การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับ เทคนิค KWDL

โดย
นางสาวกรกมล แกล้วกล้า

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา แผน ก แบบ ก 2 ระดับปริญญามหาบัณฑิต
ภาควิชาคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยศิลปากร
ปีการศึกษา 2565
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศิลปากร

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับ เทคนิค KWDL

โดย
นางสาวกรกมล แกล้วกล้า

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา แผน ก แบบ ก 2 ระดับปริญญามหาบัณฑิต
ภาควิชาคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยศิลปากร
ปีการศึกษา 2565
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศิลปากร

A STUDY ON LEARNING ACHIEVEMENT IN MATHEMATICS ON THE TOPIC OF CIRCLES OF MATHAYOMSUKSA 3 STUDENTS BY USING CIPPA MODEL WITH KWDL TECHNIQUE

By

MISS Kornkamon KLAEWKLA

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for Master of Science MATHEMATICS STUDY

Department of MATHEMATICS

Silpakorn University

Academic Year 2022

Copyright of Silpakorn University

หัวข้อ	การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับ เทคนิค KWDL
โดย	นางสาวกรกมล แกล้วกล้า
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ศึกษา แผน ก แบบ ก 2 ระดับปริญญามหาบัณฑิต
อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วรกฤษณ์ ศุภพร
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ธนากร ปริญญาศาสตร์

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร ได้รับพิจารณาอนุมัติให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. นรงค์ ฉิมพาลี)

พิจารณาเห็นชอบโดย

.....ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. จิตติศักดิ์ รักบุตร)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วรกฤษณ์ ศุภพร)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ธนากร ปริญญาศาสตร์)

.....ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุชาติ เสมประวัติ)

61316316 : คณิตศาสตร์ศึกษา แผน ก แบบ ก 2 ระดับปริญญามหาบัณฑิต
คำสำคัญ : รูปแบบซิปปา, เทคนิค KWDL, วงกลม

นางสาว กรกมล แกล้วกล้า: การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับ เทคนิค KWDL อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วรกฤษณ์ ศุภพร

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL 2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลมของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL หลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 3) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลมที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 36 คน โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนการสอน เรื่อง วงกลม โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 3) แบบประเมินความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและการทดสอบที ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนหลังเรียนด้วยรูปแบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนหลังเรียนด้วยรูปแบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 3) ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL โดยรวมอยู่ในระดับมาก

61316316 : Major MATHEMATICS STUDY
Keyword : CIPPA Model, KWDL Technique, Circle

MISS Kornkamon KLAEWKLA : A study on learning achievement in Mathematics on the topic of circles of Mathayomsuksa 3 students by using CIPPA model with KWDL technique Thesis advisor : Assistant Professor Worakrit Supaporn, Ph.D.

The objectives of this research are the followings: 1) to compare learning achievement in mathematics on the topic of circles of Mathayomsuksa 3 students before and after learning by the CIPPA model with the KWDL technique, 2) to compare learning achievement in mathematics on the topic of circles of students learning by the CIPPA model with the KWDL technique with the criterion of 70 percent, 3) to study the satisfaction of students towards learning achievement in mathematics on the topic of circles learning by the CIPPA model with the KWDL technique. The sample group is a group of 36 students in Phrapathom Wittayalai 2 LuangPhoNgern-Anusorn School, Mueang Nakhon Pathom District, Nakhon Pathom Province, enrolling in Mathayomsuksa 3 during the second semester of the 2022 academic year, randomly selected by cluster random sampling.The research instruments are the followings: 1) lesson plans on the topic of circles using CIPPA model with the KWDL technique, 2) mathematical achievement tests, 3) a satisfaction assessment form. The data are analyzed by mean, standard deviation, t-test for dependent sample and t-test for one sample. We obtain the following results. 1) The learning achievement of the students is higher at the level of significant of 0.05 after learning by the CIPPA model with the KWDL technique. 2) The learning achievement of the students after learning by the CIPPA model with the KWDL technique is higher than the 70 percent criterion at the level of significant of 0.05. 3) The satisfaction of the students towards the learning management is generally at a high level.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรกฤษณ์ ศุภพร อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนากร ปริญญาศาสตร์ ที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.จิตติศักดิ์ รักบุตร ประธานสอบวิทยานิพนธ์และผู้ช่วยศาสตราจารย์ดร.สุชาติ เสมประวัติ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่กรุณาให้ความรู้ให้คำปรึกษา ตรวจแก้ไขและวิจารณ์ผลงาน ทำให้งานวิจัยมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น อีกทั้งความเมตตาจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัชรินทร รักษาศักดิ์ชัย นางวนิดา ศิริโภคา และนางน้ำค้าง เลิศนาที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบ ให้คำแนะนำแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีคุณภาพ นอกจากนี้ยังได้รับความอนุเคราะห์จากนางสาวจารุวรรณ พูพะเนียด ผู้อำนวยการโรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่ออุทัย คุณแม่อุสาห์ แกล้วกล้าและพี่ๆ เพื่อน ๆ ทุกคนที่ให้กำลังใจ และสนับสนุนผู้วิจัยเสมอมา คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูกตเวทิตาแด่บุพการีบูรพาจารย์กัลยาณมิตร และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบันที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษาและ ประสบความสำเร็จมาจนตราบเท่าทุกวันนี้

นางสาว กรกมล แกล้วกล้า

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญตาราง ..... ฌ

บทที่ 1 บทนำ 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย 4

สมมติฐานของการวิจัย 4

ขอบเขตของการวิจัย 5

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย 5

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย 6

ตัวแปรที่ศึกษา 6

นิยามศัพท์เฉพาะ 6

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 8

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 9

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และ หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ ปีพุทธศักราช 2565 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 9

แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา 12

แนวคิดเกี่ยวกับเทคนิค KWDL 15

แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL 18

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 18
บทที่ 3 การดำเนินงานวิจัย 22
ขั้นตอนที่ 1 การเตรียมการวิจัย 22
ขั้นตอนที่ 2 การสร้างและพัฒนาเครื่องมือวิจัย 24
ขั้นตอนที่ 3 การเก็บรวบรวมข้อมูล 30
ขั้นตอนที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูล 30
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 32
ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL 32
ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 35
ตอนที่ 3 ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL 37
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 38
สรุปผลการวิจัย 41
อภิปรายผล 42
ข้อเสนอแนะ 43
รายการอ้างอิง 45
ภาคผนวก 48
ภาคผนวก ก เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 49
ภาคผนวก ข ผลประเมินเครื่องมือวิจัยของผู้เชี่ยวชาญ 219
ประวัติผู้เขียน 241

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1 หน่วยการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 23102 ที่ใช้ในการวิจัยของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 11

ตารางที่ 2 แสดงรูปแบบการวิจัยแบบ One Group Pretest-Posttest Design 22

ตารางที่ 3 แสดงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL (รายบุคคล)..... 33

ตารางที่ 4 แสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL 34

ตารางที่ 5 แสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 (รายบุคคล) 35

ตารางที่ 6 แสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 (30.8 คะแนน จากคะแนนเต็ม 44 คะแนน)..... 37

ตารางที่ 7 แสดงผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL..... 37

ตารางที่ 8 ค่าความเหมาะสมจากการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทดสอบก่อนเรียนและส่วนต่าง ๆ ของวงกลม 220

ตารางที่ 9 ค่าความเหมาะสมจากการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ ที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม..... 221

ตารางที่ 10 ค่าความเหมาะสมจากการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง คอร์ดของวงกลม 222

ตารางที่ 11 ค่าความเหมาะสมจากการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและทดสอบหลังเรียน..... 223

ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม 224

ตารางที่ 13 ค่าดัชนีควเกณฑ์การให้คะแนนข้อสอบอัตนัย (8 คะแนน) 239

ตารางที่ 14 ค่าดัชนีความสอดคล้องจากการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับด้าน ความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับ KWDL เรื่อง วงกลม 240

มหาวิทยาลัยศิลปากร

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีความสำคัญทั้งในด้านการพัฒนามนุษย์ให้รู้จักใช้ความคิดอย่างมีเหตุผล เพื่อที่จะพัฒนาวิธีการเสาะแสวงหาความรู้ใหม่ อันจะส่งผลถึงการสร้างจิตใจของมนุษย์ให้มีความละเอียด รอบคอบ และสุขุมเยือกเย็น ซึ่งคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานของการค้นคว้าวิจัยทุกประเภท ตลอดจนศาสตร์ต่าง ๆ ก็ใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือหลักในการศึกษา สร้างองค์ความรู้ใหม่ คณิตศาสตร์จึงเป็นประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์และช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตของมนุษย์ให้ดียิ่งขึ้น การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียนเป็นอย่างมาก เพราะต้องการให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจในหลักการ วิธีการ มีความคิดรวบยอดของเรื่องนั้น ๆ จนสามารถอธิบายได้อย่างมีเหตุผล รู้จักนำไปใช้ในชีวิตจริง รู้จักนำมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) สาเหตุหลักที่ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ประสบความสำเร็จได้นั้น ครูผู้สอนต้องมีความรู้ความเชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ วิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ใช้สื่อการเรียนการสอนที่หลากหลายเหมาะสมกับช่วงวัยของนักเรียน การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันได้มีการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่หลากหลาย ซึ่งจะมีผลทำให้ทั้งครูผู้สอนและนักเรียนต้องปรับเปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนการสอน กล่าวคือในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สัมผัสหรือสำรวจสิ่งแวดล้อมให้มากที่สุด กระตุ้นให้นักเรียนค้นหาคำตอบจากสื่อหรือกิจกรรมที่จัดไว้ในการเรียน และนักเรียนยังสามารถสรุปความรู้ที่ได้จากการกระตุ้นคำถามจากครูผู้สอน หรือค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง แนวทางการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ ถือเป็นหน้าที่ของครูผู้สอนโดยตรง ครูผู้สอนเป็นเพียงผู้จัดการให้เกิดประสบการณ์การเรียนรู้ จึงจำเป็นต้องใช้เทคนิคและวิธีที่เหมาะสมในการจัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน เพื่อเพิ่มทักษะกระบวนการต่าง ๆ ให้กับนักเรียน โดยคำนึงถึงความเหมาะสมกับวัยและระดับการศึกษาของนักเรียน ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมมากที่สุด ได้มีโอกาสในการแสดงความสามารถทางด้านความคิด ได้แสดงความคิดเห็น ส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ ได้ทำกิจกรรมทั้งรายบุคคลและรายกลุ่ม ช่วยให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับบุคคลอื่น กิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นให้นักเรียนถือว่า ประสบความสำเร็จได้นั้นก็ต่อเมื่อนักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจดีขึ้น สามารถอธิบาย ชี้แจงและตอบคำถามได้ อีกทั้งนักเรียนได้ใช้เทคนิคการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี โดยสามารถแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน หากนักเรียนได้รับการจัดการเรียนการสอนที่ดีตามที่กล่าวมา ผู้เรียนจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

จากการจัดการเรียนการสอนในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง วงกลม ที่ผ่านมาของผู้วิจัย พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ มีปัญหาในการเรียนรู้และทำความเข้าใจ วิเคราะห์โจทย์ไม่ได้ ไม่สามารถจำทฤษฎีบทต่าง ๆ เกี่ยวกับวงกลมได้ ไม่สามารถนำแต่ละทฤษฎีบทมาใช้กับโจทย์ได้ อีกทั้งมีปัญหาทางด้านกระบวนการต่าง ๆ อาทิเช่น กระบวนการคิด กระบวนการแสวงหาความรู้ เป็นต้น เนื่องจากเรื่อง วงกลม มีเนื้อหาที่ต้องจำค่อนข้างมาก นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การจำเนื้อหามากกว่าการทำความเข้าใจ ส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ค่อนข้างต่ำ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบซิปปา เป็นรูปแบบของการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางรูปแบบหนึ่ง โดย C มาจากคำว่า Construct หมายถึง การสร้างความรู้ด้วยตนเอง I มาจากคำว่า Interaction หมายถึง การปฏิสัมพันธ์กับบุคคลและสิ่งแวดล้อมรอบตัว มีส่วนร่วมทางสังคม P ตัวแรก มาจากคำว่า Physical Participation หมายถึง การให้นักเรียนมีโอกาสเคลื่อนไหวร่างกายในลักษณะต่าง ๆ ช่วยให้นักเรียนมีส่วนร่วมทางกาย P ตัวที่สองมาจากคำว่า Process Learning หมายถึง การเรียนรู้กระบวนการต่าง ๆ ที่เป็นทักษะที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต ช่วยให้นักเรียนมีส่วนร่วมทางด้านสติปัญญา A มาจากคำว่า Application หมายถึง การนำความรู้ที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ได้หลายอย่างแล้วแต่ลักษณะของกิจกรรม การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น รูปแบบการสอนช่วยให้นักเรียนเรียนรู้และทำความเข้าใจเนื้อหาได้จากการที่นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง สามารถจำทฤษฎีบทต่าง ๆ และนำไปใช้ได้ รู้จักการเข้าสังคม มีส่วนร่วมกับเพื่อน ๆ ล้วนส่งผลที่ดีต่อนักเรียนเป็นอย่างมาก (ทิศนา แขมมณี, 2545) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ปองกานต์ ฟักศรี (2561) ที่ได้ศึกษาการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องรูปสี่เหลี่ยมโดยการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดเด่นใหญ่ แล้วพบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดเด่นใหญ่ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง รูปสี่เหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 เสฏฐวุฒิ ไกรศรี (2563) ได้ศึกษาการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แล้วพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 พรพิทักษ์ หมู่หัวนา (2561) ได้ศึกษาการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปา เรื่อง เงิน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 แล้วพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ที่นำการอ่านมาเป็นแนวทางช่วยในการวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาคำตอบ พัฒนาขึ้นโดย Carr และ Ogle มีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 K (What we know) เรารู้อะไรบ้างจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ขั้นที่ 2 W (What we want to know) เราหาสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ว่าคืออะไรและมีวิธีการอย่างไร ขั้นที่ 3 D (What we do to find out) เราจะต้องดำเนินการอย่างไรเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ ขั้นที่ 4 L (What we learned) เราเรียนรู้อะไร อะไรที่เราสรุปได้เป็นความรู้ (สุจิตรา ศรีสละ, 2554) การจัดการเรียนการสอนด้วยเทคนิค KWDL ช่วยให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ได้ สามารถหาคำตอบได้อย่างเป็นขั้นตอน รู้จักคิดอย่างเป็นระบบ มีเหตุผล ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ดวงสมร ดอนจันไพร (2564) ที่ได้ศึกษาการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผ่านระบบออนไลน์ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผ่านระบบออนไลน์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 สุวรรณี โชติสกุลบุญฑวิไล (2564) ได้ศึกษาการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบ โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผ่านระบบออนไลน์ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบ โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผ่านระบบออนไลน์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ศิรินันท์ บุญเรืองศรี (2563) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ก่อนและหลังเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 เจนจิรา สระแก้ว (2563) ได้ศึกษาการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 พรนภา วงศ์สวัสดิ์ (2563) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี 2 โดยใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL เป็นการจัดการเรียนรู้ที่สอดแทรกเทคนิค KWDL ในขั้นตอนการสอนรูปแบบซิปปา ซึ่งช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดียิ่งขึ้น ทำให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับกลุ่มเพื่อนมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยให้นักเรียนสามารถคิดวิเคราะห์แก้โจทย์ สามารถหาคำตอบ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสุนิสา สุวรรณฉาย (2560) ที่ได้ศึกษา การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นเทคนิค KWDL เรื่องโจทย์ปัญหาการบวกลบระคน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 แล้วพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 75.24 และนักเรียนร้อยละ 80 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ที่ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้สูงสุด เกิดกระบวนการทำงานเป็นกลุ่ม เกิดกระบวนการแสวงหาความรู้ เกิดกระบวนการคิด รู้จักวิเคราะห์โจทย์อย่างเป็นขั้นตอน รู้จักคิดแก้ปัญหาและนำไปสู่การหาคำตอบให้กับโจทย์นั้นได้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

สมมติฐานของการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL อยู่ในระดับมากขึ้นไป

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษานครปฐม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวนทั้งสิ้น 107 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษานครปฐม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 36 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม ซึ่งแต่ละห้องเรียนจัดนักเรียนแบบคละความสามารถ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง วงกลม ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย

- เรื่อง ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม
  - ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม
- เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งของวงกลม
  - มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม
  - มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม
  - มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม
  - มุมในครึ่งวงกลม
  - รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม
- เรื่อง คอร์ดของวงกลม
  - คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม
  - คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม
  - คอร์ดที่ยาวเท่ากัน
- เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม
  - เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี
  - เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 โดยใช้ระยะเวลา 13 คาบ คาบละ 1 ชั่วโมง ประกอบด้วย ทดสอบก่อนเรียน 1 คาบ ดำเนินการจัดการเรียนรู้ 11 คาบ และทดสอบหลังเรียน 1 คาบ

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
2. ความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้แบบ CIPPA หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินการ 7 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม เป็นการดึงความรู้เดิมของนักเรียนในเรื่องที่จะเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน

ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่ เป็นการแสวงหาความรู้ใหม่จากแหล่งเรียนรู้ที่ครูจัดเตรียมให้ จากหนังสือเรียน ใบความรู้ และใบกิจกรรม โดยใช้กระบวนการกลุ่ม

ขั้นที่ 3 การศึกษาทำความเข้าใจข้อมูลหรือความรู้ใหม่ และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม เป็นการศึกษาทำความเข้าใจกับข้อมูลหรือความรู้ที่หามาได้ แล้วสร้างความหมายของข้อมูล โดยใช้กระบวนการคิดและกระบวนการกลุ่มในการทำใบกิจกรรม

ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม เป็นการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจภายในกลุ่มและระหว่างกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การสรุปและจัดระเบียบความรู้ เป็นการสรุปความรู้ที่ได้รับทั้งหมดทั้งความรู้เดิมและความรู้ใหม่ และจัดสิ่งที่เรียนให้มีระบบระเบียบ

ขั้นที่ 6 การปฏิบัติหรือการแสดงผลงาน เป็นการนำความรู้ที่ได้สรุปและจัดเรียงอย่างเป็นระบบแล้ว หรือผลงานที่ได้ทำมานำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ เช่น นำผลงานของแต่ละกลุ่มติดไว้บนกระดานเพื่อช่วยในการทำใบงานของแต่ละคน

ขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้ เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกฝนการนำความรู้ความเข้าใจของตนเองไปใช้ในการทำใบงาน

2. เทคนิค KWDL หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้แก้ปัญหาตามขั้นตอน มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 K : (What we know) นักเรียนหาสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 W : (What we want to know) นักเรียนหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นที่ 3 D : (What we do to find out) นักเรียนหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 4 L : (What we learned) นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้

3. การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ตามรูปแบบซิปปาผสมผสานกับเทคนิค KWDL มี 7 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เดิมในเรื่องที่จะเรียนเพื่อช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน

ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่ นักเรียนร่วมกันแสวงหาความรู้ใหม่จากแหล่งเรียนรู้ที่ครูจัดเตรียมให้จากหนังสือเรียนและใบความรู้ที่มีการใช้เทคนิค KWDL โดยใช้กระบวนการกลุ่ม

ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม นักเรียนแต่ละคนทำใบกิจกรรมที่ใช้เทคนิค KWDL

ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม นักเรียนร่วมกันตรวจสอบความรู้ความเข้าใจจากใบกิจกรรมที่ได้ทำโดยใช้เทคนิค KWDL ภายในกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การสรุปและจัดระเบียบความรู้ นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้รับทั้งหมดทั้งความรู้เดิมและความรู้ใหม่ และจัดสิ่งที่เรียนให้มีระบบระเบียบภายในกลุ่ม

ขั้นที่ 6 การแสดงผลงาน นักเรียนนำความรู้ที่ได้สรุปจัดเรียงอย่างเป็นระบบแล้ว หรือผลงานที่ได้ทำมานำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ

ขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้ เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกฝนการนำความรู้ความเข้าใจของตนเองไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด โดยใช้เทคนิค KWDL มาช่วยเพื่อเพิ่มความชำนาญ ความเข้าใจความสามารถในการแก้ปัญหาและความจำในเรื่องนั้น ๆ

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนของผู้เรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

5. ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกหรือทัศนคติของนักเรียนต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ซึ่งวัดโดยใช้แบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับการใช้เทคนิค KWDL

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม สูงขึ้น
2. ได้แนวทางในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
3. ได้แนวทางในการศึกษาวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ผู้วิจัยศึกษาแนวคิดทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ ปีพุทธศักราช 2565 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา
3. แนวคิดเกี่ยวกับเทคนิค KWDL
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ ปีพุทธศักราช 2565 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2560) จัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น โดยสาระที่ใช้ในงานวิจัยเล่มนี้ คือ สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานที่เกี่ยวข้องกับวงกลมไว้ดังนี้

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ม.3/3 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้แกนกลาง

- วงกลม คอร์ด และเส้นสัมผัส
- ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม

2. หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ ปีพุทธศักราช 2565 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ ตั้งอยู่เลขที่ 256 หมู่ 2 ตำบลดอนยายหอม อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม เป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดกลาง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษานครปฐม เปิดสอนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

วิสัยทัศน์ของโรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์

โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์เป็นองค์กรที่จัดการศึกษาได้ตามมาตรฐานการศึกษาขั้นพื้นฐาน สร้างโอกาสการเรียนรู้อย่างเต็มศักยภาพและนักเรียนสามารถปฏิบัติตนเป็นคนดีของสังคม

พันธกิจของโรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์

1. จัดการศึกษาขั้นพื้นฐานให้มีคุณภาพตามมาตรฐานการศึกษา
2. พัฒนาขีดความสามารถของนักเรียนเต็มตามศักยภาพ
3. ส่งเสริมให้นักเรียนมีคุณธรรม จริยธรรม มีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตามหลักสูตรและค่านิยมหลักของคนไทย 12 ประการ
4. ส่งเสริมให้ครูปฏิบัติงานและจัดการเรียนการสอนได้ตามมาตรฐาน โดยใช้กระบวนการมีส่วนร่วมและกระบวนการนิเทศภายในโรงเรียน
5. จัดระบบการบริหารจัดการศึกษาของโรงเรียนด้วยระบบคุณภาพทั่วทั้งองค์กร (Total Quality Management) และระบบควบคุมคุณภาพ (Quality Control Circle)

เป้าหมายของโรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์

1. นักเรียนมีทักษะการเรียนรู้ตามมาตรฐานการศึกษา และจบการศึกษาตามหลักสูตรของสถานศึกษา
2. นักเรียนมีทักษะในการประกอบอาชีพ และพัฒนาตนเองได้เต็มศักยภาพ
3. นักเรียนมีคุณธรรม จริยธรรม มีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตามหลักสูตรและค่านิยมหลักของคนไทย 12 ประการ
4. ครูได้รับการสนับสนุนให้ปฏิบัติงานและจัดการเรียนการสอนได้ตามเกณฑ์มาตรฐาน
5. บริหารจัดการศึกษาของโรงเรียนด้วยระบบคุณภาพ

อัตลักษณ์ของสถานศึกษา

ขยันเป็นแมลงผึ้ง

เอกลักษณ์ของสถานศึกษา

ดนตรีดี กีฬาเด่น

คำอธิบายรายวิชา

รายวิชาคณิตศาสตร์ 6 รหัสวิชา ค23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 เวลาเรียน 60 ชั่วโมง จำนวน 1.5 หน่วยกิต ศึกษาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหา การหาพื้นที่ผิวของพีระมิด กรวย และทรงกลม การนำความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวของพีระมิด กรวย และทรงกลม ไปใช้ในการแก้ปัญหา การหาปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลม การนำความรู้เกี่ยวกับปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลม ไปใช้ในการแก้ปัญหา อัตราส่วนตรีโกณมิติ การนำค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา ไปใช้ในการแก้ปัญหา วงกลม คอร์ด และเส้นสัมผัส ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม เหตุการณ์จากการทดลองสุ่ม ความน่าจะเป็น การนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตจริง โดยการจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่ใกล้ตัวให้นักเรียนได้ศึกษา ค้นคว้า ฝึกทักษะ โดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ เพื่อให้เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานได้อย่างเป็นระบบ มีระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

รหัสและตัวชี้วัดมีดังนี้ ค 1.3 ม.3/3, ค 2.1 ม.3/1-2, ค 2.2 ม.3/2-3, ค 3.2 ม.3/1 รวมทั้งหมด 6 ตัวชี้วัด

โครงสร้างรายวิชา

ตารางที่ 1 หน่วยการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 23102 ที่ใช้ในการวิจัยของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ	เวลาเรียน (ชั่วโมง)
วงกลม	ค 2.2 ม.3/3	- วงกลม - มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม - คอร์ด - เส้นสัมผัสวงกลม	13

สรุปการศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ ปีพุทธศักราช 2565 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้เลือกการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับ KWDL ในหน่วยการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม จำนวน 13 ชั่วโมง สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.3/3 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีสาระการเรียนรู้แกนกลาง คือ วงกลม คอร์ด เส้นสัมผัส และทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม รวมตัวชี้วัดที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้คือ 1 ตัวชี้วัด

แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา

ทิศนา แขมมณี (2556) ได้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอน จากแนวคิดทางการศึกษาที่พบว่าสามารถใช้ได้ผลดีในการจัดการเรียนการสอน โดยมีหลักการ 5 หลักการ ได้แก่

1) หลักการสร้างความรู้ (Constructivism)
2) หลักกระบวนการกลุ่มและการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Group process and cooperative learning)
3) หลักความพร้อมในการเรียนรู้ (Learning readiness)
4) หลักการเรียนรู้กระบวนการ (Process learning)
5) หลักการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Transfer of learning)

ซึ่งทั้งหลักการทั้ง 5 เป็นที่มาของแนวคิด “CIPPA” ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้สูงสุด ซึ่งประกอบด้วย 5 แนวคิด คือ การให้นักเรียนเป็นผู้สร้างสรรค์ความรู้ด้วยตนเอง (C = Construct) มีปฏิสัมพันธ์ (I = Interaction) กับบุคคลและสิ่งแวดล้อมรอบตัว การให้นักเรียนมีการเคลื่อนไหวทางกาย (P = Physical Participation) อย่างเหมาะสม มีประสาทการรับรู้ที่ตื่นตัวไม่เฉื่อยชา จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี รู้จักใช้ทักษะกระบวนการ (P = Process Learning) ต่าง ๆ ที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตในการสร้างความรู้ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะกระบวนการเรียนรู้และเรียนรู้สาระในแง่มุมที่กว้างขึ้น นักเรียนจะมีความเข้าใจ มีความรู้ที่คงทนอยู่มากเพียงใดนั้นต้องอาศัยการถ่ายโอนการเรียนรู้ หากนักเรียนมีการนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ (A = Application) ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลาย ความรู้นั้นก็จะเป็นความรู้ที่คงทน เป็นประโยชน์และมีความหมายมากขึ้น

ชนาธิป พรกุล (2545) ได้กล่าวถึงหลักการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอน แบบซิปปา ซึ่งมีขั้นตอนที่สำคัญ 5 ประการ ได้แก่

1. การสร้างความรู้ (Constructing of knowledge) หมายถึง การสร้างความรู้ตามแนวคิดของการสร้างความรู้ (Constructivism) กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดีควรเป็นกิจกรรมที่ช่วยให้นักเรียนมีโอกาสสร้างความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจและเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายต่อตนเอง

2. การสร้างปฏิสัมพันธ์ (Interaction) หมายถึง การปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นหรือสิ่งแวดล้อมรอบตัว กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดีต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับบุคคลและแหล่งความรู้ที่หลากหลายซึ่งทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมทางสังคม

3. การมีส่วนร่วมทางกาย (Physical participation) หมายถึง การมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ทางกาย คือ นักเรียนมีโอกาสได้เคลื่อนไหวร่างการโดยการทำกิจกรรมในลักษณะต่าง ๆ อย่างเหมาะสมกับวัยและความสนใจของนักเรียน

4. การเรียนรู้กระบวนการ (Process learning) หมายถึง การเรียนรู้กระบวนการต่าง ๆ ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ทักษะที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต เช่น กระบวนการแสวงหาความรู้ กระบวนการคิด กระบวนการแก้ปัญหา กระบวนการกลุ่ม กระบวนการพัฒนาตนเอง เป็นต้น การเรียนทางด้านกระบวนการช่วยให้นักเรียนมีส่วนร่วมทางสติปัญญาอีกทางหนึ่ง

5. การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ (Application) หมายถึง การนำความรู้ไปใช้ในหลายลักษณะซึ่งช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้เพิ่มเติมอีกเรื่อย ๆ เป็นการเชื่อมโยงทฤษฎีกับการปฏิบัติเข้าด้วยกัน

จากการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้รูปแบบการสอนแบบซิปปา สรุปได้ว่า รูปแบบการสอนแบบซิปปา เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ ให้นักเรียนเกิดความรู้ความคิด และตัดสินใจอย่างเป็นระบบ สามารถสร้างองค์ความรู้ ค้นพบความรู้ได้ด้วยตนเอง ได้แก่ นักเรียนหาคำตอบด้วยตนเอง นักเรียนมีการซักถามและวิเคราะห์หาคำตอบร่วมกับเพื่อน อีกทั้งช่วยให้นักเรียนได้มีบทบาทและมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้มากที่สุด มีปฏิสัมพันธ์ต่อกันและ ได้เรียนรู้จากกันและกัน มีการแลกเปลี่ยนข้อมูลความรู้ ความคิดเห็นและประสบการณ์ ได้แก่ นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ภายในกลุ่มของตนเองและในห้องเรียน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ทำงานร่วมกับผู้อื่นอย่างมีความสุข นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการต่าง ๆ ได้แก่ นักเรียนร่วมกันคิดวิเคราะห์ นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา นักเรียนใช้ทักษะการสังเกตในการบันทึกข้อมูล การมีส่วนร่วมและการเคลื่อนไหวทางกาย ได้แก่ นักเรียนมีส่วนร่วมและลงมือปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมอย่างกระตือรือร้น ร่วมกับการผลิตผลงานซึ่งมีความคิดสร้างสรรค์ที่หลากหลายและสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ เช่น นักเรียนมีโอกาสนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ที่มีความคล้ายคลึงกันหรือเกี่ยวข้องกันเป็นการได้ทดสอบความรู้นำมาซึ่งความภาคภูมิใจความพึงพอใจเป็นแรงเสริมให้อยากเรียนรู้ต่อไปอีก

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา

ทิศนา แขมมณี (2556) ได้กล่าวว่า โมเดลซิปปามีองค์ประกอบสำหรับการจัดการเรียนการสอนที่สำคัญ 5 ประการ ครูสามารถเลือกรูปแบบ วิธีสอน กิจกรรมใดก็ได้ที่สามารถทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามองค์ประกอบทั้ง 5 อีกทั้งการจัดกิจกรรมก็สามารถจัดลำดับองค์ประกอบใดก่อนหลังได้เช่นกัน และเพื่อให้ครูที่ต้องการนำหลักการของโมเดลซิปปาไปใช้ได้สะดวกขึ้น ทิศนา แขมมณี จึงจัดขั้นตอนการสอนเป็น 7 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน กิจกรรมในขั้นนี้ ได้แก่ การสนทนาซักถามให้นักเรียนบอกสิ่งที่เคยเรียนรู้ การให้นักเรียนเล่าประสบการณ์เดิม หรือการให้นักเรียนแสดงโครงสร้างความรู้เดิมของตน

2. ขั้นแสวงหาความรู้ใหม่ เพื่อให้นักเรียนหาความรู้เพิ่มเติมจากแหล่งความรู้ต่าง ๆ

3. ขั้นศึกษาทำความเข้าใจความรู้ใหม่ และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม เพื่อให้นักเรียนสร้างความหมายของข้อมูลหรือประสบการณ์ใหม่ สรุปความเข้าใจแล้วเชื่อมโยงกับความรู้เดิม กิจกรรมในขั้นนี้ ได้แก่ การให้นักเรียนใช้กระบวนการต่าง ๆ ด้วยตนเอง เช่น กระบวนการคิด กระบวนการกลุ่มหรือกระบวนการแก้ปัญหา สร้างความรู้ขึ้นมา

4. ขั้นแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม เพื่ออาศัยกลุ่มเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจ และขยายความรู้ความเข้าใจของตนให้กว้างขึ้น กิจกรรมในขั้นนี้ ได้แก่ การให้นักเรียนแต่ละคนแบ่งปันความรู้ความเข้าใจให้ผู้อื่นรับรู้และให้กลุ่มช่วยกันตรวจสอบความรู้ความเข้าใจซึ่งกันและกัน

5. ขั้นสรุปและจัดระเบียบความรู้ เพื่อให้นักเรียนจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย กิจกรรมในขั้นนี้ ได้แก่ การให้นักเรียนสรุปประเด็นสำคัญ ประกอบด้วย มโนทัศน์หลักและมโนทัศน์ย่อยของความรู้ทั้งหมด ทั้งความรู้เดิมและความรู้ใหม่แล้วนำมารวบรวมเรียบเรียงให้ได้ใจความสาระสำคัญครบถ้วน สะดวกแก่การจดจำ ครูอาจให้นักเรียนจัดเป็นโครงสร้างความรู้ ซึ่งเป็นวิธีการที่ช่วยในการจดจำข้อมูลได้ง่าย

6. ขั้นแสดงผลงาน เพื่อให้โอกาสนักเรียนได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนด้วยการได้รับข้อมูลย้อนกลับจากผู้อื่น กิจกรรมในขั้นนี้ ได้แก่ การให้นักเรียนแสดงผลงานการสร้างความรู้ของตนด้วยวิธีการต่าง ๆ เช่น จัดนิทรรศการ จัดการอภิปราย แสดงบทบาทสมมติ เขียนเรียงความ วาดภาพ เป็นต้น และอาจมีการจัดประเมินผลงานโดยใช้เกณฑ์ที่เหมาะสม

7. ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ เพื่อฝึกฝนให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ให้เกิดความเข้าใจ และความชำนาญ กิจกรรมในขั้นนี้ ได้แก่ การที่ครูให้นักเรียนมีโอกาสแสดงวิธีใช้ความรู้ให้เป็นประโยชน์ในเรื่องต่าง ๆ ซึ่งเท่ากับส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ ในระยะแรกครูอาจตั้งโจทย์สถานการณ์ต่าง ๆ แล้วให้นักเรียนนำความรู้ที่มีมาใช้ในสถานการณ์นั้น

ผลที่นักเรียนได้รับจากการจัดการเรียนการสอนรูปแบบซิปปา

เมื่อนักเรียนได้เรียนด้วยรูปแบบซิปปา นักเรียนจะเกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียนสามารถอธิบาย ชี้แจง ตอบคำถามได้ดี มีทักษะในการคิดวิเคราะห์ การคิดสร้างสรรค์ การทำงานเป็นกลุ่ม การสื่อสาร รวมทั้งเกิดการใฝ่รู้ด้วย (ทิศนา แขมมณี, 2551) การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบกลุ่ม เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้น เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจและสร้างองค์ความรู้ในรูปแบบของตนเอง ทำให้การเรียนรู้มีความหมายต่อนักเรียน นักเรียนมีความภูมิใจและมีทัศนคติที่ดีต่อวิชาที่เรียน การทำกิจกรรมกลุ่มยังมีส่วนช่วยให้นักเรียนได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกันแบบเพื่อนช่วยเพื่อนส่งเสริมให้นักเรียนทุกคนมีโอกาส ได้พัฒนาตนเองให้มีความรู้และทักษะดีขึ้นตามศักยภาพของตนเอง ทำให้นักเรียนมีพัฒนาการทั้งในด้านความรู้ อารมณ์และสังคม อีกทั้งจะส่งผลให้นักเรียนมีการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พัฒนาการทางร่างกายและสังคมจากการทำงานหรือฝึกปฏิบัติ รวมทั้งมีการพัฒนากระบวนการคิดและส่งเสริมให้นักเรียนมีคุณลักษณะของการใฝ่รู้และเรียนรู้ตลอดเวลาอย่างต่อเนื่อง (อุษาพร เสวกวี, 2562)

แนวคิดเกี่ยวกับเทคนิค KWDL

ความหมายการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL

ผู้ศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง ความหมายของเทคนิค KWDL ดังนี้

บุญรัตน์ ฐิตยานุวัฒน์ (2553) ได้กล่าวว่า เทคนิค KWDL เป็นเทคนิคการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ ได้ฝึกการคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้อย่างหลากหลายตามขั้นตอนและสามารถหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด พร้อมให้เหตุผลประกอบได้อย่างชัดเจน

สุจิตรา ศรีสละ (2554) ได้กล่าวว่า เทคนิค KWDL หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่นำการอ่านมาเป็นแนวทางช่วยในการวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาคำตอบ มีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 K (What we know) เรารู้อะไรบ้างจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want to know) เราหาสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ว่าคืออะไร

ขั้นที่ 3 D (What we do to find out) เราจะต้องดำเนินการอย่างไรเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 4 L (What we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

นิรันดร์ แสงกุหลาบ (2547) ได้กล่าวว่า เทคนิค KWDL หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ชี้นำการคิด แนวทางในการอ่านและหาคำตอบประกอบไปด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรม 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 K (What we know) เรารู้อะไรบ้างจากที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร

ขั้นที่ 3 D (What we do to find out) เราทำอะไร อย่างไรหรือเรามีวิธีการอย่างไรบ้าง

ขั้นที่ 4 L (What we learned) เราเรียนรู้อะไร อะไรที่สรุปได้เป็นความรู้

ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนด้วยเทคนิค KWDL

วัชรา เล่าเรียนดี (2548) ได้กำหนดขั้นตอนการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นนำ นำเข้าสู่บทเรียนโดยการทบทวนความรู้เดิมพร้อมทั้งแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ มีการเร้าความสนใจด้วยเกมคณิตศาสตร์ และแบ่งกลุ่มนักเรียนแบบคละความสามารถเพื่อทำกิจกรรม

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

1) ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนทั้งชั้นแล้วให้นักเรียนร่วมกันอ่านโจทย์และช่วยกันแก้ปัญหาตามขั้นตอนของเทคนิค KWDL ดังนี้ K ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ W ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ D ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ L ครูและนักเรียนร่วมสรุปการแก้ปัญหา

