตอบที่ถูกต้อง ขั้นนี้เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนแต่ละคู่ นำคำตอบที่ได้มาส่งครู จากนั้นนำผลสรุปเสนอหน้าชั้นเรียน เพื่อหาข้อสรุปของประเด็นคำถามจากนักเรียนทั้งชั้น

## 5. กิจกรรมการเรียนรู้

### ชั่วโมงที่ 1-2

#### 1) ขั้นระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย

1. ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน และยกตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจำนวนวิธีในการจัดคน 3 คน เพื่อยืนเรียงแถวตรง

วิธีทำ นักเรียนจะช่วยกันตอบว่า โดยวิธีการแจกแจง จำนวนวิธีในการจัดคน 3 คน เพื่อยืนเรียงแถวตรงได้ดังนี้

สมมติให้ คนที่ 1 แทนด้วย  $c_1$ , คนที่ 2 แทนด้วย  $c_2$  และ คนที่ 3 แทนด้วย  $c_3$

$c_1c_2c_3$ ,  $c_1c_3c_2$ ,  $c_2c_1c_3$ ,  $c_2c_3c_1$ ,  $c_3c_1c_2$ ,  $c_3c_2c_1$

ดังนั้นจะมีวิธีจัดเรียงคน 3 คน เพื่อยืนเรียงแถวตรงได้ทั้งสิ้น 6 วิธี

2. ครูทบทวนหลักการบวกและหลักการคูณ พร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ 2 และตัวอย่างที่ 3

เพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับหลักการบวกและการคูณ

ตัวอย่างที่ 2 ลิขานำกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 1 หน่วย จำนวน 9 รูป มาจัดเรียงชิดกัน ดังรูป



จากการจัดเรียงกระเบื้องข้างต้น มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดกี่รูป

วิธีทำ มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด 3 ขนาดได้แก่

ขนาดที่ 1 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 1 หน่วย มี 9 รูป

ขนาดที่ 2 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 2 หน่วย มี 4 รูป

ขนาดที่ 3 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 3 หน่วย มี 1 รูป

จากหลักการบวก จะได้ว่ามีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด  $9 + 4 + 1 = 14$  รูป

ตัวอย่างที่ 3 มีจดหมายที่แตกต่างกัน 3 ฉบับ และมีตู้จดหมายที่แตกต่างกัน 4 ตู้ จะมีวิธีนำจดหมายไปใส่ในตู้ได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ ขั้นตอนที่ 1 นำจดหมายฉบับที่ 1 ไปใส่ในตู้ใดตู้หนึ่ง ทำได้ 4 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 นำจดหมายฉบับที่ 2 ไปใส่ในตู้ใดตู้หนึ่ง ทำได้ 4 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 นำจดหมายฉบับที่ 3 ไปใส่ในตู้ใดตู้หนึ่ง ทำได้ 4 วิธี

จากหลักการคูณจะได้ว่า นำจดหมายไปใส่ในตู้ได้ทั้งหมด  $4 \times 4 \times 4 = 64$  วิธี

3. ครูจับคู่ให้แก่นักเรียนซึ่งพิจารณาความสามารถจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยให้แต่ละคู่ นั้นคละความสามารถกัน

4. ครูให้สถานการณ์ปัญหาตัวอย่างที่ 4 และตัวอย่างที่ 5 โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบด้วยตนเอง

ตัวอย่างที่ 4 จงหาจำนวนวิธีที่ในการจัดคน 4 คน เพื่อยืนเรียงแถวตรง

[คำถามในใบงานที่ 1: โจทย์กำหนดอะไรมาบ้าง นักเรียนแต่ละคนก็จะตอบว่า จำนวนคน 4 คน โจทย์ต้องการให้เราหาอะไร วิธีในการจัดคน 4 คน เพื่อยืนเรียงแถวตรง ]

ตัวอย่างที่ 5 จงหาจำนวนวิธีที่ในการจัดคน 5 คน เพื่อยืนเรียงแถวตรง

[คำถามในใบงานที่ 1: โจทย์กำหนดอะไรมาบ้าง นักเรียนแต่ละคนก็จะตอบว่า จำนวนคน 5 คน โจทย์ต้องการให้เราหาอะไร วิธีในการจัดคน 5 คน เพื่อยืนเรียงแถวตรง ]

5. ครูใช้คำถามกระตุ้นแก่นักเรียนต่อไปอีกว่า

คำถามที่ 1.1 : นักเรียนจะมีวิธีการคิดอย่างไร

คำตอบที่ 1.1 : ในตัวอย่างที่ 4 จะใช้วิธีการแจกแจงในการหาคำตอบ โดยสมมติให้ คนที่ 1 แทนด้วย  $c_1$ , คนที่ 2 แทนด้วย  $c_2$ , คนที่ 3 แทนด้วย  $c_3$  และ คนที่ 4 แทนด้วย  $c_4$  ซึ่งสามารถแจกแจงได้ทั้งสิ้น 24 วิธีดังนี้

$c_1c_2c_3c_4, c_1c_2c_4c_3, c_1c_3c_2c_4, c_1c_3c_4c_2, c_1c_4c_2c_3, c_1c_4c_3c_2,$   
 $c_2c_1c_3c_4, c_2c_1c_4c_3, c_2c_3c_1c_4, c_2c_3c_4c_1, c_2c_4c_1c_3, c_2c_4c_3c_1,$   
 $c_3c_1c_2c_4, c_3c_1c_4c_2, c_3c_2c_1c_4, c_3c_2c_4c_1, c_3c_4c_1c_2, c_3c_4c_2c_1,$   
 $c_4c_1c_2c_3, c_4c_1c_3c_2, c_4c_2c_1c_3, c_4c_2c_3c_1, c_4c_3c_1c_2, c_4c_3c_2c_1$

ในตัวอย่างที่ 5 นักเรียนอาจจะใช้วิธีการแจกแจงในการหาคำตอบ โดยสมมติให้ คนที่ 1 แทนด้วย  $c_1$ , คนที่ 2 แทนด้วย  $c_2$ , คนที่ 3 แทนด้วย  $c_3$  และ คนที่ 4 แทนด้วย  $c_4$  ซึ่งสามารถแจกแจงได้ทั้งสิ้น 120 วิธี ดังนี้

$c_1c_2c_3c_4c_5, c_1c_2c_3c_5c_4, c_1c_2c_4c_3c_5, c_1c_2c_4c_5c_3, c_1c_2c_5c_3c_4, c_1c_2c_5c_4c_3$   
 $c_1c_3c_2c_4c_5, c_1c_3c_2c_5c_4, c_1c_3c_4c_2c_5, c_1c_3c_4c_5c_2, c_1c_3c_5c_2c_4, c_1c_3c_5c_4c_2$   
 $c_1c_4c_2c_3c_5, c_1c_4c_2c_5c_3, c_1c_4c_3c_2c_5, c_1c_4c_3c_5c_2, c_1c_4c_5c_2c_3, c_1c_4c_5c_3c_2$   
 $c_1c_5c_2c_3c_4, c_1c_5c_2c_4c_3, c_1c_5c_3c_2c_4, c_1c_5c_3c_4c_2, c_1c_5c_4c_2c_3, c_1c_5c_4c_3c_2$   
 $c_2c_1c_3c_4c_5, c_2c_1c_3c_5c_4, c_2c_1c_4c_3c_5, c_2c_1c_4c_5c_3, c_2c_1c_5c_3c_4, c_2c_1c_5c_4c_3$   
 $c_2c_3c_1c_4c_5, c_2c_3c_1c_5c_4, c_2c_3c_4c_1c_5, c_2c_3c_4c_5c_1, c_2c_3c_5c_1c_4, c_2c_3c_5c_4c_1$   
 $c_2c_4c_1c_3c_5, c_2c_4c_1c_5c_3, c_2c_4c_3c_1c_5, c_2c_4c_3c_5c_1, c_2c_4c_5c_1c_3, c_2c_4c_5c_3c_1$

$k_2k_5k_1k_3k_4$ ,  $k_2k_5k_1k_4k_3$ ,  $k_2k_5k_3k_1k_4$ ,  $k_2k_5k_3k_4k_1$ ,  $k_2k_5k_4k_1k_3$ ,  $k_2k_5k_4k_3k_1$   
 $k_3k_1k_2k_4k_5$ ,  $k_3k_1k_2k_5k_4$ ,  $k_3k_1k_4k_2k_5$ ,  $k_3k_1k_4k_5k_2$ ,  $k_3k_1k_5k_2k_4$ ,  $k_3k_1k_5k_4k_2$   
 $k_3k_2k_1k_4k_5$ ,  $k_3k_2k_1k_5k_4$ ,  $k_3k_2k_4k_1k_5$ ,  $k_3k_2k_4k_5k_1$ ,  $k_3k_2k_5k_1k_4$ ,  $k_3k_2k_5k_4k_1$   
 $k_3k_4k_1k_2k_5$ ,  $k_3k_4k_1k_5k_2$ ,  $k_3k_4k_2k_1k_5$ ,  $k_3k_4k_2k_5k_1$ ,  $k_3k_4k_5k_1k_2$ ,  $k_3k_4k_5k_2k_1$   
 $k_3k_5k_1k_2k_4$ ,  $k_3k_5k_1k_4k_2$ ,  $k_3k_5k_2k_1k_4$ ,  $k_3k_5k_2k_4k_5$ ,  $k_3k_5k_4k_1k_2$ ,  $k_3k_5k_4k_2k_1$   
 $k_4k_1k_2k_3k_5$ ,  $k_4k_1k_2k_5k_3$ ,  $k_4k_1k_3k_2k_5$ ,  $k_4k_1k_3k_5k_2$ ,  $k_4k_1k_5k_2k_3$ ,  $k_4k_1k_5k_3k_2$   
 $k_4k_2k_1k_3k_5$ ,  $k_4k_2k_1k_5k_3$ ,  $k_4k_2k_3k_1k_5$ ,  $k_4k_2k_3k_5k_1$ ,  $k_4k_2k_5k_1k_3$ ,  $k_4k_2k_5k_3k_1$   
 $k_4k_3k_1k_2k_5$ ,  $k_4k_3k_1k_5k_2$ ,  $k_4k_3k_2k_1k_5$ ,  $k_4k_3k_2k_5k_1$ ,  $k_4k_3k_5k_1k_2$ ,  $k_4k_3k_5k_2k_1$   
 $k_4k_5k_1k_2k_3$ ,  $k_4k_5k_1k_3k_2$ ,  $k_4k_5k_2k_1k_3$ ,  $k_4k_5k_2k_3k_1$ ,  $k_4k_5k_3k_1k_2$ ,  $k_4k_5k_3k_2k_1$   
 $k_5k_1k_2k_3k_4$ ,  $k_5k_1k_2k_4k_3$ ,  $k_5k_1k_3k_2k_4$ ,  $k_5k_1k_3k_4k_2$ ,  $k_5k_1k_4k_2k_3$ ,  $k_5k_1k_4k_3k_2$   
 $k_5k_2k_1k_3k_4$ ,  $k_5k_2k_1k_4k_3$ ,  $k_5k_2k_3k_1k_4$ ,  $k_5k_2k_3k_4k_1$ ,  $k_5k_2k_4k_1k_3$ ,  $k_5k_2k_4k_3k_1$   
 $k_5k_3k_1k_2k_4$ ,  $k_5k_3k_1k_4k_2$ ,  $k_5k_3k_2k_1k_4$ ,  $k_5k_3k_2k_4k_1$ ,  $k_5k_3k_4k_1k_2$ ,  $k_5k_3k_4k_2k_1$   
 $k_5k_4k_1k_2k_3$ ,  $k_5k_4k_1k_3k_2$ ,  $k_5k_4k_2k_1k_3$ ,  $k_5k_4k_2k_3k_1$ ,  $k_5k_4k_3k_1k_2$ ,  $k_5k_4k_3k_2k_1$

## 2) ชั้นวิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

6. ครูให้นักเรียนพิจารณาคำตอบตัวอย่างที่ 5 โดยใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนช่วยกันคิดหาคำตอบ

ครูกล่าวว่าจากโจทย์ที่กำหนดให้ คำตอบที่ได้มีค่าเท่ากับ 120 วิธี ถ้าหากให้นักเรียนใช้วิธีการแจกแจงก็อาจจะใช้เวลาในการหาคำตอบ หรือ นักเรียนอาจจะไม่ได้คำตอบ

ครูจึงใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดนักเรียนต่อไป ดังนี้

คำถามที่ 2.1 : นักเรียนมีวิธีการอื่นที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาข้อนี้หรือไม่

จากตัวอย่างที่ 4 ครูให้นักเรียนพิจารณาการเรียงคน 4 คนเพื่อเข้าแถวตรงโดยครูแนะวิธีคิดให้นักเรียน โดยการให้นักเรียนมองการจัดเรียงคน 4 คน เป็นลักษณะการจัดเรียงลงในตำแหน่งทั้ง 4 ตำแหน่ง ดังนี้

$$\begin{array}{ccccccc}
 \boxed{4} & \times & \boxed{3} & \times & \boxed{2} & \times & \boxed{1} \\
 \text{ตำแหน่งที่ 1} & & \text{ตำแหน่งที่ 2} & & \text{ตำแหน่งที่ 3} & & \text{ตำแหน่งที่ 4}
 \end{array}$$

ขั้นตอนที่ 1 ตำแหน่งที่ 1 คนทั้ง 4 คนมีโอกาสยืนในตำแหน่งนี้ได้ทั้ง 4 คน จะจัดเรียงได้ 4 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ตำแหน่งที่ 2 เหลือคน 3 คนมีโอกาสยืนในตำแหน่งนี้ได้ 3 คน ทั้งนี้เป็นเพราะมีคน 1 คนยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1 จะจัดเรียงได้ 3 วิธี

**ขั้นตอนที่ 3** ตำแหน่งที่ 3 เหลือคน 2 คนมีโอกาสยืนในตำแหน่งนี้ได้ 2 คน ทั้งนี้เป็นเพราะมีคน 2 คนยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1 และ 2 จะจัดเรียงได้ 2 วิธี

**ขั้นตอนที่ 4** ตำแหน่งที่ 4 เหลือคน 1 คนมีโอกาสยืนในตำแหน่งนี้ได้ 1 ทั้งนี้เป็นเพราะมีคน 3 คนยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1, 2 และ 3 จะจัดเรียงได้ 1 วิธี

จากนั้นครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียน

**คำถามที่ 2.2 :** จากการจัดเรียงคนในตัวอย่างที่ 4 เป็นการเรียงสิ่งของที่มีลักษณะต่อเนื่องหรือไม่

**คำตอบที่ 2.2 :** ต่อเนื่อง

จากนั้นครูตั้งคำถามเพื่อให้ นักเรียนในห้องเรียนช่วยกันตอบอีกว่า

**คำถามที่ 2.3 :** การเรียงสิ่งของที่มีลักษณะต่อเนื่องใช้ความรู้เรื่องใดในการหาคำตอบ

**คำตอบที่ 2.3 :** หลักการคูณ เนื่องจากหลักการคูณ เป็นการทำงานในลักษณะที่ต่อเนื่องกัน จะได้ว่า จำนวนวิธีในการจัดคน 4 คนเพื่อเข้าแถวตรง จะได้  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  วิธี

7. จากตัวอย่างที่ 5 ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบด้วยตนเองโดยใช้หลักการคูณ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

$$\boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1}$$

ตำแหน่งที่ 1                      ตำแหน่งที่ 2                      ตำแหน่งที่ 3                      ตำแหน่งที่ 4                      ตำแหน่งที่ 5

**ขั้นตอนที่ 1** ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนคิดหาคำตอบตัวอย่างที่ 5

**คำถามที่ 2.4 :** ในตำแหน่งที่ 1 จะมีวิธีในการจัดคนยืนในตำแหน่งนี้ได้กี่วิธี

**คำตอบที่ 2.4 :** จะจัดได้ 5 วิธี ทั้งนี้เป็นเพราะว่ามีนักเรียน 5 คน ในการจัดเรียงซึ่งทุกคน มีโอกาสยืนในตำแหน่งนี้ได้

**ขั้นตอนที่ 2** ครูใช้คำถามกระตุ้นต่อไปอีกว่า

**คำถามที่ 2.5 :** ในตำแหน่งที่ 2 จะมีวิธีในการจัดคนยืนในตำแหน่งนี้ได้กี่วิธี

**คำตอบที่ 2.5 :** จะจัดได้ 4 วิธี โดยมีคน 4 คน ที่มีโอกาสยืนในตำแหน่งได้ทั้งนี้เพราะว่ามีนักเรียน 1 คน ยืนในตำแหน่งที่ 1 ไปแล้ว

**ขั้นตอนที่ 3** ครูใช้คำถามกระตุ้นต่อไปอีกว่า

**คำถามที่ 2.6 :** ในตำแหน่งที่ 3 จะมีวิธีในการจัดคนยืนในตำแหน่งนี้ได้กี่วิธี

**คำตอบที่ 2.6 :** จะจัดได้ 3 วิธี โดยมีคน 3 คน ที่มีโอกาสยืนในตำแหน่งได้ทั้งนี้เพราะว่ามีนักเรียน 2 คน ยืนในตำแหน่งที่ 1 และ 2 ไปแล้ว

**ขั้นตอนที่ 4** ครูใช้คำถามกระตุ้นต่อไปอีกว่า

คำถามที่ 2.7 : ในตำแหน่งที่ 4 จะมีวิธีในการจัดคนยืนในตำแหน่งนี้ได้กี่วิธี

คำตอบที่ 2.7 : จะจัดได้ 2 วิธี โดยมีคน 2 คน ที่มีโอกาสยืนในตำแหน่งได้ทั้งนี้ เป็นเพราะว่ามีนักเรียน 3 คน ยืนในตำแหน่งที่ 1, 2 และ 3 ไปแล้ว

ขั้นตอนที่ 5 ครูใช้คำถามกระตุ้นต่อไปอีกว่า

คำถามที่ 2.8 : ในตำแหน่งที่ 5 จะมีวิธีในการจัดคนยืนในตำแหน่งนี้ได้กี่วิธี

คำตอบที่ 2.8 : จะจัดได้ 1 วิธี โดยมีคน 1 คน ที่มีโอกาสยืนในตำแหน่งได้ทั้งนี้ เป็นเพราะว่ามีนักเรียน 4 คน ยืนในตำแหน่งที่ 1, 2, 3 และ 4 ไปแล้ว

จากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้นต่อไปอีกว่า

คำถามที่ 2.9 : นักเรียนทราบหรือไม่ว่าแต่ละขั้นตอนในการจัดคนเพื่อยืนเรียงแถวตรงเสร็จสิ้นตามที่โจทย์ต้องการในขั้นตอนนั้นเลยหรือไม่

คำตอบที่ 2.9 : ยังไม่เสร็จสิ้นเพราะยังเรียงไม่ครบทั้ง 5 คน

คำถามที่ 2.10 : นักเรียนใช้หลักการใดในการหาคำตอบของข้อนี้

คำตอบที่ 2.10 : หลักการคูณ

คำถามที่ 2.11 : หลักการคูณเป็นการทำงานในลักษณะใด

คำตอบที่ 2.11 : เป็นการทำงานในลักษณะที่ต่อเนื่องกันซึ่งการหาคำตอบทำได้โดยการนำวิธีการในแต่ละขั้นตอนมาคูณกัน

คำถามที่ 2.12 : จากขั้นตอนที่ 1 – 5 เราจะมียุทธวิธีการจัดคน 5 คนยืนเข้าแถวตรงได้กี่วิธี

คำตอบที่ 2.12 : จะมีวิธีในการจัดคนได้ทั้งหมด  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$  วิธี

### 3) ขั้นพิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

8. ครูให้นักเรียนนำคำตอบที่ได้ในตัวอย่างที่ 4 และตัวอย่างที่ 5 ซึ่งนักเรียนหาคำตอบด้วยตนเองมาร่วมกันอภิปรายกับคู่ของตนเอง โดยใช้คำถามกระตุ้น

คำถามที่ 3.1 : คำตอบที่ได้มีลักษณะคล้ายกับเรื่องใด

คำตอบที่ 3.1 : แฟกทอเรียล

9. ครูตั้งคำถามเพื่อถามนักเรียนต่อไปว่า

คำถามที่ 3.2 : เราจะมียุทธวิธีการจัดเรียงคน  $n$  คน เพื่อเข้าแถวตรงได้กี่วิธี

คำตอบที่ 3.2 :  $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$  วิธี

จากนั้นครูถามต่อไปอีกว่า

คำถามที่ 3.3 : เราสามารถเขียน  $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$  ให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้นได้หรือไม่





คำตอบที่ 3.9 : หลักการคูณ ซึ่งสามารถสรุปเป็นวิธีในการจัดเรียงคน  $n$  คน เพื่อเข้าแถวตรง ได้ดังนี้  $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = n!$  วิธี

10. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่อภิปรายและตอบคำถามในตัวอย่างที่ 4 และตัวอย่างที่ 5 อีกครั้งในรูปแบบของแฟกทอเรียล

จากตัวอย่างที่ 4 จำนวนวิธีในการจัดคน 4 คนเพื่อเข้าแถวตรง จะได้  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  วิธี ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปของแฟกทอเรียลได้ ดังนี้  $24 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4!$  วิธี

จากตัวอย่างที่ 5 จำนวนวิธีในการจัดคน 5 คนเพื่อเข้าแถวตรง จะได้  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$  วิธี ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปของแฟกทอเรียลได้ ดังนี้  $120 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5!$  วิธี

#### 4) ชั้นพิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา

11. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่อภิปราย จากตัวอย่างที่ 4 และตัวอย่างที่ 5

คำถามที่ 4.1 : การหาคำตอบโดยใช้วิธีการแจกแจง และการใช้ความรู้เรื่อง หลักการคูณ และแฟกทอเรียล นั้นมีความแตกต่างกันอย่างไร มีข้อดีและข้อเสียอย่างไร

คำตอบที่ 4.1 : วิธีการแจกแจงเป็นวิธีการหาคำตอบที่ง่าย และสามารถหาคำตอบได้ครบแต่เสียเวลาในการหาคำตอบและไม่เหมาะสมกับโจทย์ที่เป็นการเรียงสิ่งของที่มีจำนวนมาก ๆ ทั้งนี้เป็นเพราะคำตอบที่ได้จะมีจำนวนมากและการที่จะแจกแจงให้ครบถ้วนก็อาจทำได้ยาก การใช้วิธีการของหลักการคูณและแฟกทอเรียล อาจเป็นวิธีที่ต้องใช้ทักษะในการคำนวณ ซึ่งผู้คิดหาคำตอบต้องมีความแม่นยำในการคำนวณแต่สามารถหาคำตอบได้เร็วกว่าวิธีการแจกแจง

12. จากนั้นครูให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนร่วมกันอภิปราย จำนวนวิธีของเรียงสับเปลี่ยนของ  $n$  ชั้น ซึ่งแตกต่างกันคราวละ  $n$  ชั้น ว่าจะมีวิธีในการจัดเรียงได้ทั้งหมด

$$n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = n! \text{ วิธี}$$

#### 5) ชั้นฝึกปฏิบัติ

13. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและหาคำตอบตัวอย่างที่ 6

ตัวอย่างที่ 6 มีลูกแก้วที่แตกต่างกัน 9 ลูก ในจำนวนนี้เป็นลูกแก้วสีแดง 3 ลูก สีเหลือง 4 ลูก และสีเขียว 2 ลูก จะจัดเรียงลูกแก้วในแนวตรงได้กี่วิธีเมื่อ

1. ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกต้องเรียงติดกัน

2. ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกต้องเรียงติดกัน ลูกแก้วสีเหลืองทั้ง 4 ลูกต้องเรียงติดกัน และ