2) ครูแจกใบงานให้นักเรียนฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อยโดยครูคอยแนะนำด้วยการแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 - 5 คน ร่วมกันปฏิบัติกิจกรรม KWDL

3. ขั้นฝึกทักษะโดยอิสระ ครูให้นักเรียนปฏิบัติหน้าที่ตามบทบาทของตนเองและลงมือทำกิจกรรมกลุ่ม

4. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลนักเรียนทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียน มีการซ่อมเสริมเมื่อนักเรียนยังไม่เข้าใจ

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544) นำเทคนิค KWDL มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยนำมาบูรณาการกับการเรียนแบบร่วมมือกันด้วยการปรับรูปแบบการเรียนให้เหมาะสมกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ทบทวนความรู้เดิมโดยนำเสนอสถานการณ์ปัญหาหรือเกมคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 ขั้นดำเนินการสอนใช้เทคนิคการสอน KWDL ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนการสอน 4 ขั้นตอน

1) หาสิ่งที่รู้เกี่ยวกับโจทย์ โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มๆ ละ 4 - 5 คน ให้นักเรียนร่วมกันระดมสมองหาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

2) นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาความสัมพันธ์ของโจทย์ที่กำหนดให้และวิธีการแก้โจทย์ปัญหา

3) ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหา โดยเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ หาคำตอบ และตรวจคำตอบที่ได้

4) สรุปสิ่งที่ได้จากการเรียน ตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอรูปแบบและแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นฝึกทักษะอิสระ นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 ขั้นวัดและประเมินผล สังเกตการร่วมกิจกรรม ตรวจผลงานกลุ่มและแบบฝึกหัด

สุจิตรา ศรีสละ (2554) ได้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1) ทบทวนความรู้เดิม
2) แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้
3) แนะนำแผนผัง KWDL

ขั้นที่ 2 ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

1) ครูนำเสนอเนื้อหาและนำเสนอโจทย์
2) นักเรียนร่วมกันอ่าน วิเคราะห์โจทย์และแก้ปัญหาตามแผนผัง KWDL

ขั้นที่ 3 ขั้นฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา โดยนักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องที่เรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผล

1) นักเรียนและครูร่วมกันสรุปสาระสำคัญการเรียนรู้
2) ครูประเมินผลการเรียนรู้จากการตรวจแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ ประจำหน่วย

จากการที่ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้ที่ใช้เทคนิค KWDL สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ที่ใช้เทคนิค KWDL จะช่วยทำให้นักเรียนมีการคิด วิเคราะห์อย่างเป็นระบบเป็นขั้นตอน ซึ่งจะช่วยเป็นแรงเสริมที่ทำให้นักเรียนมีการถ่ายทอดแนวความคิดได้อย่างเป็นระบบ เข้าใจง่าย ได้ความรู้ครบองค์ประกอบและสามารถหาวิธีที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหาพร้อมให้เหตุผลประกอบได้อย่างชัดเจน รวมทั้งนักเรียนสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเทคนิค KWDL ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 K (What we know) เรารู้อะไรจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ขั้นที่ 2 W (What we want to know) เราหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ขั้นที่ 3 D (What we do to find out) เราจะต้องดำเนินการอย่างไรเพื่อหาคำตอบ ขั้นที่ 4 L (What we learned) เราได้ความรู้อะไรบ้าง

แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้รูปแบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ รวมทั้งการมีปฏิสัมพันธ์กับสมาชิกในกลุ่ม ซึ่งเป็นการพัฒนาทักษะกระบวนการต่าง ๆ ของนักเรียน ทำให้นักเรียนรู้จักคิด รู้จักวางแผนไตร่ตรองเพื่อการแก้ปัญหาร่วมกับผู้อื่นภายในกลุ่ม ได้ฝึกฝนการคิดสร้างองค์ความรู้และฝึกปฏิบัติได้ด้วยตนเอง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ยังเป็นแรงขับให้นักเรียนเกิดความพยายามที่จะปฏิบัติกิจกรรมให้สำเร็จตามที่ได้คาดหวังไว้ โดยที่ไม่คำนึงถึงรางวัลใด ๆ (สุนิสา สุวรรณฉาย, 2560) ซึ่งกิจกรรมการเรียนรู้รูปแบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ของผู้วิจัยมี 7 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เดิมในเรื่องที่จะเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน

ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่ นักเรียนร่วมกันแสวงหาความรู้ใหม่จากแหล่งเรียนรู้ที่ครูจัดเตรียมให้จากหนังสือเรียนและใบความรู้ที่มีการใช้เทคนิค KWDL โดยใช้กระบวนการกลุ่ม

ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม นักเรียนแต่ละคนทำใบกิจกรรมที่ใช้เทคนิค KWDL

ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม นักเรียนร่วมกันตรวจสอบความรู้ความเข้าใจจากใบกิจกรรมที่ได้ทำโดยใช้เทคนิค KWDL ภายในกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การสรุปและจัดระเบียบความรู้ นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้รับทั้งหมดทั้งความรู้เดิมและความรู้ใหม่ และจัดสิ่งที่เรียนให้มีระบบระเบียบภายในกลุ่ม

ขั้นที่ 6 การแสดงผลงาน นักเรียนนำความรู้ที่ได้สรุปจัดเรียงอย่างเป็นระบบแล้วหรือผลงานที่ได้ทำมานำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ

ขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้ เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกฝนการนำความรู้ความเข้าใจของตนเองไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด โดยใช้เทคนิค KWDL มาช่วยเพื่อเพิ่มความชำนาญความเข้าใจ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความจำในเรื่องนั้น ๆ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

สุนิสา สุวรรณฉาย (2560) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นเทคนิค KWDL เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกลบระคน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยรูปแบบซิปปาปาที่เน้นเทคนิค KWDL เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกลบระคน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 2) พัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ให้มีนักเรียนจำนวนไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น ฝ่ายประถมศึกษา

(ศึกษาศาสตร์) จำนวน 35 คน ได้มาอย่างเจาะจง เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบซิปปา ที่เน้นเทคนิค KWDL เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกลบระคน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 12 แผน แผนละ 1 ชั่วโมง 2) แบบสังเกตพฤติกรรมการจัดการเรียนรู้ แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน แบบบันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้ 3) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้รูปแบบซิปปา ที่เน้นเทคนิค KWDL เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกลบระคน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบ 2 ตอน ตอนที่ 1 เป็นแบบปรนัย 3 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ 20 คะแนน ที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ที่อยู่ระหว่าง 0.23 – 0.57 และ ค่าความยากง่าย (P) อยู่ระหว่าง 0.46 – 0.80 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.81 และตอนที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ 10 คะแนน รวมคะแนนทั้งหมด 30 คะแนน มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 1 ผลการศึกษาค้นคว้าปรากฏดังนี้ 1) การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นเทคนิค KWDL เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกลบระคน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน ดังนี้ (1) ขั้นทบทวนความรู้เดิม (2) ขั้นแสวงหาความรู้ใหม่ เป็นการแสวงหาข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา โดยใช้เทคนิค KWDL ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในใบกิจกรรม (3) ขั้นศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ความรู้ใหม่ และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม เป็นขั้นที่นักเรียนศึกษาข้อมูลสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเองจากสถานการณ์ปัญหาโดยอาศัยความรู้เดิม และใช้เทคนิค KWDL ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในใบกิจกรรม (4) ขั้นแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม เป็นขั้นที่นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้กันโดยใช้เทคนิค KWDL ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในใบกิจกรรมกลุ่มและนำเสนอแนวคิดภายในกลุ่ม (5) ขั้นสรุปและจัดระเบียบความรู้ (6) ขั้นแสดงผลงาน (7) ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ 2) การพัฒนาสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 75.24 และนักเรียนร้อยละ 80 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ชนนิกานต์ ฉ่ำเมืองปักษ์ (2562) ได้พัฒนาการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบซิปปาที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) พัฒนาการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์75/75 2) ศึกษาดัชนีประสิทธิผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 3) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปากับเกณฑ์ร้อยละ 70 4) ศึกษาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่อง ลำดับและอนุกรมของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปากับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนตูมใหญ่วิทยา อำเภอคูเมือง

จังหวัดบุรีรัมย์ ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 30 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยแผนการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 20 แผน รวมทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ลำดับและอนุกรมแบบปรนัย จำนวน 20 ข้อ มีค่าความเชื่อมั่น 0.72 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่อง ลำดับและอนุกรม แบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ มีค่าความเชื่อมั่น 0.76 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบสมมติฐานใช้ t – test for one sample และ z-test for population proportion ผลการศึกษาค้นคว้าปรากฏดังนี้ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพเท่ากับ 85.78/76.25 เป็นไปตามที่กำหนดไว้คือ 75/75 2) ดัชนีประสิทธิผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เท่ากับ 0.6933 ซึ่งมีความก้าวหน้าทางการเรียนร้อยละ 69.33 3) นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบซิปปา จำนวนไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ผ่านเกณฑ์ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 4) นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบซิปปา จำนวนไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมด มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ผ่านเกณฑ์ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ยุวดี ศรีสังข์ (2564) ได้พัฒนาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง ร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) พัฒนาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน 3) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน 4) เพื่อศึกษาความพึงพอใจที่มีต่อการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 14 คน ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนบ้านละหาน (อภิรักษ์วิทยา) ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความพึงพอใจ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ร้อยละ ประสิทธิภาพ และ t-test (Dependent Samples) ผลการศึกษาค้นคว้าปรากฏดังนี้

1) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL มีประสิทธิภาพ เท่ากับ 80.69/78.10 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ 75/75 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 3) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 4) นักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค KWDL ภาพรวมมีความพึงพอใจระดับมากที่สุด

บทที่ 3
การดำเนินงานวิจัย

ในการวิจัย เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การเตรียมการวิจัย

ขั้นตอนที่ 2 การสร้างและพัฒนาเครื่องมือ

ขั้นตอนที่ 3 การเก็บรวบรวมข้อมูล

ขั้นตอนที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูล

ขั้นตอนที่ 1 การเตรียมการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษานครปฐม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวนทั้งสิ้น 107 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษานครปฐม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 36 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม ซึ่งแต่ละห้องเรียนจัดนักเรียนแบบคละความสามารถ

2. รูปแบบการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) รูปแบบการวิจัยเป็นแบบ One Group Pretest-Posttest Design โดยผู้วิจัยได้ทำการทดสอบกลุ่มตัวอย่าง ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL โดยมีการทดลองดังนี้

ตารางที่ 2 แสดงรูปแบบการวิจัยแบบ One Group Pretest-Posttest Design

กลุ่ม	ทดสอบก่อนเรียน	ทดลอง	ทดสอบหลังเรียน
กลุ่มทดลอง	T_1	X	T_2

เมื่อ T_1 หมายถึง การทดสอบก่อนการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

X หมายถึง การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

T_2 หมายถึง การทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง วงกลม ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย

- เรื่อง ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม
  - ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม
- เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งของวงกลม
  - มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม
  - มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม
  - มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม
  - มุมในครึ่งวงกลม
  - รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม
- เรื่อง คอร์ดของวงกลม
  - คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม
  - คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม
  - คอร์ดที่ยาวเท่ากัน
- เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม
  - เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี
  - เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 โดยใช้ระยะเวลา 13 คาบ คาบละ 1 ชั่วโมง ประกอบด้วย ทดสอบก่อนเรียน 1 คาบ ดำเนินการจัดการเรียนรู้ 11 คาบ และทดสอบหลังเรียน 1 คาบ

ขั้นตอนที่ 2 การสร้างและพัฒนาเครื่องมือวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ซึ่งประกอบด้วย

1) แผนการจัดการเรียนการสอน เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL จำนวน 4 แผน รวมเวลา 13 ชั่วโมง

2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วย 2 ตอน ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 28 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน ตอนที่ 2 ข้อสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 8 คะแนน รวมคะแนนเต็ม 44 คะแนน

3) แบบประเมินความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL เพื่อวัดความพึงพอใจ 3 ด้าน ได้แก่ ด้านบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านประโยชน์ที่ได้รับ จำนวน 12 ข้อ เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ ตามวิธีของลิเคิร์ท

โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างและพัฒนาเครื่องมือ ดังนี้

1.1 แผนการจัดการเรียนการสอน เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ผู้วิจัยดำเนินการสร้างและพัฒนาตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1.1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของกระทรวงศึกษาธิการ หนังสือเรียนและคู่มือของสสวท. และศึกษาหลักสูตรของโรงเรียน ซึ่งอิงมาตรฐานของกระทรวงศึกษาธิการ

1.1.2 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง วงกลม ซึ่งอยู่ภายในสาระที่ 2 เรื่อง การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้ ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.3/3 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.1.3 แบ่งสาระการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม ออกเป็น 4 แผนการเรียนรู้ โดยใช้เวลาในการวิจัย 13 คาบ คาบละ 1 ชั่วโมง ดังนี้

แผนที่ 1 เรื่อง ทดสอบก่อนเรียนและส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

1. แบบทดสอบก่อนเรียน
2. ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม

แผนที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งของวงกลม

3. มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม
4. มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม
5. มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม
6. มุมในครึ่งวงกลม
7. รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

แผนที่ 3 เรื่อง คอร์ดของวงกลม

8. คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม
9. คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม
10. คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

แผนที่ 4 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและทดสอบหลังเรียน

11. เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี
12. เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม
13. แบบทดสอบหลังเรียน

1.1.4 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนการเรียนการสอนแบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ซึ่งประกอบด้วย 7 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เดิมในเรื่องที่จะเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน

ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่ นักเรียนร่วมกันแสวงหาความรู้ใหม่จากแหล่งเรียนรู้ที่ครูจัดเตรียมให้จากหนังสือเรียนและใบความรู้ที่มีการใช้เทคนิค KWDL โดยใช้กระบวนการกลุ่มแบบคละความสามารถ

ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม นักเรียนแต่ละคนทำใบกิจกรรมที่ใช้เทคนิค KWDL

ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม นักเรียนร่วมกันตรวจสอบความรู้ความเข้าใจจากใบกิจกรรมที่ได้ทำโดยใช้เทคนิค KWDL ภายในกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การสรุปและจัดระเบียบความรู้ นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้รับทั้งหมดทั้งความรู้เดิมและความรู้ใหม่ และจัดสิ่งที่เรียนให้มีระบบระเบียบภายในกลุ่ม

ขั้นที่ 6 การแสดงผลงาน นักเรียนนำความรู้ที่ได้สรุปจัดเรียงอย่างเป็นระบบแล้วหรือผลงานที่ได้ทำมานำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ

ขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้ เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกฝนการนำความรู้ความเข้าใจของตนเองไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด โดยใช้เทคนิค KWDL มาช่วยเพื่อเพิ่มความชำนาญความเข้าใจ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความจำในเรื่องนั้น ๆ

1.1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเสร็จแล้ว เสนออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความเหมาะสม แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไข

1.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจพิจารณาความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้จากผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน โดยกำหนดค่าคะแนนของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้ โดยมีเกณฑ์การประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ดังนี้

4.50 – 5.00	ระดับความเหมาะสม	มากที่สุด
3.50 – 4.49	ระดับความเหมาะสม	มาก
2.50 – 3.49	ระดับความเหมาะสม	ปานกลาง
1.50 – 2.49	ระดับความเหมาะสม	น้อย
1.00 – 1.49	ระดับความเหมาะสม	น้อยที่สุด

1.1.7 ปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ก่อนนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้จริง

1.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วย 2 ตอน จำนวน 30 ข้อ ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 28 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน ตอนที่ 2 ข้อสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 8 คะแนน รวมคะแนนเต็ม 44 คะแนน ผู้วิจัยดำเนินการสร้างและพัฒนาตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1.2.1 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ หลักสูตร คู่มือครู หนังสือแบบเรียนและแบบทดสอบเรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากงานวิจัยต่าง ๆ เพื่อกำหนดขอบเขตด้านเนื้อหา

1.2.2 วิเคราะห์ตัวชี้วัด เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) ออกมาเป็นจุดประสงค์การเรียนรู้และสร้างตารางวิเคราะห์โครงสร้างเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

1.2.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งเป็นข้อสอบชุดเดียวกัน เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วย 2 ตอน จำนวน 30 ข้อ ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 28 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน ตอนที่ 2 ข้อสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 8 คะแนน รวมคะแนนเต็ม 44 คะแนน ให้ครอบคลุมเนื้อหาและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

1.2.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างไว้ ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบ และทำการปรับปรุงแก้ไข

1.2.5 ส่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่มีการปรับปรุงแก้ไขแล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจพิจารณาความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยหาค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC จากผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน โดยกำหนดค่าคะแนนของผู้เชี่ยวชาญดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อคำถามมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ไม่มีความสอดคล้องกัน

โดยมีสูตรในการคำนวณค่า IOC ดังนี้

$$\text{IOC} = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ R คือ คะแนนของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

โดยค่า IOC ที่ยอมรับจะต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป จากนั้นปรับปรุงแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

1.2.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างขึ้นไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เคยเรียนเรื่อง วงกลม มาแล้ว จำนวน 20 คน

1.2.7 นำผลการทดลองมาวิเคราะห์รายข้อ เพื่อคำนวณหาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนก แล้วคัดเลือกข้อคำถามที่ผ่านเกณฑ์และครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้มารวมเป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยค่าความยากง่ายที่ยอมรับมีค่าอยู่ในช่วง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนกที่ยอมรับมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ซึ่งมีสูตรในการคำนวณค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนก ดังนี้

1.2.7.1 ค่าความยากง่าย (P) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัย โดยใช้สูตรดังต่อไปนี้

$$P = \frac{R}{N}$$

เมื่อ P แทน ดัชนีความยากของข้อสอบ

R แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบข้อสอบนั้นได้ถูกต้อง

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

1.2.7.2 ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัย โดยใช้สูตรดังต่อไปนี้

$$r = \frac{R_U - R_L}{\frac{N}{2}}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

R_U แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

R_L แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

1.2.7.3 ค่าความยากง่าย (P_E) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัย โดยใช้สูตรดังต่อไปนี้

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{min})}{2N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ P_E แทน ดัชนีค่าความยากง่าย

S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน (เฉพาะกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง)

X_{max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

1.2.7.4 ค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัย โดยใช้สูตรดังต่อไปนี้

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ D แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนก

S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน (เฉพาะกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง)

X_{max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

1.2.8 นำแบบทดสอบที่ได้จากการคัดเลือกแล้วไปตรวจหาค่าความเชื่อมั่นตามเกณฑ์ที่กำหนด นั่นคือมีค่าความเชื่อมั่นตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป โดยมีสูตรในการคำนวณหาค่าความเชื่อมั่น ดังนี้

1.2.8.1 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัย โดยใช้สูตร KR – 20 ของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder–Richardson : KR – 20) ดังต่อไปนี้

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum p_i(1-p_i)}{S^2}\right]$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบปรนัยทั้งหมด

n แทน จำนวนข้อคำถามของแบบทดสอบปรนัยทั้งหมด

p_i แทน สัดส่วนของผู้เรียนที่ตอบถูกในข้อที่ i กับผู้เรียนทั้งหมด

S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนทั้งหมด

1.2.8.2 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัย โดยใช้สูตรของสัมประสิทธิ์แอลฟ่าของครอนบาค (Cronbach's Alpha Coefficient) ดังต่อไปนี้

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2}\right]$$

เมื่อ α แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัยทั้งหมด

n แทน จำนวนข้อคำถามของแบบทดสอบอัตนัยทั้งหมด

S_i แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนข้อที่ i

S_t แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนทั้งหมด

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผ่านการตรวจหาคุณภาพจะเป็นแบบทดสอบที่มีข้อสอบชนิดปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 28 ข้อ และแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ รวมข้อสอบทั้งหมด 30 ข้อ เพื่อนำไปใช้ในการทดลอง

1.3 แบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ผู้วิจัยดำเนินการสร้างและพัฒนาตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1.3.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบประเมินความพึงพอใจเพื่อเป็นกรอบในการสร้างคำถาม

1.3.2 สร้างแบบประเมินความพึงพอใจโดยใช้ข้อคำถามแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) โดยแบ่งเป็น 3 ด้าน ดังนี้ ด้านบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านประโยชน์ที่ได้รับ จำนวน 12 ข้อ กำหนดค่าคะแนนเป็น 5 ระดับ ตามวิธีของลิเคิร์ท (Likert) และกำหนดเกณฑ์การประเมินความพึงพอใจ ดังนี้

คะแนน		ระดับความพึงพอใจ
5 คะแนน	หมายถึง	พึงพอใจมากที่สุด
4 คะแนน	หมายถึง	พึงพอใจมาก
3 คะแนน	หมายถึง	พึงพอใจปานกลาง
2 คะแนน	หมายถึง	พึงพอใจน้อย
1 คะแนน	หมายถึง	พึงพอใจน้อยที่สุด

1.3.3 นำแบบประเมินความพึงพอใจที่สร้างไว้ ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาความถูกต้องของข้อคำถาม แล้วทำการปรับปรุงแก้ไข

1.3.4 นำแบบประเมินความพึงพอใจที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอผู้เชี่ยวชาญ เพื่อตรวจความสอดคล้องของข้อคำถามกับประเด็นความพึงพอใจ แล้วปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้จากผู้เชี่ยวชาญ โดยกำหนดค่าคะแนนของผู้เชี่ยวชาญดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อคำถามมีความสอดคล้องกับประเด็นความพึงพอใจที่กำหนด

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามมีความสอดคล้องกับประเด็นความพึงพอใจที่กำหนด

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อคำถามไม่มีความสอดคล้องกับประเด็นความพึงพอใจที่กำหนด

โดยมีสูตรในการคำนวณค่า IOC ดังนี้

$$\text{IOC} = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ R คือ คะแนนของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ซึ่งค่า IOC ที่ยอมรับจะต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป จากนั้นปรับปรุงแบบประเมินความพึงพอใจตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

1.3.5 นำแบบประเมินความพึงพอใจที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปใช้งานจริงได้

ขั้นตอนที่ 3 การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลดังนี้

1. ดำเนินการทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
2. จัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยปฏิบัติการสอนด้วยวิธีการสอนแบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL เรื่อง วงกลม ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นจำนวน 4 แผน ใช้เวลาการสอนทั้งสิ้น 13 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565
3. ดำเนินการทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ซึ่งเป็นข้อสอบชุดเดียวกันกับแบบทดสอบก่อนเรียน ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
4. เก็บข้อมูลความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

ขั้นตอนที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. วิเคราะห์ความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ค่าสถิติ ดังนี้

   1.1 ค่าเฉลี่ย (Mean) โดยใช้สูตร

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

   เมื่อ $\bar{x}$ แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

   x แทน ข้อมูล

   n แทน จำนวนข้อมูล

   1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) โดยใช้สูตร

$$S = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

   เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

   x แทน ข้อมูล

   n แทน จำนวนข้อมูล

2. วิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังเรียน โดยใช้สถิติ t-test for dependent sample

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}, df = n - 1$$

   เมื่อ D แทน ผลต่างของคะแนนหลังเรียนกับก่อนเรียน

   n แทน จำนวนนักเรียน

3. วิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

   เมื่อ $\bar{x}$ แทน คะแนนเฉลี่ยหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่าง

   μ แทน ค่าเฉลี่ยที่เป็นเกณฑ์ที่ผู้วิจัยสนใจทดสอบ

   S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่าง

   n แทน จำนวนนักเรียน

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัย เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย 3 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยจะได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย โดยแบ่งออกเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ตอนที่ 3 ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

จากผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL จุดประสงค์การเรียนรู้ของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง วงกลม ซึ่งอยู่ภายในสาระที่ 2 เรื่อง การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิตและนำไปใช้ ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.3/3 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบ่งสาระการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม ออกเป็น 4 แผนการเรียนรู้ โดยใช้เวลาในการวิจัย 13 คาบ คาบละ 1 ชั่วโมง และทำการทดสอบวัดผลฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งแบบทดสอบประกอบด้วย 2 ตอน ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 28 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน ตอนที่ 2 ข้อสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 8 คะแนน รวมคะแนนเต็ม 44 คะแนน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษานครปฐม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 36 คน ทั้งก่อนเรียนกับหลังเรียน แล้วนำมาเปรียบเทียบค่าดัชนีประสิทธิผลระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน ได้ผลดังแสดงในตารางที่ 3 และตารางที่ 4 ดังนี้

ตารางที่ 3 แสดงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL (รายบุคคล)

นักเรียนคนที่	ก่อนเรียน		หลังเรียน		ผลต่าง	
	คะแนน (44)	คะแนนร้อยละ (100)	คะแนน (44)	คะแนนร้อยละ (100)	คะแนน (44)	คะแนนร้อยละ (100)
1	24	55	35	80	11	25
2	15	34	30	68	15	34
3	23	52	31	70	8	18
4	20	45	35	80	15	34
5	17	39	35	80	18	41
6	11	25	30	68	19	43
7	22	50	33	75	11	25
8	26	59	35	80	9	20
9	25	57	36	82	11	25
10	16	36	30	68	14	32
11	22	50	33	75	11	25
12	22	50	34	77	12	27
13	19	43	36	82	17	39
14	20	45	35	80	15	34
15	22	50	38	86	16	36
16	12	27	30	68	18	41
17	18	41	35	80	17	39
18	18	41	36	82	18	41
19	14	32	34	77	20	45
20	19	43	36	82	17	39
21	19	43	30	68	11	25
22	18	41	35	80	17	39
23	11	25	34	77	23	52
24	21	48	31	70	10	23

ตารางที่ 3 แสดงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL (รายบุคคล) (ต่อ)

นักเรียนคนที่	ก่อนเรียน		หลังเรียน		ผลต่าง	
	คะแนน (44)	คะแนนร้อยละ (100)	คะแนน (44)	คะแนนร้อยละ (100)	คะแนน (44)	คะแนนร้อยละ (100)
25	13	30	29	66	16	36
26	22	50	31	70	9	20
27	22	50	35	80	13	30
28	23	52	36	82	13	30
29	21	48	36	82	15	34
30	13	30	29	66	16	36
31	18	41	35	80	17	39
32	17	39	33	75	16	36
33	17	39	35	80	18	41
34	14	32	30	68	16	36
35	20	45	35	80	15	34
36	10	23	28	64	18	41
$\bar{x}$	18.44	41.92	33.31	75.69	14.86	33.78
S	4.20	9.54	2.65	6.02	3.46	7.86

จากตารางที่ 3 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL (รายบุคคล) โดยคะแนนก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ย 18.44 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4.20 คะแนนหลังเรียนมีค่าเฉลี่ย 33.31 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.65 และผลต่างของคะแนนหลังเรียนกับก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ย 14.86 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3.46

ตารางที่ 4 แสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

การทดสอบ	N	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	t	P
ก่อนเรียน	36	44	18.44	25.792*	0.000

หลังเรียน	36	44	33.31		

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จากตารางที่ 4 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL หลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 นำเสนอตามตารางที่ 5 และตารางที่ 6

ตารางที่ 5 แสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 (รายบุคคล)

นักเรียนคนที่	**หลังเรียน**		**สูงกว่าร้อยละ 70**	**ไม่สูงกว่าร้อยละ 70**
	คะแนน (44)	**คะแนนร้อยละ (100)**		
1	35	80	1	0
2	30	68	0	1
3	30	68	0	1
4	35	80	1	0
5	35	80	1	0
6	30	68	0	1
7	33	75	1	0
8	35	80	1	0
9	36	82	1	0

ตารางที่ 5 แสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 (รายบุคคล) (ต่อ)

นักเรียนคนที่	**หลังเรียน**		**สูงกว่าร้อยละ 70**	**ไม่สูงกว่าร้อยละ 70**
	คะแนน (44)	**คะแนนร้อยละ (100)**		

10	30	68	0	1
11	33	75	1	0
12	34	77	1	0
13	36	82	1	0
14	35	80	1	0
15	38	86	1	0
16	30	68	0	1
17	35	80	1	0
18	36	82	1	0
19	34	77	1	0
20	36	82	1	0
21	30	68	0	1
22	35	80	1	0
23	34	77	1	0
24	31	70	1	0
25	29	66	0	1
26	31	70	1	0
27	35	80	1	0
28	36	82	1	0
29	36	82	1	0
30	29	66	0	1
31	35	80	1	0
32	33	75	1	0
33	35	80	1	0
34	30	68	0	1
35	35	80	1	0

ตารางที่ 5 แสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 (รายบุคคล) (ต่อ)

นักเรียนคนที่	**หลังเรียน**		**สูงกว่า**	**ไม่สูงกว่า**
	คะแนน (44)	**คะแนนร้อยละ (100)**	**ร้อยละ 70**	**ร้อยละ 70**

36	28	64	0	1
	รวม		26	10
	ร้อยละ		72.22	27.78

จากตารางที่ 5 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL สูงกว่าร้อยละ 70 จำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 72.22 ของนักเรียนทั้งหมด และไม่สูงกว่าร้อยละ 70 จำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 27.78 ของนักเรียนทั้งหมด แต่ทั้งนี้นักเรียนที่มีคะแนนไม่สูงกว่าร้อยละ 70 ทั้ง 10 คน มีคะแนนสูงกว่าร้อยละ 64 ทุกคน

ตารางที่ 6 แสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 (30.8 คะแนน จากคะแนนเต็ม 44 คะแนน)

การทดสอบ	N	**คะแนนเต็ม**	**คะแนนเฉลี่ย**	t	P
หลังเรียน	36	44	33.31	5.675*	0.000

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จากตางรางที่ 6 พบว่า ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL มีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ตอนที่ 3 ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

การวิเคราะห์ข้อมูลในส่วนนี้ผู้วิจัยใช้ค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน สำหรับการวิเคราะห์ความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ได้รับผลการวิเคราะห์ ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 แสดงผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

รายการ	$\bar{x}$	S	**ระดับความพึงพอใจ**
ด้านบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้			
1. ห้องเรียนแสงสว่างเพียงพอและไม่มีเสียงรบกวน	4.06	0.71	มาก

2. ครูมีบุคลิกภาพและใช้วาจาที่เหมาะสม	4.17	0.70	มาก
3. ครูให้โอกาสนักเรียนซักถามปัญหา	4.42	0.65	มาก
ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
1. กิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับเนื้อหา	3.75	0.77	มาก
2. กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับเวลา	3.89	0.67	มาก
3. กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมการคิดและตัดสินใจอย่างเป็นระบบ	4.03	0.65	มาก
4. กิจกรรมการเรียนรู้ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหามากขึ้น	4.11	0.71	มาก
5. กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมการเรียนรู้ร่วมกัน	3.94	0.83	มาก
ด้านประโยชน์ที่ได้รับ			
1. นักเรียนจดจำเนื้อหาได้นาน	4.11	0.82	มาก
2. นักเรียนทำงานได้อย่างมีระบบและรอบคอบมากขึ้น	4.33	0.83	มาก
3. นักเรียนรักการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น	3.94	0.86	มาก
4. นักเรียนทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ดีขึ้น	4.14	0.80	มาก
โดยภาพรวม	**4.07**	**0.75**	**มาก**

จากตารางที่ 7 พบว่า ความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL โดยรวมอยู่ในระดับมาก มีค่าเฉลี่ยความพึงพอใจเท่ากับ 4.07 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเท่ากับ 0.75 เมื่อพิจารณาข้อที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุด คือ ครูให้โอกาสนักเรียนซักถามปัญหา มีค่าเฉลี่ยความพึงพอใจเท่ากับ 4.42 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเท่ากับ 0.65 และข้อที่มีค่าต่ำที่สุด คือ กิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับเนื้อหา มีค่าเฉลี่ยความพึงพอใจเท่ากับ 3.75 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเท่ากับ 0.77

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัย เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ครั้งนี้ เป็นการวิจัย

เชิงทดลอง ครั้งนี้ ผู้วิจัยขอนำเสนอวัตถุประสงค์ของการวิจัย ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย การเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูลโดยสังเขป ดังนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัย เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์ อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษานครปฐม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวน 107 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 36 คน ซึ่งแต่ละห้องเรียนจัดนักเรียนแบบคละความสามารถ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ซึ่งประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนการสอน เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL จำนวน 4 แผน รวมเวลา 13 ชั่วโมง
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งประกอบด้วย 2 ตอน ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 28 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน ตอนที่ 2 ข้อสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 8 คะแนน รวมคะแนนเต็ม 44 คะแนน
3. แบบประเมินความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL เพื่อวัดความพึงพอใจ 3 ด้าน ได้แก่ ด้านบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้

ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านประโยชน์ที่ได้รับ จำนวน 12 ข้อ เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ ตามวิธีของลิเคิร์ท

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลดังนี้

1. ดำเนินการทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
2. จัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยปฏิบัติการสอนด้วยวิธีการสอนแบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL เรื่อง วงกลม ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นจำนวน 4 แผน ใช้เวลาการสอนทั้งสิ้น 13 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565
3. ดำเนินการทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ซึ่งเป็นข้อสอบชุดเดียวกันกับแบบทดสอบก่อนเรียน ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
4. เก็บข้อมูลความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. วิเคราะห์ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

1.1 วิเคราะห์ความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL โดยใช้ค่าความเหมาะสม

1.2 วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง

1.3 วิเคราะห์ความสอดคล้องของแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง

2. หาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 หาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น

3. วิเคราะห์คะแนนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้

3.1 วิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ โดยหาค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

3.2 วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลัง การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL โดยการทดสอบค่าที (Dependent samples t-test)

3.3 วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยการทดสอบค่าที (One sample t-test)

3.4 วิเคราะห์คะแนนแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียน โดยใช้ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

สรุปผลการวิจัย

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL พบว่า

1. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL พบว่า โดยคะแนนก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ย 18.44 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 41.92 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4.20 คะแนนคะแนนหลังเรียนมีค่าเฉลี่ย 33.31 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 75.69 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.65 และคะแนนผลต่างของหลังเรียนกับก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ย 14.86 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 33.78 คะแนน มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3.46 มีคะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 หลังเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 จำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 72.22 ของนักเรียนทั้งหมด และนักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 จำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 27.78 ของนักเรียนทั้งหมด แต่ทั้งนี้นักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 จำนวน 10 คน คะแนนผ่านร้อยละ 64 ทุกคน มีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

3. ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ประกอบด้วย 3 ด้าน ได้แก่ ด้านบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านประโยชน์ที่ได้รับ จำนวน 12 ข้อ โดยรวมอยู่ในระดับมาก มีค่าเฉลี่ยความพึงพอใจเท่ากับ 4.07 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเท่ากับ 0.75 เมื่อพิจารณาข้อที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุด คือ ครูให้โอกาสนักเรียนซักถามปัญหา มีค่าเฉลี่ยความพึงพอใจเท่ากับ 4.42 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเท่ากับ 0.65 อยู่ในระดับมาก

และข้อที่มีค่าต่ำที่สุด คือ กิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับเนื้อหา มีค่าเฉลี่ยความพึงพอใจเท่ากับ 3.75 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเท่ากับ 0.77 อยู่ในระดับมาก

อภิปรายผล

จากผลการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL พบประเด็นที่ควรนำมาอภิปรายผล ดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL มีคะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL เป็นการเน้นทักษะการแก้ปัญหา และการคิดเชิงวิพากษ์ช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจเชิงลึกเกี่ยวกับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและเทคนิคที่เกี่ยวข้องกับวงกลมได้ดีขึ้น นำไปสู่การปรับปรุงผลการเรียนและความเข้าใจที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้นในเนื้อหา อีกทั้งอาจขึ้นอยู่กับความรู้เดิมของนักเรียน ความสามารถของครูในการดำเนินการตามแนวทาง และทรัพยากรที่มีอยู่สำหรับการเรียนการสอน วิธีการนี้จะช่วยการแก้ปัญหาการเรียนแบบแข่งขัน การเรียนโดยลำพัง เรียนโดยไม่มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกันระหว่างเรียน ทำให้คนเก่งได้ช่วยเหลือคนที่เรียนอ่อนกว่า มีความกระตือรือร้นและเกิดแรงจูงใจที่จะพัฒนาตนเองให้ได้คะแนนสูงยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของเสฏฐวุฒิ ไกรศรี (2563) ที่ได้ศึกษาการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แล้วพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของศิรินันท์ บุญเรืองศรี (2563) ที่ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL แล้วพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 พบว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งร้อยละ 72.22 ของนักเรียนทั้งหมด มีคะแนนสูงกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ที่ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนการนำความรู้ความเข้าใจของตนเองไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ เพิ่มความชำนาญ ความเข้าใจ โดยการใช้รูปแบบกิจกรรมขั้นตอน ในการแก้ไขปัญหามาใช้เชื่อมโยงทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ

สุนิสา สุวรรณฉาย (2560) ที่ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นเทคนิค KWDL เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกลบระคน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 แล้วพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 75.24 โดยร้อยละ 80 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่ต่ำกว่าร้อยละ 70

3. ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL โดยรวมอยู่ในระดับมาก ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL เป็นวิธีการที่สร้างสรรค์และเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางการแก้ปัญหาและการคิดเชิงวิพากษ์ การบูรณาการนี้สามารถนำไปสู่ความเข้าใจที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้นของเนื้อหาและช่วยให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในสภาพแวดล้อมจริงได้ ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการทำงานร่วมกันและความรับผิดชอบ นักเรียนสามารถเรียนรู้ร่วมกัน แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และมีประสบการณ์การเรียนรู้ที่สนุกสนานมากกว่าการเรียนคนเดียวในสภาพแวดล้อมแบบห้องเรียนแบบเดิม ซึ่งสอดคล้องกับ ยุวดี ศรีสังข์ (2564) ที่ได้พัฒนาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง ร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 แล้วพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค KWDL ภาพรวมมีความพึงพอใจระดับมากที่สุด อีกทั้งยังสอดคล้องกับ ชนนิกานต์ ฉ่ำเมืองปักษ์ (2562) ที่ได้พัฒนาการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบซิปปาที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แล้วพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบซิปปาที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในภาพรวมมีระดับความพึงพอใจมากที่สุด

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น การแก้ปัญหา และการคิดเชิงวิพากษ์ วิธีการนี้กระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาทักษะการคิดอย่างอิสระและส่งเสริมความเข้าใจที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้น

2. จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนมีส่วนร่วมและมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ผ่านการทำงานกลุ่มและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน วิธีการนี้ส่งเสริมทักษะการทำงานร่วมกันและการสื่อสารระหว่างนักเรียน

ข้อเสนอแนะในการศึกษาวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL ไปใช้กับการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในหัวข้ออื่น ๆ เพื่อตรวจสอบว่าการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับเทคนิค KWDL สามารถทำให้นักเรียนมีพัฒนาการเรียนคณิตศาสตร์ดีขึ้นได้

2. ควรศึกษาหรือพัฒนาทักษะด้านต่าง ๆ ผ่านตัวแปรที่มีผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนหลังจากเรียน สำรวจมุมมองและประสบการณ์ของครูที่นำแนวทางนี้ไปใช้ในห้องเรียนเพื่อให้เข้าใจมากขึ้นว่านำไปใช้ในทางปฏิบัติอย่างไร

3. จากการเรียนในชั่วโมงที่ผ่านมา หากมีนักเรียนเกิดปัญหาภายในกลุ่ม ครูควรมีข้อมูลระดับความสามารถของนักเรียน เพื่อความพร้อมสำหรับการเปลี่ยนกลุ่มของนักเรียนที่มีความสามารถเดียวกัน

4. หากมีนักเรียนอ่อนที่ไม่พยายามคิดด้วยตนเอง ครูควรจะให้นักเรียนเก่งของกลุ่มช่วยอธิบายให้เพื่อนฟังก่อน หากทั้งกลุ่มไม่เข้าใจจริง ๆ ครูจึงค่อยอธิบาย

มหาวิทยาลัยศิลปากร

รายการอ้างอิง

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2551.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

เจนจิรา สระแก้ว. (2563). *การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL.* วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

ชนนิกานต์ ฉ่ำเมืองปักษ์. (2562). การพัฒนาการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบซิปปาที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. *Veridian E-journal, Silpakorn University*, 12(4), 213-225.