ลูกแก้วสีเขียวทั้ง 2 ลูกต้องเรียงติดกัน

**วิธีทำ 1.** ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกต้องเรียงติดกัน มีลูกแก้วที่แตกต่างกัน 9 ลูก ต้องการจัดเรียงให้ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกต้องเรียงติดกัน ให้เราพิจารณาการจัดเรียงลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกที่ต้องเรียงติดกัน เป็นของ 1 ชิ้น และลูกแก้วที่เหลืออีก 6 ลูกเป็นสิ่งของ 6 ชิ้น ดังนั้นเราจะมีสิ่งของที่ต้องนำมาจัดเรียงทั้งหมด 7 ชิ้น จะจัดเรียงได้  $7!$  วิธี และภายในกลุ่มของลูกแก้วสีแดงสามารถสลับที่กันได้ อีก  $3!$  วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีในการเรียงลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกต้องเรียงติดกัน จะได้  $7!3!$  วิธี

**วิธีทำ 2.** ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกต้องเรียงติดกัน ลูกแก้วสีเหลืองทั้ง 4 ลูกต้องเรียงติดกัน และลูกแก้วสีเขียวทั้ง 2 ลูกต้องเรียงติดกัน ให้เราพิจารณาการจัดเรียงลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกที่ต้องเรียงติดกัน เป็นของ 1 ชิ้น ลูกแก้วสีเหลือง 4 ลูกที่ต้องเรียงติดกัน เป็นของ 1 ชิ้น และลูกแก้วสีเขียว 2 ลูกที่ต้องเรียงติดกัน เป็นของ 1 ชิ้น ดังนั้นเราจะมีสิ่งของที่ต้องเรียงทั้งหมด 3 ชิ้น จะจัดเรียงได้  $3!$  วิธี และภายในกลุ่มของลูกแก้วสีแดงสามารถสลับที่กันได้ อีก  $3!$  วิธี ภายในกลุ่มของลูกแก้วสีเหลืองสามารถสลับที่กันได้ อีก  $4!$  วิธี และภายในกลุ่มของลูกแก้วสีเขียวสามารถสลับที่กันได้ อีก  $2!$  วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีในการเรียงลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูกต้องเรียงติดกัน ลูกแก้วสีเหลืองทั้ง 4 ลูกต้องเรียงติดกัน และลูกแก้วสีเขียวทั้ง 2 ลูกต้องเรียงติดกันจะได้  $3! \times 3! \times 4! \times 2!$  วิธี

14. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและหาคำตอบตัวอย่างที่ 7

**ตัวอย่างที่ 7** ครูกานดาน่านักเรียนชาย 4 คน และนักเรียนหญิง 4 คน มาถ่ายรูปพร้อมกับครู โดยยืนเป็นแถวยาว จะมีวิธีการยืนทั้งหมดกี่วิธี เมื่อต้องการจัดให้ครูยืนตรงกลางและติดกับนักเรียนชายคนหนึ่งและนักเรียนหญิงคนหนึ่ง

**วิธีทำ** แบ่งเป็น 2 กรณี

**กรณีที่ 1**     \_ \_ \_ ญ ครู ช \_ \_ \_

**ขั้นตอนที่ 1** จัดนักเรียนหญิงมายืนด้านซ้ายของครู โดยมีนักเรียนหญิง 4 คน จะจัดได้ 4 วิธี

**ขั้นตอนที่ 2** จัดนักเรียนชายมายืนด้านขวาของครู โดยมีนักเรียนชาย 4 คน จะจัดได้ 4 วิธี

**ขั้นตอนที่ 3** จัดนักเรียนที่เหลือคือเหลือนักเรียนชาย 3 คนและนักเรียนหญิง 3 คนมาเรียงสับเปลี่ยนทำได้  $6!$  วิธี ดังนั้นใน กรณี 1 จะยืนได้ทั้งหมด  $4 \times 4 \times 6! = 11,520$

**กรณีที่ 2**     \_ \_ \_ ช ครู ญ \_ \_ \_

**ขั้นตอนที่ 1** จัดนักเรียนชายมายืนด้านซ้ายของครู โดยมีนักเรียนชาย 4 คน จะจัดได้ 4 วิธี

**ขั้นตอนที่ 2** จัดนักเรียนหญิงมายืนด้านขวาของครู โดยมีนักเรียนหญิง 4 คน จะจัดได้ 4 วิธี

**ขั้นตอนที่ 3** จัดนักเรียนที่เหลือคือเหลือนักเรียนชาย 3 คนและนักเรียนหญิง 3 คนมาเรียงสับเปลี่ยนทำได้  $6!$  วิธี ดังนั้นใน กรณี 2 จะยืนได้ทั้งหมด  $4 \times 4 \times 6! = 11,520$

ดังนั้น จะมีวิธีในการจัดครูยืนตรงกลางและติดกับนักเรียนชายคนหนึ่งและนักเรียนหญิงคนหนึ่งได้ทั้งสิ้น  $11,520 + 11,520 = 23,040$  วิธี

## 6. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการเรียน เรื่องความน่าจะเป็นเบื้องต้น
2. ใบความรู้เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  ชั้น
3. ข้อมูลจากแหล่งเรียนรู้อื่น ๆ เช่น อินเทอร์เน็ต, ห้องสมุด
4. ใบงานที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 1 การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  ชั้น

## 7. ภาระงาน/ชิ้นงาน

- ใบงานที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 1 การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  ชั้น



## 8. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

## ด้านความรู้

.....

.....

.....

.....

## ด้านทักษะ/กระบวนการ

.....

.....

.....

.....

## ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

.....

.....

.....

.....

## ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

.....

.....

## ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอรินา บัดตาล)

ครูผู้สอน

## ใบงานที่ 1

**คำชี้แจง** จงแสดงวิธีทำ

งานเดี่ยว) ตัวอย่างที่ 4 จงหาจำนวนวิธีที่ใช้ในการจัดคน 4 คนเพื่อยืนเรียงแถวตรง

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ .....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา .....

**วิธีการ**

ตัวอย่างที่ 5 จงหาจำนวนวิธีที่ใช้ในการจัดคน 5 คนเพื่อยืนเรียงแถวตรง

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ .....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา .....

**วิธีการ**

**งานคู่** คำชี้แจง จงหาข้อสรุปของคุณเอง

ตัวอย่างที่ 4 จงหาจำนวนวิธีที่ใช้ในการจัดคน 4 คนเพื่อยืนเรียงแถวตรง

ตัวอย่างที่ 5 จงหาจำนวนวิธีที่ใช้ในการจัดคน 5 คนเพื่อยืนเรียงแถวตรง

---

อภิปรายในชั้นเรียน

คำชี้แจง จงสรุปความรู้พร้อมทั้งเขียนสูตรจำนวนวิธีที่ใช้ในการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของ  
สิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  ชิ้น

## ใบความรู้ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด $n$ ชิ้น

### วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกัน  $n$  ชิ้น

เมื่อต้องการนำสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n-1$  ชิ้น มาจัดเรียงแบบเชิงเส้น

จะมีวิธีจัดเรียง ดังนี้

เลือกสิ่งของไปใส่ในตำแหน่งที่ 1 ได้  $n$  วิธี

ในแต่ละวิธีเลือกสิ่งของไปใส่ไว้ในตำแหน่งที่ 2 ได้  $n-1$  วิธี

ในแต่ละวิธีเลือกสิ่งของไปใส่ไว้ในตำแหน่งที่ 3 ได้  $n-2$  วิธี

·  
·  
·

ในแต่ละวิธีเลือกสิ่งของไปใส่ไว้ในตำแหน่งที่  $n$  ได้ 1 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้  $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$  วิธี

สิ่งของ  $n$  ชิ้นซึ่งแตกต่างกัน ต้องการนำมาเรียงเป็นเส้นตรงทั้งหมด มีวิธีในการจัดเรียงได้ทั้งหมดเท่ากับ  $n!$  วิธี

ตัวอย่างที่ 1 จำนวนวิธีที่แตกต่างกันที่จะจัดคน ทั้งหมด 5 คนเข้าแถวตรงเรียงหนึ่ง

วิธีทำ  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5! = 120$

ดังนั้น จำนวนวิธีที่แตกต่างกันที่จะจัดคน ทั้งหมด 5 คนเข้าแถวตรงเรียงหนึ่ง คือ  $5! = 120$  วิธี

ตัวอย่างที่ 2 จงนำอักษรจากคำว่า SPECIAL มาจัดเรียงใหม่โดยไม่คำนึงถึงความหมายจะจัดเป็นคำที่แตกต่างกันได้กี่จำนวน

วิธีทำ  $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 7! = 5,040$  วิธี

ดังนั้น นำอักษรจากคำว่า SPECIAL มาจัดเรียงใหม่โดยไม่คำนึงถึงความหมาย

จะจัดเป็นคำที่แตกต่างกันได้  $7!$

ตัวอย่างที่ 3 จะมีวิธีที่แตกต่างกันในการใช้สี 6 สี ทาลูกเต๋าน้ำละสี

วิธีทำ  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! = 720$  วิธี





## แบบฝึกหัดที่ 1

**จุดประสงค์การเรียนรู้ :** 1. บอกหลักการที่เกี่ยวกับวิธีการเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งที่แตกต่างกันในแนวตรงได้

2. คำนวณและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรงของสิ่งของทั้งหมดสิ่งที่แตกต่างกันได้

**คำชี้แจง :** หากจำนวนวิธีเรียงสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด เมื่อกำหนดปัญหาเกี่ยวกับการจัดเรียงสิ่งของต่างๆ มาให้สถานการณ์หนึ่งได้

1. จงหาจำนวนวิธีในการสร้างคำโดยสลับตัวอักษรในคำว่า “SECOND” โดยไม่สนใจความหมาย

1.1 ไม่มีเงื่อนไข

1.2 ต้องการให้ขึ้นต้นและลงท้ายด้วยสระเท่านั้น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. มีหนังสือที่แตกต่างกัน 9 เล่ม ในจำนวนนี้เป็นหนังสือคณิตศาสตร์ 3 เล่ม จะจัดเรียงหนังสือทั้งหมดบนชั้นหนังสือเดียวกัน ได้กี่วิธีเมื่อ

2.1 คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่ม

2.2 คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่ม ไม่ได้

2.3 คณิตศาสตร์ทั้ง 3 เล่ม อยู่แยกจากกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

1. จงหาจำนวนวิธีในการสร้างคำโดยสลับตัวอักษรในคำว่า “SECOND” โดยไม่สนใจความหมาย

1.1 ไม่มีเงื่อนไข

วิธีทำ อักษรในคำที่กำหนดมีทั้งหมด 6 ตัวอักษร จะสร้างคำได้ทั้งหมด

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720 \text{ วิธี}$$

1.2 ต้องการให้ขึ้นต้นและลงท้ายด้วยสระเท่านั้น

วิธีทำ อักษรในคำที่กำหนดมีทั้งหมด 6 ตัว แยกเป็นพยัญชนะ 4 ตัว กับสระอีก 2 ตัว จะสร้างคำโดยการสลับอักษรทั้ง 6 ตัว แต่ต้องสลับตามเงื่อนไขที่กำหนด กล่าวคือ ตัวขึ้นต้นต้องเป็นสระ จึงเขียนตัวขึ้นต้นได้ 2 วิธี เพราะมีสระให้เลือกได้ 2 ตัวลงท้ายก็ต้องเป็นสระ จึงเขียนตัวลงท้ายได้ 1 วิธี เพราะมีสระเหลือเพียงตัวเดียวส่วนอักษร 4 ตัวที่เหลือ สลับที่โดยไม่มีเงื่อนไขใด จึงสลับที่ได้ 4! วิธี โดยหลักการนับเบื้องต้น จึงได้ว่าจะสร้างคำได้ทั้งหมด  $2 \times 1 \times 4! = 48$  คำ