ชนาธิป พรกุล. (2554). *การสอนกระบวนการคิด: ทฤษฎีและการนำไปใช้*. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ดวงสมร ดอนจันไพร. (2564). *การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผ่านระบบออนไลน์*. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

ทิศนา แขมมณี. (2545). *ศาสตร์การสอน.* กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิศนา แขมมณี. (2548). *รูปแบบการเรียนการสอน : ทางเลือกที่หลากหลาย*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิศนา แขมมณี. (2551). *ศาสตร์การสอน:องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิศนา แขมมณี. (2556). *รูปแบบการเรียนการสอน : ทางเลือกที่หลากหลาย*. (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: บริษัท แอคทีฟ พริ้น จำกัด.

นิรันดร์ แสงกุหลาบ. (2547). *การเปรียบเทียบผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาทศนิยมและร้อยละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และตามแนวสสวท.* วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศิลปากร.

บุญรัตน์ ฐิตยานุวัฒน์ (2553). *การพัฒนาผลการเรียนรู้เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาการบวก สำหรับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยินชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยใช้เทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL*. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศิลปากร.

ปองกานต์ ฟักศรี. (2561). การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องรูปสี่เหลี่ยม โดยการ

จัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดเด่นใหญ่. *วารสารออนไลน์บัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง.* http://www.edu-journal.ru.ac.th/index.php/abstractData/viewIndex/2189.ru

พรนภา วงศ์สวัสดิ์. (2563). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี 2 โดยใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบ KWDL*. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

พรพิทักษ์ หมู่หัวนา. (2561). *การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องเงิน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

ไพศาล วรคำ. (2559). การวิจัยทางการศึกษา (*Education Research)*. มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.

ยุวดี ศรีสังข์. (2564). การพัฒนาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง ร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. วารสารศึกษา มหาวิทยาลัยบูรพา, 32(1), 32-45.

รุสมีนี หะยียูโซ๊ะ. (2559). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษานราธิวาส เขต 3*. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี. http://kb.psu.ac.th/psukb/handle/2016/11083

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2541). *เทคนิคการสร้างและสอบข้อสอบความถนัดทางการเรียน.* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

วัชรา เล่าเรียนดี. (2548). *เทคนิควิธีการจัดการเรียนรู้สำหรับครูมืออาชีพ.* นครปฐม: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร.

วาโร เพ็งสวัสดิ์. (2550). *วิธีวิทยาการวิจัย*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

วีระศักดิ์ เลิศโสภา. (2544). *ผลของการใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศิรินันท์ บุญเรืองศรี. (2563). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL. *วารสารออนไลน์บัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง.* http://www.edu-journal.ru.ac.th/AbstractPdf/2563-3-1_1626158981_6114621019.pdf

สุจิตรา ศรีสละ. (2554). *ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัว*

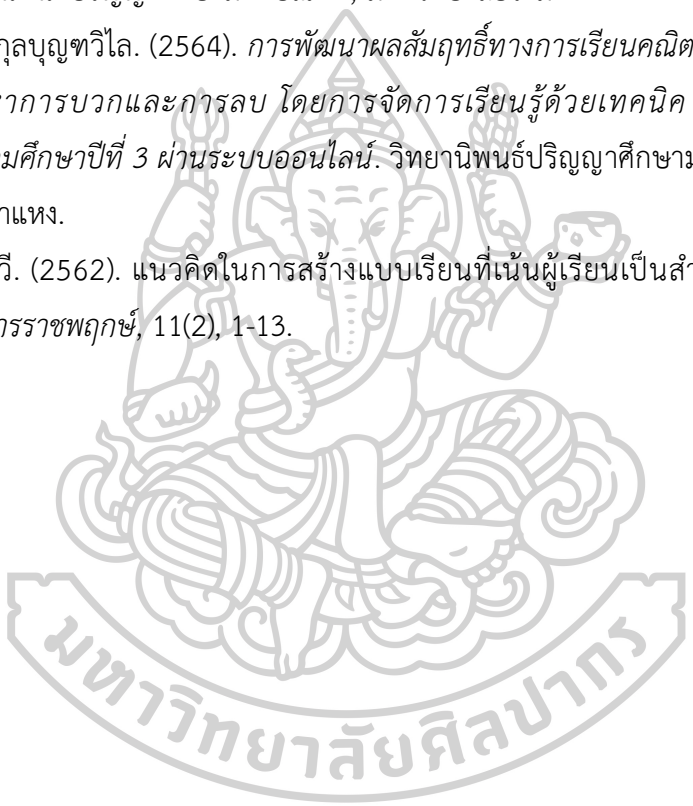
แปรเดียวที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุนิสา สุวรรณฉาย. (2560). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบซิปปา (CIPPA Model) ที่เน้นเทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกลบระคน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1. *วารสารศึกษาศาสตร์ ฉบับวิจัยบัณฑิตศึกษามหาวิทยาลัยขอนแก่น*, 11(4), 226-233.

เสฏฐวุฒิ ไกรศรี. (2563). *การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (*CIPPA MODEL) *ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

สุวรรณี โชติสกุลบุญฑวิไล. (2564). *การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบ โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDLของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผ่านระบบออนไลน์*. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

อุษาพร เสวกวี. (2562). แนวคิดในการสร้างแบบเรียนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยใช้โมเดลซิปปา. *วารสารราชพฤกษ์*, 11(2), 1-13.



ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง ทดสอบก่อนเรียนและส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง วงกลม เวลา 13 ชั่วโมง

รหัสวิชา ค 23102 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 เวลา 2 ชั่วโมง

ครูผู้สอน นางสาวกรกมล แกล้วกล้า โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงิน อนุสรณ์

---

1. มาตรฐานการเรียนรู้ / จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ม.3/3 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.2.1 ด้านความรู้

1) นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

1.2.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1) นักเรียนสามารถอธิบายส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้

2. สาระสำคัญ

เส้นตัด คือ เส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมและตัดกับเส้นรอบวง 2 จุด

เส้นสัมผัส คือ เส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมและตัดกับเส้นรอบวงเพียง 1 จุด

มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีแขนทั้งสองของมุมซึ่งผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง

ส่วนโค้ง คือ ส่วนใดส่วนหนึ่งของเส้นรอบวงของวงกลม ถ้าเส้นรอบวงถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วนไม่เท่ากันส่วนโค้งที่ยาวกว่า เรียกว่า **ส่วนโค้งใหญ่** และ ส่วนโค้งที่สั้นกว่า เรียกว่า **ส่วนโค้งน้อย**

3. สาระการเรียนรู้

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

4.1 ความสามารถในการคิด

4.2 ความสามารถในการแก้ปัญหา

5. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

5.1 ใฝ่เรียนรู้

5.2 มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1 ทดสอบก่อนเรียน

1. ครูอธิบายการเรียนโดยใช้ CIPPA Model ร่วมกับเทคนิค KWDL ให้นักเรียนทราบ
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง วงกลม จำนวน 30 ข้อ

ชั่วโมงที่ 2 ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อทบทวนความรู้เดิม เรื่อง ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม โดยใช้คำถามกระตุ้น เช่น

- วงกลม เป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบ ซึ่งแต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะเท่ากัน เรียกจุดคงที่นี้ว่าอะไร (แนวคำตอบ : จุดศูนย์กลาง)
- เส้นโค้งปิดที่เป็นขอบของวงกลม เรียกว่าอะไร (แนวคำตอบ : เส้นรอบวง)
- ส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางและมีจุดปลายทั้งสองอยู่บนเส้นรอบวง เรียกว่าอะไร (แนวคำตอบ : เส้นผ่านศูนย์ศูนย์กลาง)
- ระยะระหว่างจุดศูนย์กลางกับจุดใด ๆ บนเส้นรอบวง เรียกว่าอะไร (แนวคำตอบ : รัศมี)
- ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนเส้นรอบวง เรียกว่าอะไร (แนวคำตอบ : คอร์ด)
- การเรียกชื่อวงกลม เรียกตามชื่อของส่วนใด (แนวคำตอบ : จุดศูนย์กลาง)
- สูตรการหาพื้นที่ของวงกลม คืออะไร (แนวคำตอบ : πr^2 กำหนดค่า $\pi \approx \frac{22}{7}$ หรือ 3.14 และ r คือ รัศมีของวงกลม

1.2 ครูยกตัวอย่างและให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ โดยใช้เทคนิค KWDL ดังต่อไปนี้

การแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL

ป้องตัดกระจกเงาเป็นวงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 98 เซนติเมตร ผิวด้านหน้ากระจกเงาที่ตัดได้มีพื้นที่เท่าใด (กำหนดค่า $\pi \approx \frac{22}{7}$)

<u>ขั้นที่ 1 K</u>: สิ่งที่โจทย์กำหนด (what we know)	ป้องตัดกระจกเงาเป็นวงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 98 เซนติเมตร (กำหนดค่า $\pi \approx \frac{22}{7}$)
<u>ขั้นที่ 2 W</u>: สิ่งที่โจทย์ต้องการ (what we want to know)	ผิวด้านหน้ากระจกเงาที่ตัดได้มีพื้นที่เท่าใด
<u>ขั้นที่ 3 D</u> : วิธีการหาคำตอบ (what we do)	สูตรการหาพื้นที่ของวงกลม คือ πr^2 จะได้ $\pi r^2 \approx \frac{22}{7} \times (\frac{98}{2})^2$ $\approx \frac{22}{7} \times 49 \times 49$ $\approx$ 7,546 ตารางเซนติเมตร
<u>ขั้นที่ 4 L</u>: คำตอบที่ได้ (what we learned)	ผิวด้านหน้ากระจกเงาที่ตัดได้มีพื้นที่ 7,546 ตารางเซนติเมตร

<u>ขั้นที่ 2 แสวงหาความรู้ใหม่</u>

2.1 ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 5 คน โดยคละความสามารถ (เก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน อ่อน 1 คน) แล้วให้นักเรียนตั้งชื่อกลุ่มของตนเอง

2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาในเรื่อง มุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลม จากหนังสือเรียน หน้า 52 – 53 และใบความรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม

<u>ขั้นที่ 3 เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม</u>

3.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม โดยใช้เทคนิค KWDL ในการหาคำตอบ

<u>ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม</u>

4.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มผลัดกันนำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 1 ของตนเองที่ได้จากการใช้เทคนิค KWDL ให้เพื่อนในกลุ่มฟัง แล้วเพื่อนในกลุ่มร่วมซักถามข้อสงสัย จนทุกคนในกลุ่มมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกัน

ขั้นที่ 5 สรุปและจัดระเบียบความรู้

5.1 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ ภายในกลุ่ม เพื่อเตรียมนำเสนอหน้าชั้นเรียน ดังนี้

เส้นตัด คือ เส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมและตัดกับเส้นรอบวง 2 จุด

เส้นสัมผัส คือ เส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมและตัดกับเส้นรอบวงเพียง 1 จุด

มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีแขนทั้งสองของมุมซึ่งผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง

ส่วนโค้ง คือ ส่วนใดส่วนหนึ่งของเส้นรอบวงของวงกลม ถ้าเส้นรอบวงถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วนไม่เท่ากันส่วนโค้งที่ยาวกว่า เรียกว่า **ส่วนโค้งใหญ่** และ ส่วนโค้งที่สั้นกว่า เรียกว่า **ส่วนโค้งน้อย**

ขั้นที่ 6 แสดงผลงาน

6.1 ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 1

6.2 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปองค์ความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ หน้าชั้นเรียน ดังนี้

เส้นตัด คือ เส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมและตัดกับเส้นรอบวง 2 จุด

เส้นสัมผัส คือ เส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมและตัดกับเส้นรอบวงเพียง 1 จุด

มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีแขนทั้งสองของมุมซึ่งผ่านจุดปลายทั้งสองของ เส้นผ่านศูนย์กลาง

ส่วนโค้ง คือ ส่วนใดส่วนหนึ่งของเส้นรอบวงของวงกลม ถ้าเส้นรอบวงถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วนไม่เท่ากันส่วนโค้งที่ยาวกว่า เรียกว่า **ส่วนโค้งใหญ่** และ ส่วนโค้งที่สั้นกว่า เรียกว่า **ส่วนโค้งน้อย**

ขั้นที่ 7 ประยุกต์ใช้ความรู้

7.1 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม โดยใช้เทคนิค KWDL เป็นการบ้านและนำส่งในคาบถัดไป

7. การวัดและการประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์
ด้านความรู้และด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์			
1) นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับส่วนต่าง ๆ ของวงกลม 2) นักเรียนสามารถอธิบายส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้	ตรวจแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม	แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม	นักเรียนได้คะแนนร้อยละ 70 ขึ้นไป (ได้คะแนน 7 คะแนนขึ้นไป)
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์			
1) ใฝ่เรียนรู้ 2) มุ่งมั่นในการทำงาน	ประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	แบบสังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์	นักเรียนมีคะแนนจากการประเมิน 4 คะแนน ขึ้นไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

1) แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง วงกลม
2) หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3) ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม
4) ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม
5) แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม

8.2 แหล่งการเรียนรู้

1) ห้องศูนย์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์

9. บันทึกผลการจัดการเรียนรู้

9.1 ด้านความรู้

.....

.....

.....

.....

.....

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

.....

.....

.....

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

.....

.....

.....

9.2 ปัญหา/อุปสรรค/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

9.3 ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นางสาวกรกมล แกล้วกล้า)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2566

แบบบันทึกผลการประเมินการเรียนรู้

เลขที่	ชื่อ – สกุล ของ ผู้รับการประเมิน	ด้านความรู้และด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์		ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์			
		คะแนนแบบฝึกหัด	ผลการประเมิน	ไม่เรียนรู้	มุ่งมั่นในการทำงาน	รวม	ผลการประเมิน
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							

เกณฑ์การให้คะแนนด้านความรู้และด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (10 คะแนน)

สิ่งที่ประเมิน	ระดับคะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏ
K (What we know)	2	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนด หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดผิด
W (What we want to know)	2	เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ผิดทั้งหมด
D (What we do)	4	เขียนจุดได้ถูกต้องทั้งหมดและวาดเส้นได้ถูกต้องทั้งหมด
	3	เขียนจุดได้ถูกต้องทั้งหมดและวาดเส้นถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์
	2	เขียนจุดได้ถูกต้องทั้งหมดแต่วาดเส้นไม่ถูกต้องทั้งหมดหรือไม่วาดเส้น
	1	เขียนจุดและวาดเส้นไม่ถูกต้องทั้งหมด
	0	ไม่วาดรูป
L (What we learned)	2	เขียนแสดงคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนแสดงคำตอบได้ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์
	0	ไม่เขียนแสดงคำตอบ หรือ เขียนแสดงคำตอบผิดหมด

แบบสังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คำชี้แจง : ให้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียน แล้วขีดเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องให้ตรงกับระดับคะแนน

เลขที่	ชื่อ – สกุลของ ผู้รับการประเมิน	ใฝ่เรียนรู้			มุ่งมั่นในการทำงาน			รวม 6 คะแนน
		3	2	1	3	2	1	
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								

เกณฑ์การให้คะแนนคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. ใฝ่เรียนรู้

คะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏ
3	เข้าเรียนตรงเวลาและตั้งใจเรียนสม่ำเสมอ
2	เข้าเรียนตรงเวลาและตั้งใจเรียนเป็นบางครั้ง
1	เข้าเรียนไม่ตรงเวลาและไม่ตั้งใจเรียน

2. มุ่งมั่นในการทำงาน

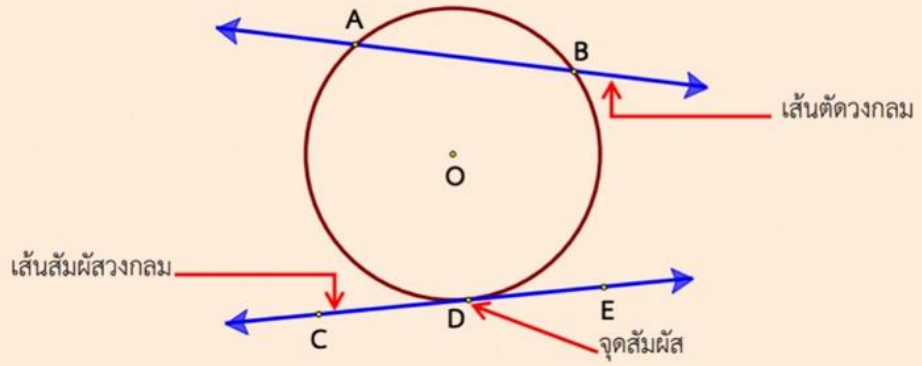
คะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏ
3	รับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายจนสำเร็จและมีการปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น
2	รับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายจนสำเร็จ แต่ไม่มีการปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น
1	ไม่ตั้งใจปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย

มหาวิทยาลัยศิลปากร

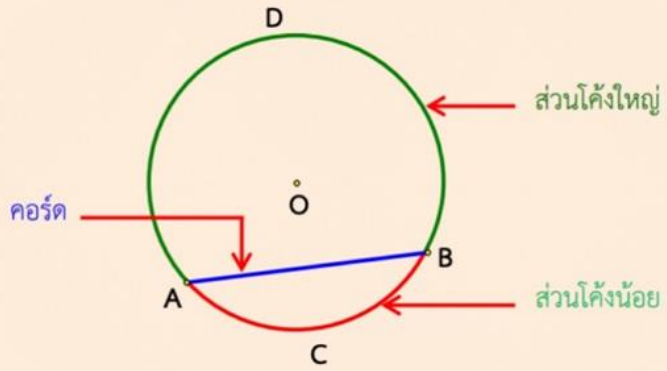
ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม

เส้นตัด คือ เส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมและตัดกับเส้นรอบวง 2 จุด

เส้นสัมผัส คือ เส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมและตัดกับเส้นรอบวงเพียง 1 จุด



ส่วนโค้ง คือ ส่วนใดส่วนหนึ่งของเส้นรอบวงของวงกลม ถ้าเส้นรอบวงถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วนไม่เท่ากันส่วนโค้งที่ยาวกว่า เรียกว่า **ส่วนโค้งใหญ่** และ ส่วนโค้งที่สั้นกว่า เรียกว่า **ส่วนโค้งน้อย**



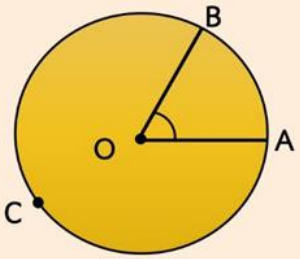
จากรูป AB เป็นคอร์ดของวงกลม O

เรียกส่วนโค้ง ADB ว่า ส่วนโค้งใหญ่ AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overset{\frown}{ADB}$

เรียกส่วนโค้ง ACB ว่า ส่วนโค้งน้อย AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overset{\frown}{ACB}$ หรือ $\overset{\frown}{AB}$

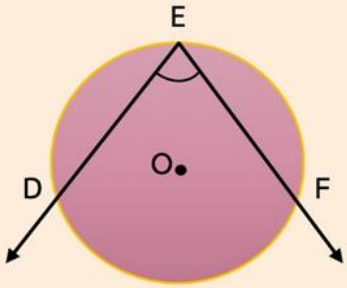
มุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางเป็นจุดยอดมุมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม ดังรูป

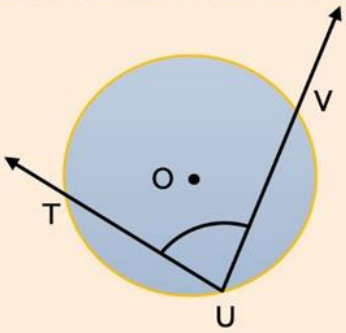


$A\hat{O}B$ และมุมกลับ AOB เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มีส่วนโค้ง AB รองรับ $A\hat{O}B$ และมีส่วนโค้ง ACB รองรับมุมกลับ AOB

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม ดังรูป

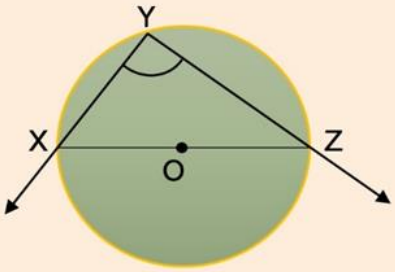


$D\hat{E}F$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม



$T\hat{U}V$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม

มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีแขนทั้งสองของมุมซึ่งผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง

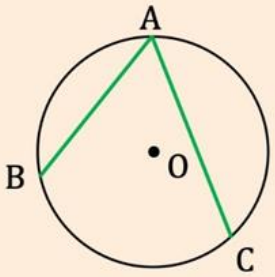


$\overline{XZ}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

$X\hat{Y}Z$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม

ตัวอย่าง 1

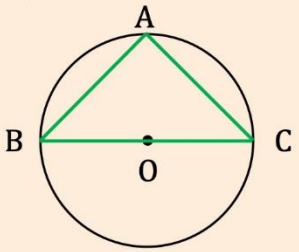
กำหนดให้ A, B และ C เป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลม O โดยที่ $\overline{AB}$ และ $\overline{AC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม **จงบอกชื่อมุม ลักษณะของมุม และส่วนโค้งที่รองรับมุมที่เกิดขึ้น**

ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	A, B และ C เป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลม O $\overline{AB}$ และ $\overline{AC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	บอกชื่อมุม ลักษณะของมุม และส่วนโค้งที่รองรับมุมที่เกิดขึ้น
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	วาดรูปวงกลมจากสิ่งที่โจทย์กำหนด 
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้** **ชื่อของมุม /** **ลักษณะมุมในวงกลม /** **ส่วนโค้งที่รองรับมุม**	$B\hat{A}C$ เป็นมุมในส่วนโค้ง รองรับด้วยส่วนโค้ง BC

ตัวอย่าง 2

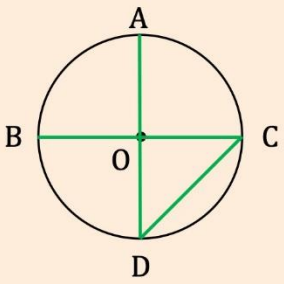
กำหนดให้ A, B และ C เป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลม O มี $\overline{BC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง โดยที่ $\overline{AB}$ และ $\overline{AC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

จงบอกชื่อมุม ลักษณะของมุม และส่วนโค้งที่รองรับมุมที่เกิดขึ้น

ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	A, B และ C เป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลม O $\overline{BC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overline{AB}$ และ $\overline{AC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	บอกชื่อมุม ลักษณะของมุม และส่วนโค้งที่รองรับมุมที่เกิดขึ้น
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	วาดรูปวงกลมจากสิ่งที่โจทย์กำหนด 
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้** **ชื่อของมุม /** **ลักษณะมุมในวงกลม /** **ส่วนโค้งที่รองรับมุม**	$B\hat{A}C$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม รองรับด้วยส่วนโค้ง BC $B\hat{O}C$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง BC และ BAC $A\hat{B}C$ เป็นมุมในส่วนโค้ง รองรับด้วยส่วนโค้ง AC $A\hat{C}B$ เป็นมุมในส่วนโค้ง รองรับด้วยส่วนโค้ง AB

ตัวอย่าง 3

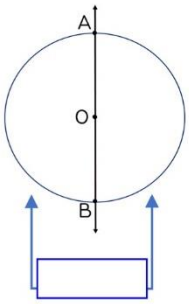
กำหนดให้ A, B, C และ D เป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลม O มี $\overline{BC}$ และ $\overline{AD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง โดยที่ $\overline{DC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม **จงบอกชื่อมุม ลักษณะของมุม และส่วนโค้งที่รองรับมุมที่เกิดขึ้น**

ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	A, B, C และ D เป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลม O $\overline{BC}$ และ $\overline{AD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overline{DC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	บอกชื่อมุม ลักษณะของมุม และส่วนโค้งที่รองรับมุมที่เกิดขึ้น
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ** **(what we do)**	วาดรูปวงกลมจากสิ่งที่โจทย์กำหนด 
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้** **ชื่อของมุม /** **ลักษณะมุมในวงกลม /** **ส่วนโค้งที่รองรับมุม**	$B\hat{O}A$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง BA มุมกลับ BOA เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง BDA $A\hat{O}C$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง AC มุมกลับ AOC เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง ABC $C\hat{O}D$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง CD มุมกลับ COD เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง CAD $B\hat{O}D$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง BD มุมกลับ BOD เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง BAD $B\hat{O}C$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง BDC และ BAC $B\hat{C}D$ เป็นมุมในส่วนโค้ง รองรับด้วยส่วนโค้ง BD $A\hat{D}C$ เป็นมุมในส่วนโค้ง รองรับด้วยส่วนโค้ง AC

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 1 ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์

วงกลม (circle) เป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบ ซึ่งแต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกัน เป็นระยะเท่ากัน เรียกจุดคงที่นี้ว่า.....และเรียกระยะที่เท่ากันนี้ว่า.....



เมื่อแบ่งเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็น 2 ส่วน

- ในกรณีที่ส่วนโค้งทั้งสองยาวเท่ากัน

จะเรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า.....

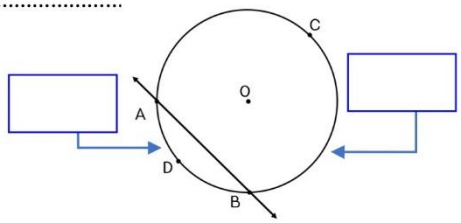
- ในกรณีที่ส่วนโค้งยาวไม่เท่ากัน

จะเรียกส่วนโค้งที่**ยาวกว่า**ว่า .....

จะเรียกส่วนโค้งที่**สั้นกว่า**ว่า .....

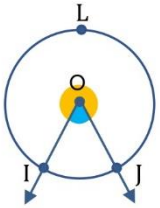
ส่วนโค้งใหญ่ AB เขียนแทนด้วย.....

ส่วนโค้งน้อย AB เขียนแทนด้วย.....



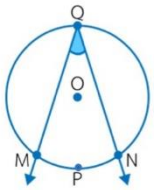
มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ.....

.....



จากรูป $I\hat{O}J$ รองรับด้วยส่วนโค้ง.....

และ มุมกลับ IOJ รองรับด้วยส่วนโค้ง.....



มุมในส่วนโค้งของวงกลม

คือ.....

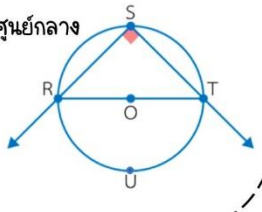
จากรูป.....เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้ง.....

ในกรณีที่มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีแขนทั้งสองของมุมซึ่งผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง

จะเรียกมุมในส่วนโค้งของวงกลมนั้นว่า.....

จากรูป.....เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

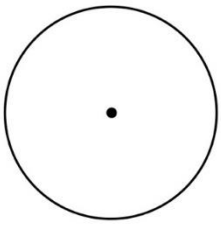
และ.....เป็นมุมในครึ่งวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้ง.....



บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 1 ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง</u> 2. ให้นักเรียนหามุมทั้งหมดที่ปรากฏและบอกลักษณะของมุมต่าง ๆ ในวงกลม พร้อมบอกส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้น ๆ โดยใช้ขั้นตอนของ KWDL ในการหาคำตอบ

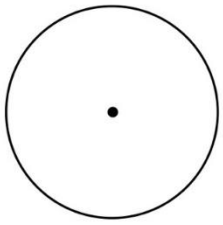
ให้ A, B และ C เป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลม O โดยที่ $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง และ $\overleftrightarrow{AX}$ กับ $\overleftrightarrow{CY}$ ตัดกันที่จุด B

<u>ขั้นที่ 1 K</u>: สิ่งที่โจทย์กำหนด	....
<u>ขั้นที่ 2 W</u>: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	....
<u>ขั้นที่ 3 D</u> : วิธีการหาคำตอบ	
<u>ขั้นที่ 4 L</u>: คำตอบที่ได้ **ชื่อของมุม /ลักษณะมุมในวงกลม /** **ส่วนโค้งที่รองรับมุม**	....

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 1 ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้นักเรียนหามุมทั้งหมดที่ปรากฏและบอกลักษณะของมุมต่าง ๆ ในวงกลม พร้อมบอกส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้น ๆ โดยใช้ขั้นตอนของ KWDL ในการหาคำตอบ

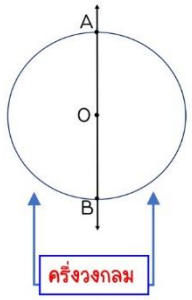
ให้ M, N, P และ Q เป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลม O โดยที่ $\overline{MP}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overleftrightarrow{MX}$ กับ $\overleftrightarrow{PY}$ ตัดกันที่จุด N และ $\overline{ON}$ เป็นรัศมีของวงกลม

ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้ ชื่อของมุม /ลักษณะมุมในวงกลม / ส่วนโค้งที่รองรับมุม	....

บทที่ 2	วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 1 ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3		ชื่อ.....เฉลย.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์ (แนวคำตอบหน้า 51-53)

วงกลม (circle) เป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบ ซึ่งแต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกัน เป็นระยะเท่ากัน เรียกจุดคงที่นี้ว่า.....จุดศูนย์กลางของวงกลม.....และเรียกระยะที่เท่ากันนี้ว่า.....รัศมีของวงกลม.....



เมื่อแบ่งเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็น 2 ส่วน

- ในกรณีที่ส่วนโค้งทั้งสองยาวเท่ากัน

จะเรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า.....ครึ่งวงกลม.....

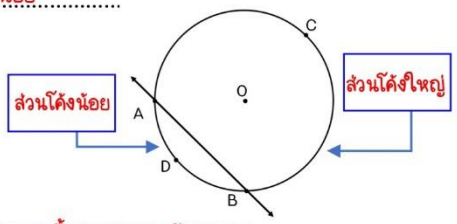
- ในกรณีที่ส่วนโค้งยาวไม่เท่ากัน

จะเรียกส่วนโค้งที่**ยาวกว่า**ว่า .....ส่วนโค้งใหญ่.....

จะเรียกส่วนโค้งที่**สั้นกว่า**ว่า .....ส่วนโค้งน้อย.....

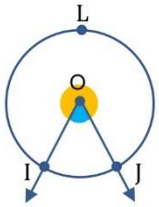
ส่วนโค้งใหญ่ AB เขียนแทนด้วย.....$\overset{\frown}{ACB}$.....

ส่วนโค้งน้อย AB เขียนแทนด้วย.....$\overset{\frown}{ADB}$.....



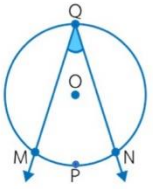
มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ.....มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม.....

.....



จากรูป $I\hat{O}J$ รองรับด้วยส่วนโค้ง.....$\overset{\frown}{IJ}$.....

และ มุมกลับ IOJ รองรับด้วยส่วนโค้ง.....$\overset{\frown}{ILJ}$.....



มุมในส่วนโค้งของวงกลม

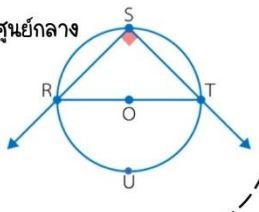
คือ.....มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม.....

จากรูป.....$M\hat{Q}N$.....เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้ง.....$\overset{\frown}{MPN}$.....

ในกรณีที่มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีแขนทั้งสองของมุมซึ่งผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง จะเรียกมุมในส่วนโค้งของวงกลมนั้นว่า.....มุมในครึ่งวงกลม.....

จากรูป.....$\overline{RT}$.....เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

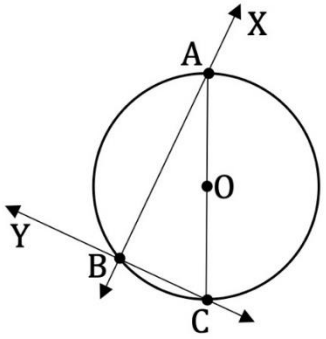
และ.....$R\hat{S}T$.....เป็นมุมในครึ่งวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้ง.....$\overset{\frown}{RUT}$.....



บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 1 ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ..... **เฉลย** .....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 2. ให้นักเรียนหามุมทั้งหมดที่ปรากฏและบอกลักษณะของมุมต่าง ๆ ในวงกลม พร้อมบอกส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้น ๆ โดยใช้ขั้นตอนของ KWDL ในการหาคำตอบ

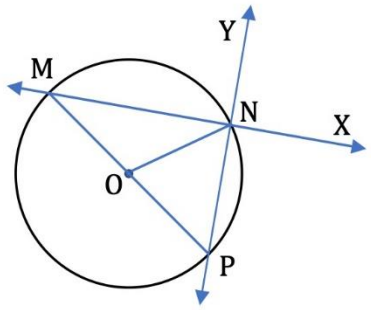
ให้ A, B และ C เป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลม O โดยที่ $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง และ $\overleftrightarrow{AX}$ กับ $\overleftrightarrow{CY}$ ตัดกันที่จุด B

ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	A, B และ C เป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลม O $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overleftrightarrow{AX}$ กับ $\overleftrightarrow{CY}$ ตัดกันที่จุด B
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	บอกชื่อมุม ลักษณะมุมในวงกลม และส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้น ๆ
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	วาดรูปวงกลมจากสิ่งที่โจทย์กำหนด 
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้ ชื่อของมุม /ลักษณะมุมในวงกลม / ส่วนโค้งที่รองรับมุม	$A\hat{O}C$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง AC และ ABC $A\hat{B}C$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม รองรับด้วยส่วนโค้ง AC $A\hat{C}B$ เป็นมุมในส่วนโค้ง รองรับด้วยส่วนโค้ง AB $B\hat{A}C$ เป็นมุมในส่วนโค้ง รองรับด้วยส่วนโค้ง BC

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 1 ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้นักเรียนหามุมทั้งหมดที่ปรากฏและบอกลักษณะของมุมต่าง ๆ ในวงกลม พร้อมบอกส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้น ๆ โดยใช้ขั้นตอนของ KWDL ในการหาคำตอบ

ให้ M, N, P และ Q เป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลม O โดยที่ $\overline{MP}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overleftrightarrow{MX}$ กับ $\overleftrightarrow{PY}$ ตัดกันที่จุด N และ $\overline{ON}$ เป็นรัศมีของวงกลม

ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	M, N, P และ Q เป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลม O $\overline{MP}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overleftrightarrow{MX}$ กับ $\overleftrightarrow{PY}$ ตัดกันที่จุด N $\overline{ON}$ เป็นรัศมีของวงกลม
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	บอกชื่อมุม ลักษณะมุมในวงกลม และส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้น ๆ
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	วาดรูปวงกลม จากโจทย์กำหนด 
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้ ชื่อของมุม /ลักษณะมุมในวงกลม / ส่วนโค้งที่รองรับมุม	$M\hat{O}P$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง MP และ MNP $M\hat{O}N$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง MN มุมกลับ MON เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง MPN $N\hat{O}P$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง NP มุมกลับ NOP เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง NMP $M\hat{N}P$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม รองรับด้วยส่วนโค้ง MP $P\hat{M}N$ เป็นมุมในส่วนโค้ง รองรับด้วยส่วนโค้ง PN $M\hat{P}N$ เป็นมุมในส่วนโค้ง รองรับด้วยส่วนโค้ง MN

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง วงกลม เวลา 13 ชั่วโมง

รหัสวิชา ค 23102 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 เวลา 5 ชั่วโมง

ครูผู้สอน นางสาวกรกมล แกล้วกล้า โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงิน อนุสรณ์

---

1. มาตรฐานการเรียนรู้ / จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ม.3/3 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.2.1 ด้านความรู้

2) นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

1.2.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1) นักเรียนสามารถเขียนอธิบายมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมได้

2. สาระสำคัญ

มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม

1) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน

2) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

1) ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

2) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมเหล่านั้นจะยาวเท่ากัน

3) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน

มุมในครึ่งวงกลม

มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา

รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามจะมีขนาด 180 องศา

3. สาระการเรียนรู้

มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

4.1 ความสามารถในการคิด

4.2 ความสามารถในการแก้ปัญหา

5. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

5.1 ใฝ่เรียนรู้

5.2 มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1 มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม

<u>ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้เดิม</u>

1.1 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่อง ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม ดังนี้

- **เส้นตัด** คือ เส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมและตัดกับเส้นรอบวง 2 จุด
- **เส้นสัมผัส** คือ เส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมและตัดกับเส้นรอบวงเพียง 1 จุด
- **มุมที่จุดศูนย์กลาง** คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม
- **มุมในส่วนโค้งของวงกลม** คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม
- **มุมในครึ่งวงกลม** คือ มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีแขนทั้งสองของมุมซึ่งผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง
- **ส่วนโค้ง** คือ ส่วนใดส่วนหนึ่งของเส้นรอบวงของวงกลม ถ้าเส้นรอบวงถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วนไม่เท่ากันส่วนโค้งที่ยาวกว่า เรียกว่า **ส่วนโค้งใหญ่** และ ส่วนโค้งที่สั้นกว่า เรียกว่า **ส่วนโค้งน้อย**