2. มีหนังสือที่แตกต่างกัน 9 เล่ม ในจำนวนนี้เป็นหนังสือคณิตศาสตร์ 3 เล่ม จะจัดเรียงหนังสือทั้งหมดบนชั้นหนังสือเดียวกัน ได้กี่วิธีเมื่อ

2.1 คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่ม

วิธีทำ มีหนังสือ 9 เล่ม จะจัดลำดับทั้ง 9 เล่ม แต่เป็นการจัดลำดับโดยมีเงื่อนไขต่าง ๆ กัน เนื่องจากต้องการให้คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่ม ใช้วิธีการจินตนาการ โดยนำหนังสือทั้ง 3 เล่มนี้ มามัดไว้ด้วยกันเป็น 1 มัด

คณิต1 คณิต2 คณิต3



ดังนั้น หนังสือ 9 เล่ม จึงคิดเสมือนเป็นหนังสือเพียง 7 เล่ม ในการเรียงสิ่งหนังสือทั้งหมด

ประกอบด้วยการทำงาน 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 จัดเรียงหนังสือ 7 เล่ม ซึ่งจัดได้ 7! วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธีจัดเรียงหนังสือทั้งหมดเท่ากับ

$$7! \times 3! = 5,040 \times 6 = 30,240 \text{ วิธี}$$

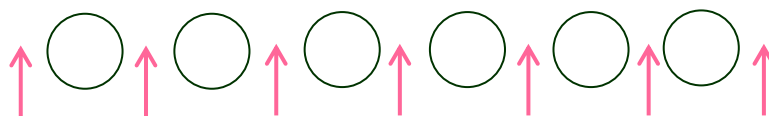
## 2.2 คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่มไม่ได้

**วิธีทำ** หนังสือคณิตศาสตร์จะอยู่ติดกันทั้ง 3 เล่มเหมือนข้อ 2.1 ไม่ได้ จึงใช้วิธีคิดในทางตรงกันข้าม กล่าวคือ จำนวนวิธีจัดโดยไม่ให้คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่ม เท่ากับ จำนวนวิธีจัดหนังสือทั้งหมดแบบไม่มีเงื่อนไข ลบด้วยจำนวนวิธีจัดหนังสือโดยให้คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่ม เนื่องจากจำนวนวิธีจัดหนังสือทั้งหมดแบบไม่มีเงื่อนไขเท่ากับ  $9!$  วิธี ดังนั้นจำนวนวิธีจัดโดยที่คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่มไม่ได้ เท่ากับ  $9! - 7!3! = 332,640$  วิธี

## 2.3 คณิตศาสตร์ทั้ง 3 เล่ม อยู่แยกจากกัน

**วิธีทำ** มีหนังสือ 9 เล่ม จะจัดลำดับทั้ง 9 เล่ม แต่เป็นการจัดลำดับโดยมีเงื่อนไขต่าง ๆ กัน เนื่องจากต้องการให้คณิตศาสตร์อยู่ติดกันทั้ง 3 เล่ม ใช้วิธีการจินตนาการ โดยนำหนังสือทั้ง 3 เล่มนี้ มามัดไว้ด้วยกันเป็น 1 มัด

**วิธีทำ** จัดหนังสืออื่น ๆ 6 เล่มก่อน หลังจากนั้นนำคณิตศาสตร์แทรกตามลูกศร ดังรูป



จึงประกอบด้วยการทำงาน 2 ขั้นตอน คือขั้นตอนที่ 1 จัดหนังสือ 6 เล่ม จัดได้  $6!$  วิธี ขั้นตอนที่ 2 จัดหนังสือ 3 เล่ม ใน 7 ตำแหน่ง จัดได้  $7 \times 6 \times 5 = 210$  วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีจัดโดยให้คณิตศาสตร์อยู่แยกจากกันเท่ากับ  $6! \times 210 = 151,200$  วิธี



## โรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน จังหวัดนครปฐม

ภาคเรียนที่ 2/2562

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

รายวิชา ค33102 คณิตศาสตร์ 6

60 คะแนน

เวลา 100 นาที

**คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 แบบปรนัย จำนวน 20 ข้อ 20 คะแนน

ตอนที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ 40 คะแนน

2. แบบทดสอบฉบับนี้มีทั้งหมด 2 ตัวชี้วัด

3. ตอนที่ 1 ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในช่อง  ได้ตัวอักษร ก , ข , ค และ ง  
ที่นักเรียนเห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ลงในกระดาษคำตอบที่แจกให้

ตัวอย่าง ถ้าต้องการเลือกคำตอบ ข้อ ง. ให้ทำดังนี้

ข้อ	ก.	ข.	ค.	ง.
0.				<input checked="" type="checkbox"/>

4. ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ให้ขีดเส้นทับคำตอบเดิมเสียก่อนแล้วจึงทำเครื่องหมาย  
X ลงบนกระดาษคำตอบใหม่

ตัวอย่าง ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ง. เป็นข้อ ข. ให้ทำดังนี้

ข้อ	ก.	ข.	ค.	ง.
0.		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>

5. ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำลงในกระดาษคำตอบ

6. ห้ามนักเรียนนำแบบทดสอบออกจากห้องสอบ ส่งคืนกรรมการคุมสอบพร้อม  
กระดาษคำตอบ

7. นักเรียนทดเลขลงในข้อสอบได้

ลงชื่อ นางสาวอรินา ปัดताल

ผู้ออก/ผู้พิมพ์

ลงชื่อ

วัดผลกลุ่มสาระ

**ตอนที่ 1** ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบในข้อที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว (20 ข้อ 20 คะแนน)

**ตัวชี้วัด** ค 5.2 ม.4-6/2 อธิบายการทดลองสุ่มเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และนำผลที่ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้

1. จงหาจำนวนวิธีในการจัดเรียงตัวอักษรในคำว่า DANCER โดยไม่คำนึงถึงความหมาย

ก. 24

ข. 120

ค. 720

ง. 5,040

2. เบล่ามีหนังสือวิทยาศาสตร์ 4 เล่ม ที่แตกต่างกัน คณิตศาสตร์ 3 เล่มที่แตกต่างกัน ภาษาอังกฤษ 2 เล่มที่แตกต่างกัน และหนังสือภาษาไทย 1 เล่ม ถ้าเบลล่าต้องการให้หนังสือเรียนในหมวดวิชาเดียวกันอยู่ติดกัน เบล่าจะมีวิธีเรียงหนังสือบนชั้นวางหนังสือได้กี่วิธี

ก. 288

ข. 1,152

ค. 6,912

ง. 3,628,800

3. ข้อสอบคณิตศาสตร์ฉบับหนึ่งมี 2 ตอน ตอนแรกเป็นข้อสอบถูกผิด ซึ่งมีทั้งหมด 5 ข้อ ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบที่มีคำตอบให้เลือก 5 คำตอบ คือ ก, ข, ค, ง และ จ ซึ่งมีอยู่ 7 ข้อ จงหาจำนวนวิธีในการเลือกตอบข้อสอบฉบับนี้

ก.  $5^2 \times 5^7$

ข.  $5^2 \times 7^5$

ค.  $2^5 \times 7^5$

ง.  $2^5 \times 5^7$

4. จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 4 คน กับหญิง 4 คน ให้ยืนเรียงกันเป็นแถวโดยที่ หญิงทั้งสองคนยืนติดกัน

ก. 576

ข. 1,152

ค. 2,880

ง. 40,320

5. ครอบครัวหนึ่ง มีพ่อ แม่ และลูก 2 คน ไปเที่ยวสวนสนุก ถ้าต้องการจัดคนทั้งสี่ ถ่ายรูปกับรูปปั้นเป็ดน้อย โดยเรียงกันให้รูปปั้นเป็ดน้อยอยู่ตรงกลางและพ่อกับแม่ต้องยืนคนละฝั่ง จะมีจำนวนวิธีจัดได้กี่วิธี

ก. 8

ข. 16

ค. 24

ง. 48

6. นายองศา มีเสื้อเชิ้ต กางเกง รองเท้า อย่างละ 3 สี โดยมี สีแดง, เขียว, ขาว เขาจะมีวิธีในการแต่งตัวที่แตกต่างกันโดยเครื่องแต่งกายมีอย่างน้อย 1 ชนิดเป็นสีขาวได้กี่วิธี

ก. 9

ข. 16

ค. 24

ง. 48



14. บ้านพักและสถานที่ทำงานของทศพลตั้งอยู่ริมฝั่งแม่น้ำโขง ทศพลโดยสารเรือยนต์ไปทำงานตอนเช้าและกลับที่พักในตอนเย็น ถ้าเรือยนต์มีสามขนาดคือ ขนาดใหญ่ 4 ลำ ขนาดกลาง 5 ลำ และขนาดเล็ก 3 ลำ จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ทศพลโดยสารเรือยนต์ไปทำงานและกลับบ้านพักด้วยเรือขนาดเดียวกันแต่ไม่ใช่ลำเดียวกัน

ก. 38

ข. 60

ค. 120

ง. 240

15. ครอบครัวหนึ่งวางแผนว่าจะมีลูก 4 คน จงหาจำนวนเหตุการณ์ที่จะมีลูกคนที่สองเป็นหญิงและลูกคนที่สี่เป็นชาย

ก. 4

ข. 8

ค. 16

ง. 32

16. คาต้ามีลูกก็ 3 ยี่ห้อยี่ห้อย ก มี 5 ลูก ยี่ห้อยี่ห้อย ข มี 3 ลูก และยี่ห้อยี่ห้อย ค มี 2 ลูก โดยที่ลูกก็ยี่ห้อยี่ห้อย ไม่แตกต่างกัน จงหาจำนวนวิธีแจกลูกก็ให้คน 10 คน คนละหนึ่งลูก

ก. 1,440

ข. 2,520

ค. 4,320

ง. 8,640

17. จงหาจำนวนวิธีในสร้างเลขสี่หลัก โดยใช้ตัวเลข 6—9 และผลรวมของเลขโดดทุกหลักต้องมีค่าเป็น 34

ก. 4

ข. 6

ค. 8

ง. 10

18. จงหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษร  $a, a, b$  และ  $b$  ครั้งละ 3 ตัว

ก. 6

ข. 24

ค. 36

ง. 48

19. จงหาจำนวนวิธีจัดคนงาน 9 คน เป็นกลุ่ม กลุ่มละ 2 คน 3 คน และ 4 คน ไปทำความสะอาดอาคาร 3 หลัง กลุ่มละ 1 หลัง

ก. 288

ข. 1,260

ค. 3,780

ง. 7,560

20. จากตัวอักษรในคำว่า “ANOTHER” ถ้านำมาสร้างคำใหม่ ประกอบด้วยตัวอักษร 4 ตัวที่ไม่ซ้ำกัน โดยไม่คำนึงถึงความหมายจะสร้างได้กี่คำ

ก. 6

ข.  $3 \times 4!$ ค.  $\frac{7!}{4!3!}$ ง.  $\frac{7!}{3!}$

กระดาษคำตอบวิชา ค33102 คณิตศาสตร์ 6

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบในข้อที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว

ข้อ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ก										
ข										
ค										
ง										
ข้อ	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ก										
ข										
ค										
ง										

ทศเลข





**ตอนที่ 2** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำและหาคำตอบ (4 ข้อ 40 คะแนน)

1. จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 3 คน กับหญิง 2 คน ให้ยืนเรียงกันเป็นแถวโดยที่ ชายทั้ง 3 คนยืนติดกัน และหญิงทั้ง 2 คนยืนติดกัน

**วิธีทำ** วิเคราะห์ปัญหา

>> สิ่งที่โจทย์ต้องการ

>> สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การใช้วิธีการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เหตุผลที่ใช้วิธีการนี้ในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ต้องการจัดคน 4 คน ยืนเรียงแถวเพื่อถ่ายรูปโดยมีเงื่อนไขว่าในการถ่ายรูปแต่ละครั้งนั้นไม่จำกัดจำนวนคน จงหาจำนวนวิธีในการจัดเรียงคนถ่ายรูป