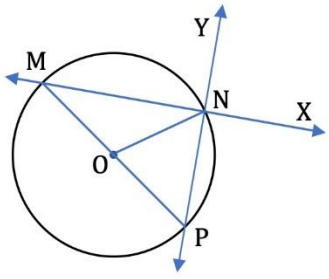
โดยครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดนักเรียน เช่น เส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมและตัดกับเส้นรอบวง 2 จุด เรียกว่าอะไร (แนวตอบ เส้นตัด) เส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมและตัดกับเส้นรอบวงเพียง 1 จุด เรียกว่า คอร์ด ใช่หรือไม่ (แนวตอบ ไม่ใช่ แต่เรียกว่า เส้นสัมผัส) เป็นต้น

1.2 ครูทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL โดยครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม จากคาบที่แล้ว ดังนี้

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 1 ส่วนโค้งและมุมต่าง ๆ ในวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้นักเรียนหามุมทั้งหมดที่ปรากฏและบอกลักษณะของมุมต่าง ๆ ในวงกลม พร้อมบอกส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้น ๆ โดยใช้ขั้นตอนของ KWDL ในการหาคำตอบ

ให้ M, N, P และ Q เป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลม O โดยที่ $\overline{MP}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overleftrightarrow{MX}$ กับ $\overleftrightarrow{PY}$ ตัดกันที่จุด N และ $\overline{ON}$ เป็นรัศมีของวงกลม

ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	M, N, P และ Q เป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลม O $\overline{MP}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overleftrightarrow{MX}$ กับ $\overleftrightarrow{PY}$ ตัดกันที่จุด N $\overline{ON}$ เป็นรัศมีของวงกลม
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	บอกชื่อมุม ลักษณะมุมในวงกลม และส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้น ๆ
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	วาดรูปวงกลม จากโจทย์กำหนด 
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้ ชื่อของมุม /ลักษณะมุมในวงกลม / ส่วนโค้งที่รองรับมุม	$M\hat{O}P$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง MP และ MNP $M\hat{O}N$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง MN มุมกลับ MON เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง MPN $N\hat{O}P$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง NP มุมกลับ NOP เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง รองรับด้วยส่วนโค้ง NMP $M\hat{N}P$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม รองรับด้วยส่วนโค้ง MP $P\hat{M}N$ เป็นมุมในส่วนโค้ง รองรับด้วยส่วนโค้ง PN $M\hat{P}N$ เป็นมุมในส่วนโค้ง รองรับด้วยส่วนโค้ง MN

ขั้นที่ 2 แสวงหาความรู้ใหม่

2.1 ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 5 คน โดยคละความสามารถ (เก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน อ่อน 1 คน) แล้วให้นักเรียนตั้งชื่อกลุ่มของตนเอง

2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาความรู้เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม จากหนังสือเรียนหน้า 54 – 56 หรือใบความรู้ที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม

ขั้นที่ 3 เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

3.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม โดยใช้ขั้นตอนของเทคนิค KWDL ในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม

4.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มผลัดกัน นำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 2 ของตนเองที่ได้จากการใช้เทคนิค KWDL ให้เพื่อนในกลุ่มฟัง แล้วเพื่อนในกลุ่มร่วมซักถามข้อสงสัย จนทุกคนในกลุ่มมีความรู้ ความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกัน

ขั้นที่ 5 สรุปและจัดระเบียบความรู้

5.1 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ ภายในกลุ่ม เพื่อเตรียมนำเสนอหน้าชั้นเรียน ดังนี้

มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม

ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

1. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน
2. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

ขั้นที่ 6 แสดงผลงาน

6.1 ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 2

6.2 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปองค์ความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ หน้าชั้นเรียน ดังนี้

มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม

ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

1. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน
2. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

ขั้นที่ 7 ประยุกต์ใช้ความรู้

7.1 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม โดยใช้เทคนิค KWDL เป็นการบ้านและนำส่งในคาบถัดไป

ชั่วโมงที่ 2 มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม ดังนี้

ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

1. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน
2. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

โดยครูให้ตัวแทนนักเรียนตอบคำถามและวาดรูปเพื่อยกตัวอย่างจากคำถามบนกระดาน

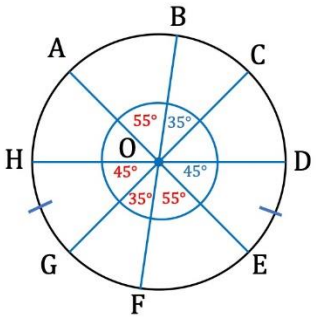
คำถาม ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากันใช่หรือไม่ พร้อมวาดรูป (แนวตอบ ใช่)

คำถาม ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากันใช่หรือไม่ พร้อมวาดรูป (แนวตอบ ใช่)

1.2 ครูทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL โดยครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม จากคาบที่แล้ว ดังนี้

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 2 มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B, C, D, E, F, G, และ H เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป มี $\overline{AE}, \overline{BF}, \overline{CG}$ และ $\overline{DH}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม กำหนดให้ ส่วนโค้ง DE และส่วนโค้ง GH มีความยาวเท่ากัน $D\hat{O}E = 45°$ และ $B\hat{O}C = 35°$ จงหาผลต่างของ $A\hat{O}B$ กับ $H\hat{O}G$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B, C, D, E, F, G, และ H เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{AE}, \overline{BF}, \overline{CG}$ และ $\overline{DH}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม 3. ส่วนโค้ง DE และส่วนโค้ง GH มีความยาวเท่ากัน 4. $D\hat{O}E = 45°$ 5. $B\hat{O}C = 35°$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	ผลต่างของ $A\hat{O}B$ กับ $H\hat{O}G$
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{AE}, \overline{BF}, \overline{CG}$ และ $\overline{DH}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $D\hat{O}E = 45°$ (กำหนดให้) 3. $m(\overset{\frown}{DE}) = m(\overset{\frown}{GH})$ (กำหนดให้) 4. $H\hat{O}G = 45°$ (2, 3 และมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งยาวเท่ากันจะมีขนาดเท่ากัน) 5. $B\hat{O}C = 35°$ (กำหนดให้) 6. $G\hat{O}F = 35°$ (5 และมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน) 7. $H\hat{O}G + G\hat{O}F + F\hat{O}E + D\hat{O}E = 180°$ ($H\hat{O}D$ เป็นมุมตรง) 8. $F\hat{O}E = 180° - H\hat{O}G - G\hat{O}F - D\hat{O}E = 180° - 45° - 35° - 45° = 55°$ (2, 4, 6 และ 7) 9. $A\hat{O}B = 55°$ (8 และมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน) 10. $A\hat{O}B - H\hat{O}G = 55° - 45° = 10°$ (4 และ 9)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	ผลต่างของ $A\hat{O}B$ กับ $H\hat{O}G$ คือ $10°$

ขั้นที่ 2 แสวงหาความรู้ใหม่

2.1 ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 5 คน โดยคละความสามารถ (เก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน อ่อน 1 คน) แล้วให้นักเรียนตั้งชื่อกลุ่มของตนเอง

2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาความรู้เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม จากหนังสือเรียนหน้า 56 – 59 หรือใบความรู้ที่ 3 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

ขั้นที่ 3 เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

3.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม โดยใช้ขั้นตอนของเทคนิค KWDL ในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม

4.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มผลัดกัน นำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 3 ของตนเองที่ได้จากการใช้เทคนิค KWDL ให้เพื่อนในกลุ่มฟัง แล้วเพื่อนในกลุ่มร่วมซักถามข้อสงสัย จนทุกคนในกลุ่มมีความรู้ ความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกัน

ขั้นที่ 5 สรุปและจัดระเบียบความรู้

5.1 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ ภายในกลุ่ม เพื่อเตรียมนำเสนอหน้าชั้นเรียน ดังนี้

มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ขั้นที่ 6 แสดงผลงาน

6.1 ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 3

6.2 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปองค์ความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ หน้าชั้นเรียน ดังนี้

มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ขั้นที่ 7 ประยุกต์ใช้ความรู้

7.1 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม โดยใช้เทคนิค KWDL เป็นการบ้านและนำส่งในคาบถัดไป

ชั่วโมงที่ 3 มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้เดิม

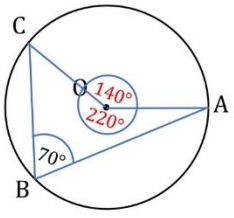
1.1 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม ดังนี้

- ครูสุ่มนักเรียน 3 คน ออกมาวาดรูปวงกลมคนละ 1 รูป ซึ่งในวงกลมมีมุมที่จุดศูนย์กลางและมีมุมในส่วนโค้งของวงกลม ซึ่งทั้ง 2 มุมรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน รูปวงกลมทั้งสามรูปต้องมีลักษณะแตกต่างกัน จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันบอกความสัมพันธ์ของมุมทั้งสอง (แนวคำตอบ : ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน)

1.2 ครูทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL โดยครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม จากคาบที่แล้ว ดังนี้

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 3 มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	เฉลย ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป
มี $\overline{OA}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม
มี $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม
ถ้า $A\hat{B}C$ มีขนาดเท่ากับ 70°
จงหาขนาดของมุมกลับ AOC ที่รองรับด้วยส่วนโค้ง ABC
โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{OA}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม 3. มี $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 4. $A\hat{B}C$ มีขนาดเท่ากับ 70°

ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	1. $\overline{OA}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 3. $A\hat{B}C = 70°$ (กำหนดให้) 4. $A\hat{O}C = 2A\hat{B}C = 2(70°) = 140°$ (3 และมุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน) 5. มุมกลับ $AOC + A\hat{O}C = 360°$ (มุมรอบจุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากับ 360°) 6. มุมกลับ $AOC = 360° - A\hat{O}C = 360° - 140° = 220°$ (4 และ 5)
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	มุมกลับ AOC รองรับด้วยส่วนโค้ง ABC มีขนาดเท่ากับ 220°

ขั้นที่ 2 แสวงหาความรู้ใหม่

2.1 ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 5 คน โดยคละความสามารถ (เก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน อ่อน 1 คน) แล้วให้นักเรียนตั้งชื่อกลุ่มของตนเอง

2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาความรู้เรื่อง มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุมจากหนังสือเรียนหน้า 60 – 61 หรือใบความรู้ที่ 4 เรื่อง มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

ขั้นที่ 3 เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

3.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม โดยใช้ขั้นตอนของเทคนิค KWDL ในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม

4.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มผลัดกัน นำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 4 ของตนเองที่ได้จากการใช้เทคนิค KWDL ให้เพื่อนในกลุ่มฟัง แล้วเพื่อนในกลุ่มร่วมซักถามข้อสงสัย จนทุกคนในกลุ่มมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกัน

ขั้นที่ 5 สรุปและจัดระเบียบความรู้

5.1 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ ภายในกลุ่ม เพื่อเตรียมนำเสนอหน้าชั้นเรียน ดังนี้

มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

1) ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

2) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมเหล่านั้นจะยาวเท่ากัน

3) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน

ขั้นที่ 6 แสดงผลงาน

6.1 ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 4

6.2 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปองค์ความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ หน้าชั้นเรียน ดังนี้

มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

1) ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

2) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมเหล่านั้นจะยาวเท่ากัน

3) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน

ขั้นที่ 7 ประยุกต์ใช้ความรู้

7.1 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม โดยใช้เทคนิค KWDL เป็นการบ้านและนำส่งในคาบถัดไป

ชั่วโมงที่ 4 มุมในครึ่งวงกลม

ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่อง มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม ดังนี้

มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

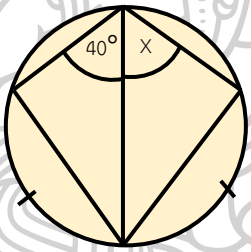
ทฤษฎีบท

1) ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

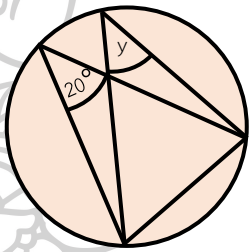
2) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมเหล่านั้นจะยาวเท่ากัน

3) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน

โดยครูให้นักเรียนร่วมกันตอบคำถามจากภาพที่ครูให้ไว้บนกระดานจำนวน 2 ภาพ ว่าภาพใดบ้างที่สามารถนำความรู้เรื่อง มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม มาใช้หาค่ามุมได้



ภาพที่ 1

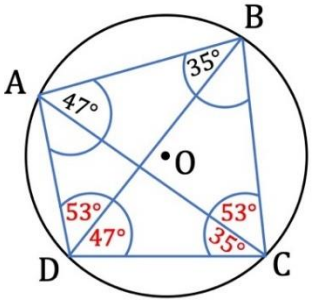


ภาพที่ 2

1.2 ครูทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL โดยครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม จากคาบที่แล้ว ดังนี้

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 4 มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....เฉลย.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป มี $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $C\hat{A}B = 47°$, $A\hat{B}D = 35°$ และ $A\hat{D}C = 100°$ จงหาขนาดของ $D\hat{C}B$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	1. A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 3. $C\hat{A}B = 47°$

ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	หาขนาดของ $D\hat{C}B$
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	1. $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $C\hat{A}B = 47°$ (กำหนดให้) 3. $B\hat{D}C = C\hat{A}B = 47°$ (2 และมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน) 4. $A\hat{B}D = 35°$ (กำหนดให้) 5. $A\hat{C}D = A\hat{B}D = 35°$ (4 และมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน) 6. $A\hat{D}C = 100°$ (กำหนดให้) 7. $A\hat{D}B = A\hat{D}C - B\hat{D}C = 100° - 47° = 53°$ (3 และ 6) 8. $A\hat{C}B = A\hat{D}B = 53°$ (7 และมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน) 9. $D\hat{C}B = A\hat{C}D + A\hat{C}B = 35° + 53° = 88°$ (5 และ 8)
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	$D\hat{C}B = 88°$

ขั้นที่ 2 แสวงหาความรู้ใหม่

2.1 ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 5 คน โดยคละความสามารถ (เก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน อ่อน 1 คน) แล้วให้นักเรียนตั้งชื่อกลุ่มของตนเอง

2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาความรู้เรื่อง มุมในครึ่งวงกลม จากหนังสือเรียนหน้า 64 – 65 หรือใบความรู้ที่ 5 เรื่อง มุมในครึ่งวงกลม

ขั้นที่ 3 เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

3.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง มุมในครึ่งวงกลม โดยใช้ขั้นตอนของเทคนิค KWDL ในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม

4.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มผลัดกัน นำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 5 ของตนเองที่ได้จากการใช้เทคนิค KWDL ให้เพื่อนในกลุ่มฟัง แล้วเพื่อนในกลุ่มร่วมซักถามข้อสงสัย จนทุกคนในกลุ่มมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกัน

ขั้นที่ 5 สรุปและจัดระเบียบความรู้

5.1 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ ภายในกลุ่ม เพื่อเตรียมนำเสนอหน้าชั้นเรียน ดังนี้

มุมในครึ่งวงกลม

มุมในครึ่งวงกลม เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมแบบหนึ่ง ที่มีแขนทั้งสองของมุมซึ่งผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง เนื่องจากเส้นผ่านศูนย์กลางมีมุมที่จุดศูนย์กลาง เป็นมุมขนาด 180 องศา และมีส่วนโค้งที่รองรับมุมเดียวกับมุมในครึ่งวงกลม โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน จึงได้ว่า มุมในครึ่งวงกลม มีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของ 180 องศา เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา

ขั้นที่ 6 แสดงผลงาน

6.1 ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 5

6.2 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปองค์ความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ หน้าชั้นเรียน ดังนี้

มุมในครึ่งวงกลม

มุมในครึ่งวงกลม เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมแบบหนึ่ง ที่มีแขนทั้งสองของมุมซึ่งผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง เนื่องจากเส้นผ่านศูนย์กลางมีมุมที่จุดศูนย์กลาง เป็นมุมขนาด 180 องศา และมีส่วนโค้งที่รองรับมุมเดียวกับมุมในครึ่งวงกลม โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน จึงได้ว่า มุมในครึ่งวงกลม มีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของ 180 องศา เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา

ขั้นที่ 7 ประยุกต์ใช้ความรู้

7.1 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง มุมในครึ่งวงกลม โดยใช้เทคนิค KWDL เป็นการบ้านและนำส่งในคาบถัดไป

ชั่วโมงที่ 5 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม ดังนี้

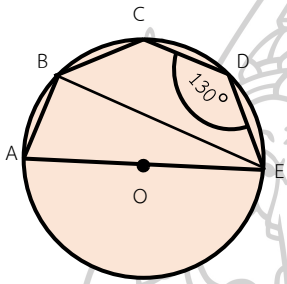
มุมในครึ่งวงกลม

ขนาดของมุมในครึ่งวงกลม เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา

โดยครูถามคำถามจากภาพที่กำหนดให้บนกระดาน



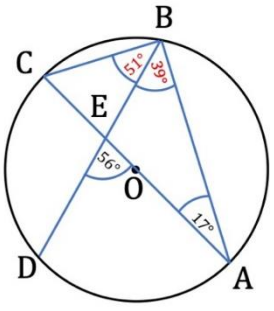
คำถาม

- รูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม คือรูปสี่เหลี่ยมอะไร (แนวตอบ □ EBCD)
- รูปสามเหลี่ยมในครึ่งวงกลม คือรูปสามเหลี่ยมอะไร (แนวตอบ Δ ABE)
- มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดกี่องศา (แนวตอบ 90°)

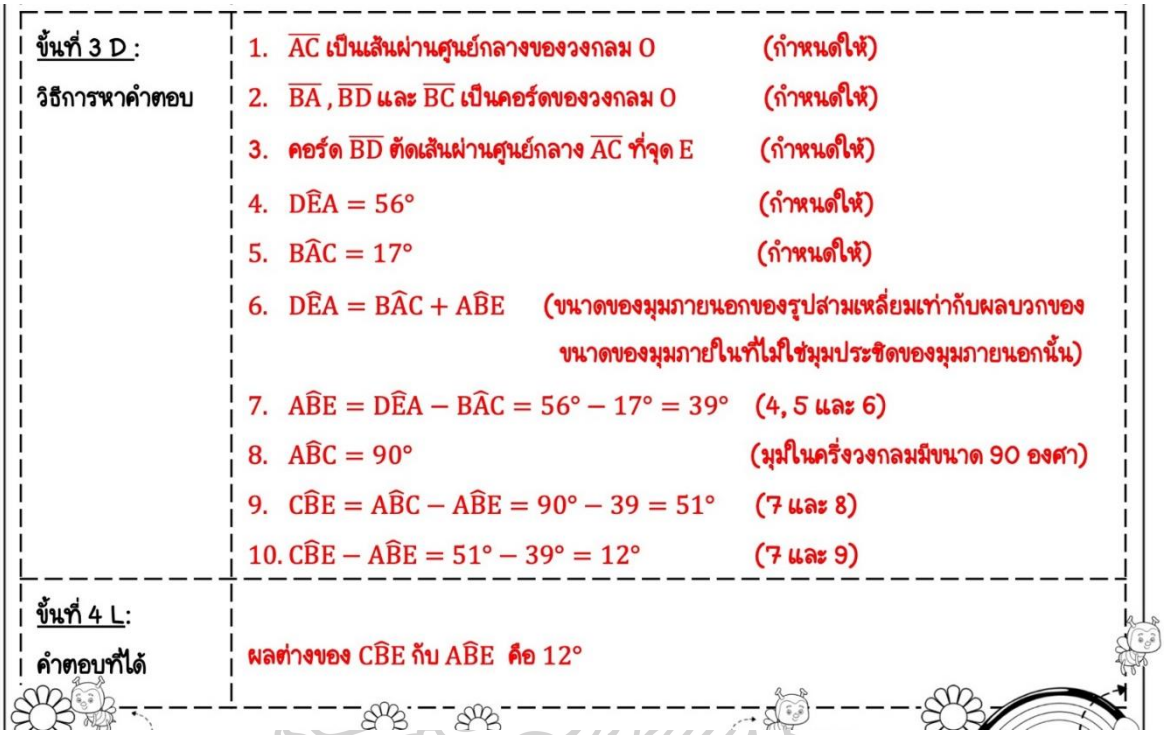
1.2 ครูทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL โดยครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง มุมในครึ่งวงกลม จากคาบที่แล้ว ดังนี้