**วิธีทำ** วิเคราะห์ปัญหา

>> สิ่งที่เกี่ยวข้องต้องการ

>> สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้

**การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**การใช้วิธีการแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**เหตุผลที่ใช้วิธีการนี้ในการแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาจำนวนคำที่สร้างได้จากการเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษร a, a, b, b, b ครั้งละ 4 ตัว โดยไม่คำนึง  
ความหมาย

**วิธีทำ** วิเคราะห์ปัญหา

>> สิ่งที่ต้องพิจารณา

>> สิ่งที่ต้องกำหนดให้

การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การใช้วิธีการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เหตุผลที่ใช้วิธีการนี้ในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. สามภรรยา 3 คู่ นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม จงหาวิธีจัดคนเหล่านี้นั่งรอบโต๊ะกลมโดยที่  
ให้สามภรรยาแต่ละคู่ นั่งติดกัน

**วิธีทำ** วิเคราะห์ปัญหา

>> สิ่งที่เกี่ยวข้องการ

>> สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้

การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การใช้วิธีการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เหตุผลที่ใช้วิธีการนี้ในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

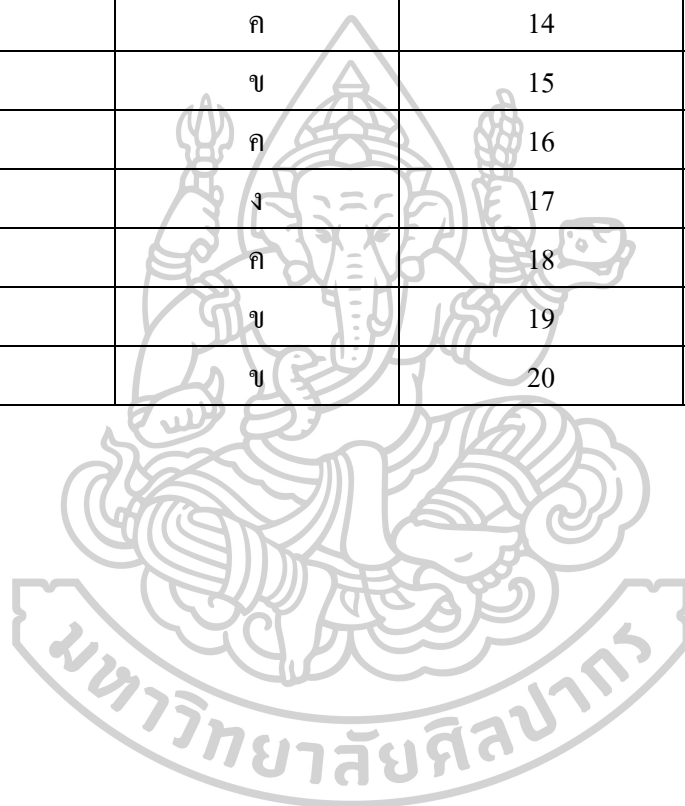
.....

.....

.....

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน  
(ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน)

ข้อที่	คำตอบ	ข้อที่	คำตอบ
1	ค	11	ก
2	ค	12	ข
3	ง	13	ง
4	ค	14	ก
5	ข	15	ก
6	ค	16	ข
7	ง	17	ง
8	ค	18	ก
9	ข	19	ง
10	ข	20	ง



**เฉลยแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน**  
(ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน)

**ตอนที่ 2** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำและหาคำตอบ (4 ข้อ 40 คะแนน)

1. จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 3 คน กับหญิง 2 คน ให้ยืนเรียงกันเป็นแถวโดยที่ ชายทั้ง 3 คนยืนติดกัน และหญิงทั้ง 2 คนยืนติดกัน

**วิธีทำ**

**วิเคราะห์ปัญหา**

>> สิ่งที่โจทย์ต้องการ

ต้องการให้ชายทั้ง 3 คนยืนติดกัน หญิงทั้ง 2 คน ยืนติดกัน

>> สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

มีชาย 3 คน และหญิง 2 คน

**การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา**

วิธีที่ 1 การแจกแจง

วิธีที่ 2 การใช้แผนภาพ + สูตร หรือ การใช้สูตร

**การใช้วิธีการแก้ปัญหา**

วิธีที่ 1 การแจกแจง

$ช_1ช_2ช_3ญ_1ญ_2, ช_1ช_2ช_3ญ_2ญ_1, ช_1ช_3ช_2ญ_1ญ_2, ช_1ช_3ช_2ญ_2ญ_1,$

$ช_2ช_1ช_3ญ_1ญ_2, ช_2ช_1ช_3ญ_2ญ_1, ช_2ช_3ช_1ญ_1ญ_2, ช_2ช_3ช_1ญ_2ญ_1,$

$ช_3ช_1ช_2ญ_1ญ_2, ช_3ช_1ช_2ญ_2ญ_1, ช_3ช_2ช_1ญ_1ญ_2, ช_3ช_2ช_1ญ_2ญ_1,$

$ญ_1ญ_2ช_1ช_2ช_3, ญ_1ญ_2ช_1ช_3ช_2, ญ_1ญ_2ช_2ช_1ช_3, ญ_1ญ_2ช_2ช_3ช_1,$

$ญ_1ญ_2ช_3ช_1ช_2, ญ_1ญ_2ช_3ช_2ช_1, ญ_2ญ_1ช_1ช_2ช_3, ญ_2ญ_1ช_1ช_3ช_2,$

$ญ_2ญ_1ช_2ช_1ช_3, ญ_2ญ_1ช_2ช_3ช_1, ญ_2ญ_1ช_3ช_1ช_2, ญ_2ญ_1ช_3ช_2ช_1$

วิธีที่ 2 การใช้แผนภาพ + สูตร

ขั้นตอน เนื่องจากโจทย์ต้องการให้นักเรียนชาย 3 คน และนักเรียนหญิง 2 คน ยืนติดกัน จึงจัดกลุ่มนักเรียนชาย ทั้ง 3 คนเป็น 1 กลุ่ม และนักเรียน หญิง 2 คนเป็นอีก 1 กลุ่ม ดังแผนภาพต่อไปนี้

$x_1, x_2, x_3$ 

และ

 $y_1, y_2$ 

กลุ่มที่ 1

กลุ่มที่ 2

ในกลุ่มที่ 1 กลุ่มนักเรียนชาย 3 คน ยืนเรียงกันได้ 3! วิธี

ในกลุ่มที่ 2 กลุ่มนักเรียนหญิง 2 คน ยืนเรียงกันได้ 2! วิธี

และนำกลุ่มทั้ง 2 กลุ่มมาขึ้นสลับกันได้ 2! วิธี

ดังนั้น วิธีการจัดเรียง คือ  $2!3!2! = 24$  วิธี

หรือ การใช้สูตร

นักเรียนชาย 3 คน ยืนเรียงกันได้ 3! วิธี

นักเรียนหญิง 2 คน ยืนเรียงกันได้ 2! วิธี

เนื่องจากมันสามารถสลับกันได้ชายและหญิง ดังนั้นวิธีการจัดเรียง จะได้  $2!3!2! = 24$  วิธี

**เหตุผลที่ใช้วิธีการนี้ในการแก้ปัญหา**

วิธีการแจกแจง เขียนคำตอบได้ง่าย ครบถ้วน แต่มีข้อจำกัดตรงที่ถ้าจำนวนนักเรียนชาย และนักเรียนหญิงมากกว่านี้อาจจะทำให้เสียเวลาในการหาคำตอบ

วิธีการการใช้แผนภาพ + สูตร เป็นวิธีการแก้ปัญหาที่รวดเร็ว การใช้แผนภาพเป็นการตีความโจทย์จากรูปธรรมให้เป็นนามธรรม ทำให้เข้าใจโจทย์ได้มากขึ้นแต่เวลาใช้สูตรในการแก้ปัญหาอาจจะต้องมีการจำสูตร และต้องมีความแม่นยำในการคำนวณ

2. ต้องการจัดคน 4 คน ยืนเรียงแถวเพื่อถ่ายรูปโดยมีเงื่อนไขว่าในการถ่ายรูปแต่ละครั้งนั้นไม่จำกัดจำนวนคน จงหาจำนวนวิธีในการจัดเรียงคนถ่ายรูป

### วิธีทำ

#### วิเคราะห์ปัญหา

>> สิ่งที่โจทย์ต้องการ

จำนวนวิธีในการจัดเรียงคน 4 คนถ่ายรูป

>> สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

มี คน 4 คน

#### การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การแจกแจง

วิธีที่ 2 การใช้แผนภาพ + สูตร หรือ การใช้สูตร

#### การใช้วิธีการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การแจกแจง

สมมติให้ คน 4 คน แทน  $X_1, X_2, X_3, X_4$

แบบที่ 1 เรียงคราวละ 1 คน ได้ 4 วิธี

แบบที่ 2 เรียงคราวละ 2 คน ได้ 12 วิธี ดังนี้

$X_1 X_2, X_1 X_3, X_1 X_4, X_2 X_3, X_2 X_4, X_3 X_4$

$X_2 X_1, X_3 X_1, X_4 X_1, X_3 X_2, X_4 X_2, X_4 X_3$

แบบที่ 3 เรียงคราวละ 3 คน ได้ 24 วิธี ดังนี้

$X_1 X_2 X_3, X_1 X_2 X_4, X_1 X_3 X_2, X_1 X_3 X_4, X_1 X_4 X_2, X_1 X_4 X_3$

$X_2 X_1 X_3, X_2 X_1 X_4, X_2 X_3 X_1, X_2 X_3 X_4, X_2 X_4 X_1, X_2 X_4 X_3$

$X_3 X_1 X_2, X_3 X_1 X_4, X_3 X_2 X_1, X_3 X_2 X_4, X_3 X_4 X_1, X_3 X_4 X_2$

$X_4 X_1 X_2, X_4 X_1 X_3, X_4 X_2 X_1, X_4 X_2 X_3, X_4 X_3 X_1, X_4 X_3 X_2$

แบบที่ 4 เรียงคราวละ 4 คน ได้ 24 วิธี ดังนี้

$X_1 X_2 X_3 X_4, X_1 X_2 X_4 X_3, X_1 X_3 X_2 X_4, X_1 X_3 X_4 X_2,$

$X_1 X_4 X_2 X_3, X_1 X_4 X_3 X_2$

$X_2 X_1 X_3 X_4, X_2 X_1 X_4 X_3, X_2 X_3 X_1 X_4, X_2 X_3 X_4 X_1,$

$X_2 X_4 X_1 X_3, X_2 X_4 X_3 X_1$



$X_3 X_1 X_2 X_4, X_3 X_1 X_4 X_2, X_3 X_2 X_1 X_4, X_3 X_2 X_4 X_1,$   
 $X_3 X_4 X_1 X_2, X_3 X_4 X_2 X_1$   
 $X_4 X_1 X_2 X_3, X_4 X_1 X_3 X_2, X_4 X_2 X_1 X_3, X_4 X_2 X_3 X_1,$   
 $X_4 X_3 X_1 X_2, X_4 X_3 X_2 X_1$

ได้ทั้งหมด 12 วิธี จะได้  $4+12+24+24=64$  วิธี

**วิธีที่ 2** การใช้แผนภาพ + สูตร

ขั้นตอนที่ 1 จัดคน เพื่อถ่ายรูปครั้งละ 1 คน จะได้  $P_{4,1} = 4$  วิธี

หรือ สมมติให้  $\square$  แทนตำแหน่งที่คนยืน โดย คนทั้ง 4 คนสามารถยืนได้ จึงได้ 4 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จัดคน เพื่อถ่ายรูปครั้งละ 2 คน จะได้  $P_{4,2} = 12$  วิธี

หรือ สมมติให้  $\square, \square$  แทนตำแหน่งที่ 1 และตำแหน่งที่ 2 ตามลำดับ

โดยตำแหน่งที่ 1 คนทั้ง 4 คนสามารถยืนในตำแหน่งนี้ได้ และตำแหน่งที่ 2 จะมีคน 3 คนสามารถยืนในตำแหน่งนี้ได้เนื่องจากมี 1 คนที่ยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1

ดังภาพ

$$\square \times \square$$

ตำแหน่งที่ 1      ตำแหน่งที่ 2

จากภาพจะเห็นว่า วิธีการในการจัดคน เพื่อถ่ายรูปครั้งละ 2 คน ได้ทั้งหมด 12 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 จัดคน เพื่อถ่ายรูปครั้งละ 3 คน จะได้  $P_{4,3} = 24$  วิธี

หรือ สมมติให้  $\square, \square, \square$  แทนตำแหน่งที่ 1 ตำแหน่งที่ 2 และ ตำแหน่งที่ 3 ตามลำดับ

โดยตำแหน่งที่ 1 คนทั้ง 4 คนสามารถยืนในตำแหน่งนี้ได้ ตำแหน่งที่ 2 จะมีคน 3 คนสามารถยืนในตำแหน่งนี้ได้เนื่องจากมี 1 คนที่ยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1 ตำแหน่งที่ 3 จะมีคน 2 คนสามารถยืนในตำแหน่งนี้ได้เนื่องจากมี 2 คนที่ยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1 และตำแหน่งที่ 2 แล้ว

ดังภาพ

$$\square \times \square \times \square$$

ตำแหน่งที่ 1      ตำแหน่งที่ 2      ตำแหน่งที่ 3

จากภาพจะเห็นว่า วิธีการในการจัดคน เพื่อถ่ายรูปครั้งละ 3 คน ได้ทั้งหมด 24 วิธี

ขั้นตอนที่ 4 จัดคน เพื่อถ่ายรูปครั้งละ 3 คน จะได้  $P_{4,4} = 24$  วิธี

หรือ สมมติให้  $\square$ ,  $\square$ ,  $\square$ ,  $\square$  แทนตำแหน่งที่ 1 ตำแหน่งที่ 2 ตำแหน่งที่ 3 และตำแหน่งที่ 4 ตามลำดับ

โดยตำแหน่งที่ 1 คนทั้ง 4 คนสามารถยืนในตำแหน่งนี้ได้

ตำแหน่งที่ 2 จะมีคน 3 คนสามารถยืนในตำแหน่งนี้ได้เนื่องจากมี 1 คนที่ยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1

ตำแหน่งที่ 3 จะมีคน 2 คนสามารถยืนในตำแหน่งนี้ได้เนื่องจากมี 2 คนที่ยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1 และตำแหน่งที่ 2 แล้ว

ตำแหน่งที่ 4 จะมีคน 1 คนสามารถยืนในตำแหน่งนี้ได้เนื่องจากมี 3 คนที่ยืนไปแล้วในตำแหน่งที่ 1 ตำแหน่งที่ 2 และตำแหน่งที่ 3 แล้ว

ดังภาพ

$$\square \times \square \times \square \times \square$$

ตำแหน่งที่ 1    ตำแหน่งที่ 2    ตำแหน่งที่ 3    ตำแหน่งที่ 4

จากภาพจะเห็นว่า วิธีการในการจัดคน เพื่อถ่ายรูปครั้งละ 4 คน ได้ทั้งหมด 24 วิธี

จากขั้นตอนที่ 1 ถึง ขั้นตอนที่ 4 จะได้ว่า วิธีการในการจัดคน

จะได้  $4 + 12 + 24 + 24 = 64$  วิธี

หรือ การใช้สูตร

ขั้นตอนที่ 1 จัดคนเพื่อถ่ายรูปคราวละ 1 คน จะได้  $P_{4,1} = 4$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จัดคนเพื่อถ่ายรูปครั้งละ 2 คน จะได้  $P_{4,2} = 12$  วิธี

ขั้นตอนที่ 3 จัดคนเพื่อถ่ายรูปครั้งละ 3 คน จะได้  $P_{4,3} = 24$  วิธี

ขั้นตอนที่ 4 จัดคนเพื่อถ่ายรูปครั้งละ 4 คน จะได้  $P_{4,4} = 24$  วิธี

จากขั้นตอนที่ 1 ถึง ขั้นตอนที่ 4 จะได้ว่า วิธีการในการจัดคน

จะได้  $4 + 12 + 24 + 24 = 64$  วิธี

### เหตุผลที่ใช้วิธีการนี้ในการแก้ปัญหา

วิธีการแจกแจง เขียนคำตอบได้ง่าย ครบถ้วน แต่มีข้อจำกัดตรงที่ถ้าจำนวนคนมากกว่านี้ อาจจะทำให้เสียเวลาในการหาคำตอบ

วิธีการการใช้แผนภาพ + สูตร เป็นวิธีการแก้ปัญหาที่รวดเร็ว การใช้แผนภาพเป็นการตีความโจทย์จากรูปธรรมให้เป็นนามธรรม ทำให้เข้าใจโจทย์ได้มากขึ้นแต่เวลาใช้สูตรในการแก้ปัญหาอาจจะต้องมีการจำสูตร และต้องมีความแม่นยำในการคำนวณ



3. จงหาจำนวนคำที่สร้างได้จากการเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษร a, a, b, b, b ครั้งละ 4 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย

### วิธีทำ

#### วิเคราะห์ปัญหา

>> สิ่งที่โจทย์ต้องการ

ต้องการเรียงตัวอักษร a, a, b, b, b ครั้งละ 4 ตัว

>> สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

มีอักษร a 2 ตัว b 3 ตัว

#### การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การแจกแจง

วิธีที่ 2 การใช้แผนภาพ+สูตร หรือ การใช้สูตร

#### การใช้วิธีการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การแจกแจง abbb, babb, bbab, bbba

aabb, abab, abba, bbaa, baab, baba

จะจัดเรียงได้ทั้งหมด 10 วิธี

วิธีที่ 2 การใช้แผนภาพ+สูตร

เนื่องจากมีตัวอักษร a, a และ b, b, b โดยจัดกลุ่มเป็น

กลุ่มที่ 1 ประกอบด้วย

a, a, b, b

กลุ่มที่ 2 ประกอบด้วย

a, b, b, b

พิจารณาจาก การเรียงอักษร

a, a, b, b

สมมติให้เรียงอักษร a, a และ b, b ได้ k วิธี และถ้าเรามองต่อไปว่า

a, a, b, b

สมมติให้  $a$  เป็น อักษรที่แตกต่างกันดังภาพ

$a_1, a_2, b, b$

จะจัดเรียงได้  $k \cdot 2!$  วิธี

จากนั้น สมมติให้  $b$  เป็น อักษรที่แตกต่างกันดังภาพ

$a_1, a_2, b_1, b_2$

เนื่องจากการเรียงแบบต่อเนื่องกัน จะจัดเรียงได้  $k \cdot 2! \cdot 2!$  วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีการเรียงอักษรที่ไม่ซ้ำกันจะได้  $k \cdot 2! \cdot 2!$  วิธี

และเนื่องจากจำนวนวิธีในการเรียงอักษรที่ไม่ซ้ำกันจะได้  $(2+2)! = 4!$  วิธี

นั่นคือ จะได้ว่า  $k = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$  วิธี

พิจารณาจาก การเรียงอักษร

$a, b, b, b$

สมมติให้เรียงอักษร  $a, b, b, b$  ได้  $k$  วิธี และถ้าเรามองต่อไปว่า

$a, b, b, b$

สมมติให้  $b$  เป็น อักษรที่แตกต่างกันดังภาพ

$a_1, b_1, b_2, b_3$

เนื่องจากการเรียงแบบต่อเนื่องกัน จะจัดเรียงได้  $k \cdot 3!$  วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีการเรียงอักษรที่ไม่ซ้ำกันจะได้  $k \cdot 3!$  วิธี

และเนื่องจากจำนวนวิธีในการเรียงอักษรที่ไม่ซ้ำกันจะได้  $(1+3)! = 4!$  วิธี

นั่นคือ  $k \cdot 3! = 4!$

$$\text{จะได้ว่า } k = \frac{4!}{3!} = 4 \text{ วิธี}$$

จะจัดเรียงได้ทั้งหมด  $6+4=10$  วิธี

หรือ การใช้สูตร

กรณีที่ 1 เลือก a 2 ตัว b 2 ตัว จากสูตรการเรียงสิ่งของที่ซ้ำกัน

$$\text{จะได้ } \frac{4!}{2!2!} = 6 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 2 เลือก a 1 ตัว b 3 ตัว จากสูตรการเรียงสิ่งของที่ซ้ำกันจะได้  $\frac{4!}{1!3!} = 4$  วิธี

จะจัดเรียงได้ทั้งหมด  $6+4=10$  วิธี

**เหตุผลที่ใช้วิธีการนี้ในการแก้ปัญหา**

วิธีการแจกแจง เขียนคำตอบได้ง่าย ครบถ้วน แต่มีข้อจำกัดตรงที่ถ้าจำนวนอักษรมากกว่านี้อาจจะทำให้เสียเวลาในการหาคำตอบ

วิธีการการใช้ สูตร เป็นวิธีการแก้ปัญหาที่รวดเร็ว แต่อาจจะต้องมีการจำสูตร และต้องมีความแม่นยำในการคำนวณ



4. สามภรรยา 3 คู่ นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม จงหาวิธีจัดคนเหล่านี้นั่งรอบโต๊ะกลมโดยที่  
ให้สามภรรยาแต่ละคู่ นั่งติดกัน

### วิธีทำ

#### วิเคราะห์ปัญหา

>> สิ่งที่โจทย์ต้องการ

ต้องการให้สามภรรยา 3 คู่ นั่งรอบโต๊ะกลมโดยที่แต่ละคู่ นั่งติดกัน

>> สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

มีสามภรรยา 3 คู่

#### การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การแจกแจง

วิธีที่ 2 การใช้แผนภาพ+สูตร หรือ การใช้สูตร

#### การใช้วิธีการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การแจกแจง

กำหนดให้  $ช_1$  แทน สามภรรยาคนที่ 1  $ช_2$  แทน สามภรรยาคนที่ 2

$ช_3$  แทน สามภรรยาคนที่ 3

$ช_1$   $ช_2$   $ช_3$ ,  $ช_1$   $ช_2$   $ช_3$ ,  $ช_1$   $ช_2$   $ช_3$ ,  $ช_1$   $ช_2$   $ช_3$ ,  $ช_1$   $ช_2$   $ช_3$ ,  $ช_1$   $ช_2$   $ช_3$

$ช_1$   $ช_2$   $ช_3$ ,  $ช_1$   $ช_2$   $ช_3$ ,  $ช_1$   $ช_2$   $ช_3$ ,  $ช_1$   $ช_2$   $ช_3$ ,  $ช_1$   $ช_2$   $ช_3$ ,  $ช_1$   $ช_2$   $ช_3$

$ช_2$   $ช_1$   $ช_3$ ,  $ช_2$   $ช_1$   $ช_3$ ,  $ช_2$   $ช_1$   $ช_3$ ,  $ช_2$   $ช_1$   $ช_3$ ,  $ช_2$   $ช_1$   $ช_3$ ,  $ช_2$   $ช_1$   $ช_3$

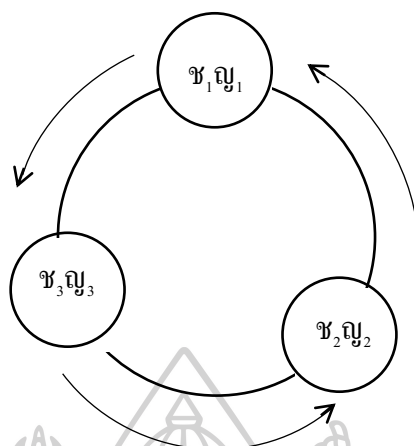
$ช_2$   $ช_1$   $ช_3$ ,  $ช_2$   $ช_1$   $ช_3$ ,  $ช_2$   $ช_1$   $ช_3$ ,  $ช_2$   $ช_1$   $ช_3$ ,  $ช_2$   $ช_1$   $ช_3$ ,  $ช_2$   $ช_1$   $ช_3$

$ช_3$   $ช_1$   $ช_2$ ,  $ช_3$   $ช_1$   $ช_2$ ,  $ช_3$   $ช_1$   $ช_2$ ,  $ช_3$   $ช_1$   $ช_2$ ,  $ช_3$   $ช_1$   $ช_2$ ,  $ช_3$   $ช_1$   $ช_2$

$ช_3$   $ช_1$   $ช_2$ ,  $ช_3$   $ช_1$   $ช_2$ ,  $ช_3$   $ช_1$   $ช_2$ ,  $ช_3$   $ช_1$   $ช_2$ ,  $ช_3$   $ช_1$   $ช_2$ ,  $ช_3$   $ช_1$   $ช_2$

รวมทั้งหมด 16 วิธี

## วิธีที่ 2 การใช้แผนภาพ+สูตร



เนื่องจากต้องการจัดสามีภรรยาแต่ละคู่ ให้คู่ที่ 1 จัดเป็นกลุ่มที่ 1 ข.ญ.1 คู่ที่ 2 จัดเป็นกลุ่มที่ 2 ข.ญ.2 คู่ที่ 3 จัดเป็นกลุ่มที่ 3 ข.ญ.3 จากสูตรการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมและต้องการให้สามีภรรยาแต่ละคู่ นั่งติดกันจึงได้ว่าภายในแต่ละกลุ่มสามารถสลับที่กันได้ นั่นคือ  $2!2!2!=16$  วิธี

หรือ การใช้สูตร

เนื่องจากมีสามีภรรยา 3 คู่ ต้องการนั่งเรียงกันเป็นวงกลม จากสูตรการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมจะได้ว่า  $2!$  วิธี และต้องการให้สามีภรรยาแต่ละคู่ นั่งติดกันจึงได้ว่าภายในแต่ละกลุ่มสามารถสลับที่กันได้ นั่นคือ  $2!2!2!=16$  วิธี

**เหตุผลที่ใช้วิธีการนี้ในการแก้ปัญหา**

วิธีการแจกแจง เขียนคำตอบได้ง่าย ครบถ้วน แต่มีข้อจำกัดตรงที่ถ้าจำนวนคนมากกว่านี้อาจจะทำให้เสียเวลาในการหาคำตอบ

วิธีการการใช้แผนภาพ + สูตร เป็นวิธีการแก้ปัญหาที่รวดเร็ว การใช้แผนภาพเป็นการตีความโจทย์จากรูปธรรมให้เป็นนามธรรม ทำให้เข้าใจโจทย์ได้มากขึ้นแต่เวลาใช้สูตรในการแก้ปัญหาอาจจะต้องมีการจำสูตร และต้องมีความแม่นยำในการคำนวณ



## แบบประเมินความพึงพอใจ

การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

โรงเรียนมัธยมฐานบินกำแพงแสน จังหวัดนครปฐม

### คำชี้แจง

1. แบบประเมินฉบับนี้ เป็นแบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อวิธีการจัดการเรียนรู้ ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ในด้านการจัดการเรียนรู้ บรรยากาศในการจัดการเรียนรู้ และประโยชน์ที่ได้รับจากการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านการประเมินผล
2. คำตอบทุกข้อ ไม่มีข้อถูกหรือผิด ขอให้นักเรียนตอบตามความคิดเห็นหรือสภาพที่แท้จริงเพราะความคิดเห็นของนักเรียนจะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้เป็นอย่างมาก
3. คำตอบของนักเรียนจะไม่มีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน

### วิธีตอบ

1. นักเรียนอ่านคำอธิบายในการตอบคำถามของแต่ละตอนให้เข้าใจ
2. ขอให้นักเรียนตอบคำถามทุกข้อ

หมายเหตุ : ตัวเลขในช่องระดับความพึงพอใจของนักเรียนด้านขวามือของสอบถาม ซึ่งเป็นเกณฑ์ในการพิจารณาข้อความที่กำหนดให้ มีความหมาย ดังต่อไปนี้

- 5 หมายถึง พึงพอใจระดับมากที่สุด
- 4 หมายถึง พึงพอใจระดับมาก
- 3 หมายถึง พึงพอใจระดับปานกลาง
- 2 หมายถึง พึงพอใจระดับน้อย
- 1 หมายถึง พึงพอใจระดับน้อยที่สุด

**คำสั่ง** ให้นักเรียนอ่านแบบประเมินความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด และทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่นักเรียนเห็นว่าตรงกับความรู้สึกของนักเรียน

ข้อ	รายการประเมิน	ระดับความพึงพอใจ				
		พึงพอใจมากที่สุด (5)	พึงพอใจมาก (4)	พึงพอใจปานกลาง (3)	พึงพอใจน้อย (2)	พึงพอใจน้อยที่สุด (1)
<b>ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</b>						
1.	การแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ให้นักเรียนรู้จักวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย					
2.	นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและร่วมอภิปรายเพื่อหาแนวทางการแก้ไขปัญหาในการเรียนรู้					
3.	นักเรียนได้ร่วมแสวงหาความรู้และแนวทางการแก้ปัญหาด้วยตนเองในเรียนรู้ได้					
4.	นักเรียนได้วิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด					
5.	นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ที่จะเรียนใหม่					
<b>ด้านบรรยากาศในการเรียนรู้</b>						
6.	นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้					
7.	นักเรียนได้รับความสนุกสนานจากการเรียนรู้					
8.	กระตุ้นให้นักเรียนอยากตอบคำถามในกิจกรรมการเรียนรู้					
<b>ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการร่วมกิจกรรม</b>						
9.	นักเรียนได้รับประสบการณ์และความรู้ใหม่ๆ จากการเรียนรู้					

ข้อ	รายการประเมิน	ระดับความพึงพอใจ				
		พึงพอใจมากที่สุด (5)	พึงพอใจมาก (4)	พึงพอใจปานกลาง (3)	พึงพอใจน้อย (2)	พึงพอใจน้อยที่สุด (1)
10.	ฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเป็นขั้นตอน					
11.	ฝึกให้นักเรียนทำงานอย่างเป็นระบบและรอบคอบ					
12.	ฝึกให้นักเรียนเป็นคนมีความรับผิดชอบในหน้าที่					
<b>ด้านสื่อการเรียนรู้</b>						
13.	สื่อสอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา					
14.	สื่อเร้าความสนใจของนักเรียน					
15.	สื่อการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับวัยของนักเรียน					
<b>ด้านการประเมินผล</b>						
16.	นักเรียนทราบเกณฑ์การประเมินผลล่วงหน้า					
17.	นักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมินผลการเรียน					
18.	ครูประเมินผลอย่างยุติธรรม					
19.	ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสร้างเกณฑ์การประเมินผล					
20.	ระยะเวลาที่ครูแจ้งผลการประเมินให้นักเรียนทราบ					

ข้อเสนอแนะ.....  
 .....  
 .....

ภาคผนวก จ

ตัวอย่างผลการทดลองที่เก็บจากกลุ่มทดลอง



**ใบงานที่ 1**

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ

งานเดี่ยว ตัวอย่างที่ 4 จงหาจำนวนวิธีที่ใช้ในการจัดคน 4 คนเพื่อยืนเรียงแถวตรง

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ ..... คน 4 คน ยืนเรียงแถวตรง

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา ..... จำนวนวิธีในการจัดคน 4 คน ยืนเรียงแถวตรง 4 คน

**วิธีการ**

คนที่ 1 = A	ABCD	BACD	CABD	DABC
คนที่ 2 = B	ABDC	BADC	CADB	DACB
คนที่ 3 = C	ACBD	BCAD	CBAD	DBAC
คนที่ 4 = D	ACDB	BCDA	CBDA	DBC A
	ADBC	BDAC	CDAB	DCAB
	ADCB	BDCA	CDBA	DCBA

24 วิธี

ตัวอย่างที่ 5 จงหาจำนวนวิธีที่ใช้ในการจัดคน 5 คนเพื่อยืนเรียงแถวตรง

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ ..... คน 5 คน

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา ..... จำนวนวิธีที่ใช้ในการจัดคน 5 คน เพื่อยืนเรียงแถวตรง

**วิธีการ**

ด้านหลัง =>

งานคู่ คำชี้แจง จงหาข้อสรุปของคุณเอง

ตัวอย่างที่ 4 จงหาจำนวนวิธีที่ใช้ในการจัดคน 4 คนเพื่อยืนเรียงแถวตรง

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 24 \text{ วิธี}$$

(88) ป.4.18 คณิตศาสตร์ รายวิชา คณิตศาสตร์



ตัวเลขอย่างที่มี 5 120 วิธี

12345	21345	23145	23415	23451	13245	31245	32145	32415	32451
12354	21354	23154	23514	23541	13254	31254	32154	32514	32541
12435	21435	24135	24315	24351	13425	31452	34152	34512	34521
12453	21453	24153	24513	24531	13452	31425	34125	34215	34251
12543	21543	25134	25314	25341	13524	31542	35124	35214	35241
12534	21534	25143	25413	25431	13542	31524	35142	35412	35421
14235	41235	42135	42315	42351	15234	51234	52134	52314	52341
14253	41253	42153	42513	42531	15243	51243	52143	52413	52431
14352	41352	43152	43512	43521	15324	51342	53124	53214	53241
14325	41325	43125	43215	43251	15342	51324	53142	53412	53421
14523	41523	45123	45312	45231	15432	51423	54123	54312	54321
14532	41532	45132	45213	45321	15423	51432	54132	54213	54231

จำนวนการเรียงสับเปลี่ยนของตัวเลข 5 ตัว

จำนวนการเรียงสับเปลี่ยนของตัวเลข 5 ตัว

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5! = 120$$

## ภาคผนวก ฉ

### ผลคะแนนการทดสอบ

1. ผลคะแนนการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
2. ผลคะแนนการทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
3. ผลคะแนนการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด



1. ผลคะแนนการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

ตารางที่ 24 ผลคะแนนการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

คนที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	พัฒนาการ
1	9	18	9
2	11	15	4
3	4	15	11
4	7	17	10
5	12	15	3
6	10	15	5
7	8	16	8
8	3	12	9
9	6	16	10
10	8	15	7
11	7	14	7
12	14	17	3
13	12	14	2
14	7	14	7
15	9	13	4
16	9	16	7
17	10	15	5
18	5	13	8
19	7	15	8
20	7	13	6
21	8	13	5
22	4	14	10
23	8	14	6



ตารางที่ 24 ผลคะแนนการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน (ต่อ)

คนที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	พัฒนาการ
24	5	16	11
25	11	18	7
26	5	13	8
27	8	14	6
28	5	14	9
29	9	15	6
30	5	17	12
31	4	14	10
32	5	13	8
33	9	15	6
34	8	17	9
35	6	14	8
36	10	17	7
37	3	16	13
38	3	15	12
39	3	16	13
40	5	16	11
41	2	15	13
42	3	15	12

## 2. ผลคะแนนการทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

ตารางที่ 25 ผลคะแนนการทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

คนที่	ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์										พัฒนาการ
	ก่อนเรียน					หลังเรียน					
	UP	CS	US	RC	รวม	UP	CS	US	RC	รวม	
1	0	0	6	4	10	8	8	15	4	34	24
2	8	4	12	4	28	8	4	17	4	36	8
3	4	0	0	0	4	8	5	16	4	34	30
4	0	0	0	1	1	8	4	15	3	33	32
5	8	4	6	4	22	8	4	16	4	34	12
6	8	4	4	4	20	8	4	16	4	34	14
7	8	0	0	0	8	8	5	15	4	33	25
8	4	2	0	1	7	8	4	16	4	33	26
9	8	4	0	4	16	8	4	16	3	34	18
10	4	1	0	0	5	8	4	15	4	34	29
11	6	3	6	2	17	8	6	16	4	34	17
12	8	3	7	4	22	8	4	17	4	35	13
13	8	4	6	3	21	8	4	15	4	33	12
14	2	3	0	2	7	8	4	16	4	34	27
15	6	3	0	4	13	8	4	15	4	32	19
16	8	3	0	4	15	8	4	16	4	34	19
17	2	1	4	0	7	8	3	15	4	33	26
18	0	3	4	3	10	8	3	15	4	33	23
19	6	3	4	3	16	8	4	16	4	34	18
20	8	3	0	4	15	8	4	17	4	35	20
21	2	1	0	0	3	8	4	18	4	37	34

ตารางที่ 25 ผลคะแนนการทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน (ต่อ)

คนที่	ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์										พัฒนาการ
	ก่อนเรียน					หลังเรียน					
	UP	CS	US	RC	รวม	UP	CS	US	RC	รวม	
22	0	4	0	2	5	8	4	16	4	34	18
23	0	3	0	0	1	8	5	16	4	34	33
24	0	1	4	1	9	8	4	15	4	33	24
25	3	1	6	1	13	8	5	20	4	40	27
26	4	2	1	3	14	8	4	16	4	34	20
27	6	4	0	2	13	8	4	15	4	33	20
28	8	3	3	0	10	8	4	14	4	32	22
29	6	1	0	2	8	8	4	13	4	31	23
30	2	4	0	1	4	8	4	15	4	34	30
31	0	3	3	2	7	8	4	14	4	32	25
32	2	0	2	3	12	8	4	14	4	33	21
33	6	1	0	2	9	8	4	15	4	34	25
34	6	1	5	0	14	8	4	12	4	30	16
35	7	2	0	3	9	8	4	14	4	32	23
36	6	0	0	1	5	8	5	15	4	34	29
37	4	0	0	4	10	8	4	13	4	33	23
38	6	0	3	3	9	8	4	13	4	31	22
39	2	1	3	4	13	8	3	15	4	33	20
40	4	2	0	2	7	8	4	14	4	34	27
41	4	1	1	2	15	8	4	16	4	35	20
42	8	4	0	2	5	8	4	14	4	34	29

3. ผลคะแนนการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

ตารางที่ 26 ผลคะแนนการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

คนที่	ข้อ1	ข้อ2	ข้อ3	ข้อ4	ข้อ5	ข้อ6	ข้อ7	ข้อ8	ข้อ9	ข้อ10	ข้อ11	ข้อ12	ข้อ13	ข้อ14	ข้อ15	ข้อ16	ข้อ17	ข้อ18	ข้อ19	ข้อ20
1	4	5	5	4	5	5	5	4	4	5	5	5	4	4	4	5	5	5	5	5
2	4	5	4	4	5	5	5	4	4	5	4	5	5	4	5	5	4	5	5	4
3	3	4	5	5	5	4	5	5	4	5	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5
4	4	4	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5
5	3	4	5	5	4	4	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	4	5
6	5	4	4	5	5	4	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	4	5	5
7	4	5	5	4	5	5	4	5	5	4	5	4	4	4	5	5	5	4	4	4
8	5	4	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	4
9	4	5	4	5	5	5	5	4	5	5	5	4	5	4	5	5	4	5	4	4
10	4	4	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	4	4	4	5	5	5	5
11	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
12	4	4	5	4	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5
13	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
14	4	5	5	5	4	4	5	4	5	4	4	5	5	5	5	5	4	5	5	5
15	4	5	5	5	5	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5
16	4	4	4	5	5	5	5	5	4	5	5	5	4	4	5	5	5	5	4	5
17	5	4	3	5	4	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	4	4	5	5	5
18	3	5	4	5	5	5	4	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5
19	3	4	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	4
20	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5
21	4	4	5	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5
22	4	5	5	5	4	4	4	5	5	5	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5



ภาคผนวก ข  
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ก่อนเรียนและหลังเรียน
2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ก่อนเรียนและหลังเรียน
3. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน หลังเรียนเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70
4. ผลการวิเคราะห์แบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

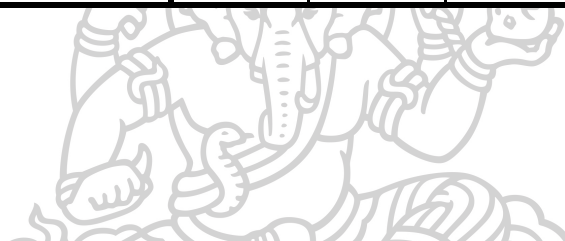


1. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ก่อนเรียนและหลังเรียน

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ก่อนเรียนและหลังเรียน

**Paired Samples Statistics**

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	ปรนัยหลังเรียน	14.9762	42	1.45649	.22474
	ปรนัยก่อนเรียน	7.0000	42	2.90500	.44825



**Paired Samples Test**

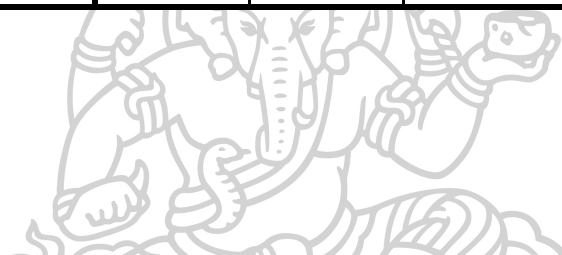
		Paired Differences				t	df	Sig. (2-tailed)	
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower				Upper
Pair 1	ปรนัยหลังเรียน - ปรนัยก่อนเรียน	7.976	2.883	.444	7.077	8.874	17.925	41	.000

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน  
ก่อนเรียนและหลังเรียน

ตอนที่ 2.1 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การ  
เรียงสับเปลี่ยน ก่อนเรียนและหลังเรียน ภาพรวม

**Paired Samples Statistics**

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 รวมหลังเรียน	33.6429	42	1.62032	.25002
รวมก่อนเรียน	10.9762	42	6.01822	.92863



**Paired Samples Test**

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
Pair 1 รวมหลังเรียน - รวมก่อนเรียน	22.666	6.018	.928	20.791	24.542	24.406	41	.000



2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน  
ก่อนเรียนและหลังเรียน

ตอนที่ 2.2 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน  
ก่อนเรียนและหลังเรียน ด้านการทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem)

**Paired Samples Statistics**

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 วิเคราะห์หลังเรียน	8.0000	42	.00000	.00000
วิเคราะห์ก่อนเรียน	4.5714	42	2.89779	.44714

**Paired Samples Test**

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
Pair 1 UP	3.429	2.898	.4471	2.525	4.331	7.668	41	.000

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ก่อนเรียนและหลังเรียน

ตอนที่ 2.3 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ก่อนเรียนและหลังเรียน ด้านการเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา (choosing a strategy for solving problem)

Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 ยุทธวิธีหลังเรียน	6.3571	42	.75938	.11717
ยุทธวิธีก่อนเรียน	2.0714	42	1.47157	.22707

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
Pair 1 CS	4.285	1.851	.285	3.709	4.863	15.000	41	.000

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ก่อนเรียนและหลังเรียน

ตอนที่ 2.4 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ก่อนเรียนและหลังเรียน ด้านการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา (using strategy to solve problem)

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	แก้ปัญหาหลังเรียน	15.2857	42	1.41913	.21898
	แก้ปัญหาก่อนเรียน	2.1667	42	2.81040	.43365

Paired Samples Test

		Paired Differences				t	df	Sig. (2-tailed)	
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower				Upper
Pair 1	US	13.119	2.813	.434	12.242	13.995	30.226	41	.000

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ก่อนเรียนและหลังเรียน

ตอนที่ 2.5 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ก่อนเรียนและหลังเรียน ด้านการให้เหตุผลในการเลือกวิธีการในการแก้ปัญหา (reasons for choosing a strategy to solve problem)

**Paired Samples Statistics**

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 เหตุผลหลังเรียน	4.0000	42	.00000	.00000
เหตุผลก่อนเรียน	2.1667	42	1.46365	.22585

**Paired Samples Test**

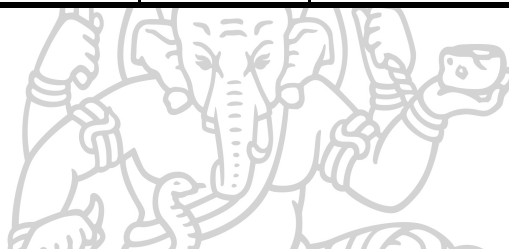
	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
Pair 1 RC	1.833	1.464	.226	1.377	2.289	8.118	41	.000

3. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน หลังเรียนเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน หลังเรียนเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

**One-Sample Statistics**

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
รวมหลังเรียน	42	33.6429	1.62032	.25002



**One-Sample Test**

	Test Value = 28					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
รวมหลังเรียน	22.570	41	.000	5.64286	5.1379	6.1478

4. ผลการวิเคราะห์แบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

ตารางที่ 27 ผลการวิเคราะห์แบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

n = 42

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ )	ค่าเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
<b>1. ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</b>		
1.1 นักเรียนได้รู้จักวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย	4.100	0.576
1.2 นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและร่วมอภิปรายเพื่อหาแนวทางการแก้ไขปัญหาในการเรียนรู้	4.524	0.505
1.3 นักเรียนได้ร่วมแสวงหาความรู้และแนวทางการแก้ปัญหาด้วยตนเองในเรียนรู้	4.643	0.533
1.4 นักเรียนได้วิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด	4.810	0.397
1.5 นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ที่จะเรียนใหม่	4.670	0.526
เฉลี่ย	4.577	0.508
<b>2. ด้านบรรยากาศในการเรียนรู้</b>		
2.1 นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้	4.710	0.457
2.2 นักเรียนได้รับความสนุกสนานจากการเรียนรู้	4.667	0.477
2.3 กระตุ้นให้นักเรียนอยากตอบคำถามในกิจกรรมการเรียนรู้	4.810	0.397
เฉลี่ย	4.730	0.444
<b>3. ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการร่วมกิจกรรม</b>		
3.1 นักเรียนได้รับประสบการณ์และความรู้ใหม่ๆ จากการเรียนรู้	4.810	0.397
3.2 ฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเป็นขั้นตอน	4.881	0.328
3.3 ฝึกให้นักเรียนทำงานอย่างเป็นระบบและรอบคอบ	4.762	0.484
3.4 ฝึกให้นักเรียนเป็นคนมีความรับผิดชอบในหน้าที่	4.707	0.461
เฉลี่ย	4.790	0.418

ตารางที่ 27 ผลการวิเคราะห์แบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ที่เน้น  
การคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (ต่อ)

n=42

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย — (X)	ค่าเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
<b>4. ด้านสื่อการเรียนรู้</b>		
4.1 สื่อสอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา	4.740	0.544
4.2 สื่อสร้างความสนใจของนักเรียน	4.738	0.445
4.3 สื่อการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับวัยของนักเรียน	4.860	0.417
เฉลี่ย	4.778	0.469
<b>5. ด้านการประเมินผล</b>		
5.1 นักเรียนทราบเกณฑ์การประเมินผลล่วงหน้า	4.900	0.297
5.2 นักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมินผลการเรียน	4.786	0.470
5.3 ครูประเมินผลอย่างยุติธรรม	4.857	0.417
5.4 ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสร้างเกณฑ์การประเมินผล	4.833	0.377
5.5 ระยะเวลาที่ครูแจ้งผลการประเมินให้นักเรียนทราบ	4.830	0.377
เฉลี่ย	4.843	0.388
เฉลี่ยรวม	4.732	0.444

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	นางสาวอรินา บัดตาล
วัน เดือน ปี เกิด	17 เมษายน 2536
สถานที่เกิด	สุพรรณบุรี
วุฒิการศึกษา	ศึกษาศาสตร์บัณฑิต
ที่อยู่ปัจจุบัน	382 หมู่ 9 ตำบลอุ้มทอง อำเภออุ้มทอง จังหวัดสุพรรณบุรี