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 5 มุมในครึ่งวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป
มี $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง
มี $\overline{BA}$, $\overline{BD}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม
คอร์ด $\overline{BD}$ ตัดเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overline{AC}$ ที่จุด E
$B\hat{A}C = 17°$ และ $D\hat{E}A = 56°$
จงหาผลต่างของ $C\hat{B}E$ กับ $A\hat{B}E$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง 3. มี $\overline{BA}$, $\overline{BD}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 4. คอร์ด $\overline{BD}$ ตัดเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overline{AC}$ ที่จุด E 5. $B\hat{A}C = 17°$ 6. $D\hat{E}A = 56°$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาผลต่างของ $C\hat{B}E$ กับ $A\hat{B}E$



ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	1. $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{BA}$, $\overline{BD}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 3. คอร์ด $\overline{BD}$ ตัดเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overline{AC}$ ที่จุด E (กำหนดให้) 4. $D\hat{E}A = 56°$ (กำหนดให้) 5. $B\hat{A}C = 17°$ (กำหนดให้) 6. $D\hat{E}A = B\hat{A}C + A\hat{B}E$ (ขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น) 7. $A\hat{B}E = D\hat{E}A - B\hat{A}C = 56° - 17° = 39°$ (4, 5 และ 6) 8. $A\hat{B}C = 90°$ (มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา) 9. $C\hat{B}E = A\hat{B}C - A\hat{B}E = 90° - 39 = 51°$ (7 และ 8) 10. $C\hat{B}E - A\hat{B}E = 51° - 39° = 12°$ (7 และ 9)
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	ผลต่างของ $C\hat{B}E$ กับ $A\hat{B}E$ คือ $12°$

ขั้นที่ 2 แสวงหาความรู้ใหม่

2.1 ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 5 คน โดยคละความสามารถ (เก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน อ่อน 1 คน) แล้วให้นักเรียนตั้งชื่อกลุ่มของตนเอง

2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาความรู้เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม จากหนังสือเรียน หน้า 66 – 69 หรือใบความรู้ที่ 6 เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ขั้นที่ 3 เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

3.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 6 เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม โดยใช้ขั้นตอนของเทคนิค KWDL ในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม

4.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มผลัดกัน นำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 6 ของตนเองที่ได้จากการใช้เทคนิค KWDL ให้เพื่อนในกลุ่มฟัง แล้วเพื่อนในกลุ่มร่วมซักถามข้อสงสัย จนทุกคนในกลุ่มมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกัน

ขั้นที่ 5 สรุปและจัดระเบียบความรู้

5.1 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ ภายในกลุ่ม เพื่อเตรียมนำเสนอหน้าชั้นเรียน ดังนี้

รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม คือ รูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ที่อยู่ภายในวงกลม โดยที่จุดยอดทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมนั้นอยู่บนวงกลม ซึ่งมีผลรวมของขนาดของมุมตรงข้ามเป็นไปดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับ 180 องศา

ขั้นที่ 6 แสดงผลงาน

6.1 ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 6

6.2 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปองค์ความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ หน้าชั้นเรียน ดังนี้

รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม คือ รูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ที่อยู่ภายในวงกลม โดยที่จุดยอดทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมนั้นอยู่บนวงกลม ซึ่งมีผลรวมของขนาดของมุมตรงข้ามเป็นไปดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับ 180 องศา

ขั้นที่ 7 ประยุกต์ใช้ความรู้

7.1 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 6 เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม โดยใช้เทคนิค KWDL เป็นการบ้านและนำส่งในคาบถัดไป

7. การวัดและการประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์
ด้านความรู้และด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์			
3) นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม 4) นักเรียนสามารถเขียนอธิบายมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมได้	ตรวจแบบฝึกหัดที่ 2 – 6	แบบฝึกหัดที่ 2 – 6	นักเรียนได้คะแนนรวมแบบฝึกหัดที่ 2 – 6 ร้อยละ 70 ขึ้นไป (ได้คะแนน 28 คะแนนขึ้นไป)
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์			

3) ใฝ่เรียนรู้ 4) มุ่งมั่นในการทำงาน	ประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	แบบสังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์	นักเรียนมีคะแนนจากการประเมิน 4 คะแนน ขึ้นไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

1) หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2) ใบความรู้ที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม
3) ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม
4) แบบฝึกหัดที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม
5) ใบความรู้ที่ 3 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม
6) ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม
7) แบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม
8) ใบความรู้ที่ 4 เรื่อง มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม
9) ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม
10) แบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม
11) ใบความรู้ที่ 5 เรื่อง มุมในครึ่งวงกลม
12) ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง มุมในครึ่งวงกลม
13) แบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง มุมในครึ่งวงกลม
14) ใบความรู้ที่ 6 เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม
15) ใบกิจกรรมที่ 6 เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม
16) แบบฝึกหัดที่ 6 เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

8.2 แหล่งการเรียนรู้

1) ห้องศูนย์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์

9. บันทึกผลการจัดการเรียนรู้

9.1 ด้านความรู้

.....

.....

.....

.....

.....

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

.....

.....

.....

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

.....

.....

.....

9.2 ปัญหา/อุปสรรค/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

9.3 ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นางสาวกรกมล แกล้วกล้า)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2566

แบบบันทึกผลการประเมินการเรียนรู้

เลขที่	ชื่อ – สกุล ของ ผู้รับการประเมิน	ด้านความรู้และด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์							ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์			
		แบบฝึกหัดที่ คะแนน					คะแนนรวม	ผลการประเมิน	ใฝ่เรียนรู้	มุ่งมั่นในการทำงาน	รวม	ผลการประเมิน
		2	3	4	5	6						
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												

18												
19												
20												

เกณฑ์การให้คะแนนด้านความรู้และด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (8 คะแนน)

สิ่งที่ประเมิน	ระดับคะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏ
K (What we know)	2	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนด หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดผิดทั้งหมด
W (What we want to know)	1	เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ผิด
D (What we do)	4	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนและให้เหตุผลประกอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	3	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องแต่ให้เหตุผลประกอบถูกต้องบางส่วน
	2	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องแต่ให้เหตุผลประกอบผิดทั้งหมดหรือไม่ให้เหตุผลประกอบ
	1	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนไม่ถูกต้องและให้เหตุผลประกอบไม่ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนอธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนและไม่ให้เหตุผลประกอบ
L (What we learned)	1	เขียนแสดงคำตอบได้ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนแสดงคำตอบ หรือ เขียนแสดงคำตอบผิดหมด

แบบสังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คำชี้แจง : ให้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียน แล้วขีดเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องให้ตรงกับระดับคะแนน

เลขที่	ชื่อ – สกุลของ ผู้รับการประเมิน	ใฝ่เรียนรู้			มุ่งมั่นในการทำงาน			รวม 6 คะแนน
		3	2	1	3	2	1	
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								

22								
23								
24								
25								

เกณฑ์การให้คะแนนคุณลักษณะอันพึงประสงค์

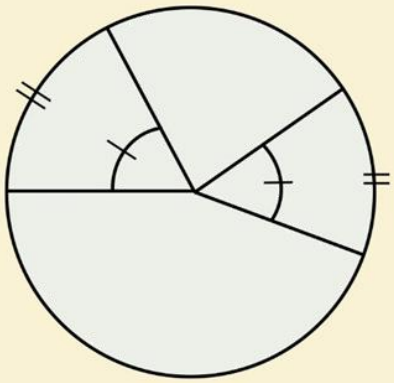
3. ใฝ่เรียนรู้

คะแนน	**พฤติกรรมที่ปรากฏ**
3	เข้าเรียนตรงเวลาและตั้งใจเรียนสม่ำเสมอ
2	เข้าเรียนตรงเวลาและตั้งใจเรียนเป็นบางครั้ง
1	เข้าเรียนไม่ตรงเวลาและไม่ตั้งใจเรียน

4. มุ่งมั่นในการทำงาน

คะแนน	**พฤติกรรมที่ปรากฏ**
3	รับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายจนสำเร็จและมีการปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น
2	รับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายจนสำเร็จ แต่ไม่มีการปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น
1	ไม่ตั้งใจปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย

ใบความรู้ที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม



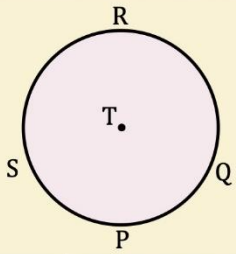
ทฤษฎีบท

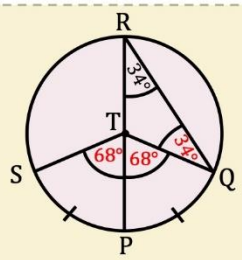
ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบท

ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

ตัวอย่าง กำหนดให้วงกลมมี P, Q, R และ S เป็นจุดบนวงกลม T ดังรูป มี $\overline{RP}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง มี $\overline{TR}$ และ $\overline{TQ}$ เป็นรัศมีของวงกลม มี $\overline{QR}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $m(\overset{\frown}{SP}) = m(\overset{\frown}{PQ})$ และ $T\hat{R}Q = 34°$ จงหาขนาดของ $S\hat{T}P$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL

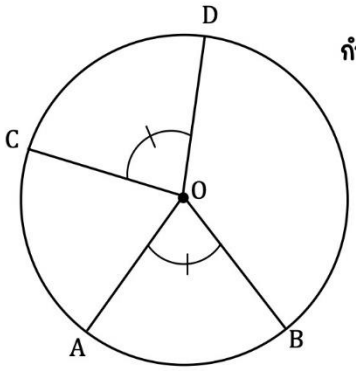




ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	1. P, Q, R และ S เป็นจุดบนวงกลม T 2. $\overline{RP}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง 3. $\overline{TR}$ และ $\overline{TQ}$ เป็นรัศมีของวงกลม 4. $\overline{QR}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 5. $m(\overset{\frown}{SP}) = m(\overset{\frown}{PQ})$ 6. $T\hat{R}Q = 34°$
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	หาขนาดของ $S\hat{T}P$
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	1. $\overline{QR}$ เป็นคอร์ดของวงกลม T (กำหนดให้) 2. $\overline{RP}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม T (กำหนดให้) 3. $\overline{TR}$ และ $\overline{TQ}$ เป็นรัศมีของวงกลม T (กำหนดให้) 4. $\overline{TR} = \overline{TQ}$ (3) 5. ΔRTQ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (4) 6. $T\hat{R}Q = 34°$ (กำหนดให้) 7. $R\hat{Q}T = 34°$ (5, 6 และมุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน) 8. $P\hat{T}Q = T\hat{R}Q + R\hat{Q}T = 34° + 34° = 68°$ (6, 7 และขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น) 9. $m(\overset{\frown}{SP}) = m(\overset{\frown}{PQ})$ (กำหนดให้) 10. $S\hat{T}P = P\hat{T}Q = 68$ (8, 9 และถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน)
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	$S\hat{T}P = 68°$

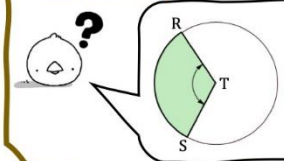
บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 2 มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง</u> 1. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายแล้วตอบคำถามต่อไปนี้



กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ $C\hat{O}D = A\hat{O}B$ ดังรูป

เกร็ดความรู้



เรียกบริเวณที่แรเงาภายในวงกลมที่ล้อมรอบด้วยรัศมีสองเส้นกับส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับมุม RTS ว่า **เซกเตอร์ (sector)** RTS

1) เซกเตอร์ COD สามารถหมุนไปทับเซกเตอร์ AOB ได้สนิทหรือไม่

<u>ตอบ</u> .....

2) $\overset{\frown}{CD}$ น่าจะยาวเท่ากับ $\overset{\frown}{AB}$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

<u>ตอบ</u> .....

.....

<u>คำชี้แจง</u> 2. ให้นักเรียนเขียนทฤษฎีบทแสดงความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง

ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้ ...

ทฤษฎีบท .....

.....

ทฤษฎีบท .....

.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 2 มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

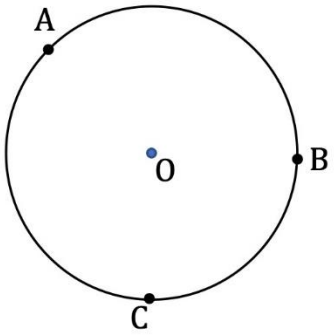
คำชี้แจง 3. ให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

มี $\overline{OA}$,$\overline{OB}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม

$\overline{AB}$ และ $\overline{AC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

โดยที่ส่วนโค้ง AB เท่ากับส่วนโค้ง AC และ $A\hat{B}O = 22°$

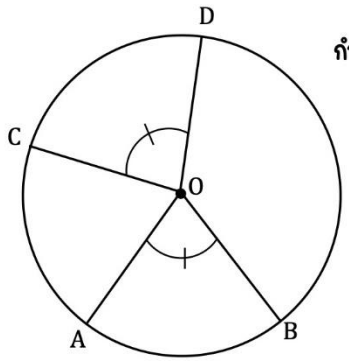
จงหาผลบวกของ $B\hat{A}O$ กับ $A\hat{O}C$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	....
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	.....

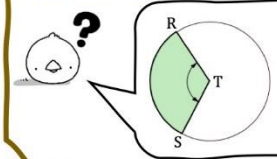
บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 2 มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายแล้วตอบคำถามต่อไปนี้



กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
และ $C\hat{O}D = A\hat{O}B$ ดังรูป

เกร็ดความรู้



เรียกบริเวณที่แรเงาภายในวงกลม
ที่ล้อมรอบด้วยรัศมีสองเส้นกับ
ส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับมุม RTS
ว่า **เซกเตอร์ (sector)** RTS

1) เซกเตอร์ COD สามารถหมุนไปทับเซกเตอร์ AOB ได้สนิทหรือไม่

ตอบ ทับกันได้สนิท

2) $\overset{\frown}{CD}$ น่าจะยาวเท่ากับ $\overset{\frown}{AB}$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ ยาวเท่ากัน เพราะรูปเรขาคณิตที่ทับกันสนิทพอดีจะเท่ากันทุกประการเนื่องจากเซกเตอร์ COD
สามารถหมุนไปทับเซกเตอร์ AOB ได้สนิทพอดี

คำชี้แจง 2. ให้นักเรียนเขียนทฤษฎีบทแสดงความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง

ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้ ...

(แนวคำตอบหน้า 56)

ทฤษฎีบท ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน
แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบท ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน
แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 7 คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	เฉลย ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง</u> 2. ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

มี $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

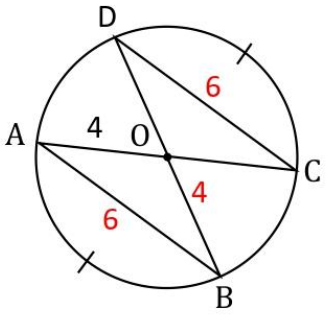
มี $OA = 4$ หน่วย

มี $\overline{BA}$ และ $\overline{DC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

และ $m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{DC})$

ความยาวรอบรูปΔAOB เท่ากับ 14 หน่วย

จงหาความยาวของ $\overline{DC}$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL

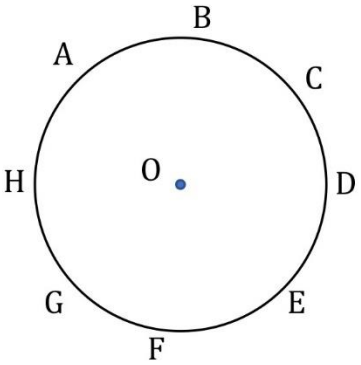


<u>ขั้นที่ 1 K</u>: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B, C, และ D เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง 3. $OA = 4$ หน่วย 4. มี $\overline{BA}$ และ $\overline{DC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 5. $m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{DC})$ 6. ความยาวรอบรูปΔAOB เท่ากับ 14 หน่วย
<u>ขั้นที่ 2 W</u>: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาความยาวของ $\overline{DC}$
<u>ขั้นที่ 3 D</u> : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง O (กำหนดให้) 2. $\overline{BA}$ และ $\overline{DC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 3. $OA = 4$ หน่วย (กำหนดให้) 4. $OB = OA = 4$ หน่วย (3 และรัศมีของวงกลมเดียวกัน) 5. ความยาวรอบรูป ΔAOB เท่ากับ 14 หน่วย (กำหนดให้) 6. $OB + OA + BA = 14$ (5) 7. $BA = 14 - OB - OA = 14 - 4 - 4 = 6$ หน่วย (4 และ 6) 8. $m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{DC})$ (กำหนดให้) 9. $DC = BA = 6$ หน่วย (7 และถ้าส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน)
<u>ขั้นที่ 4 L</u>: คำตอบที่ได้	$DC = 6$ หน่วย

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 2 มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง</u> ให้ A, B, C, D, E, F, G, และ H เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป มี $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$ และ $\overline{DH}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม กำหนดให้ ส่วนโค้ง DE และส่วนโค้ง GH มีความยาวเท่ากัน $D\hat{O}E = 45°$ และ $B\hat{O}C = 35°$

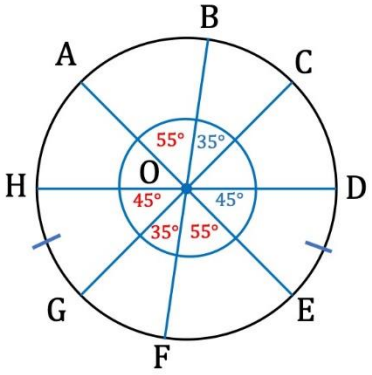
จงหาผลต่างของ $A\hat{O}B$ กับ $H\hat{O}G$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



<u>ขั้นที่ 1 K</u>: สิ่งที่โจทย์กำหนด	.....
<u>ขั้นที่ 2 W</u>: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
<u>ขั้นที่ 3 D</u> : วิธีการหาคำตอบ	.....
<u>ขั้นที่ 4 L</u>: คำตอบที่ได้	.....

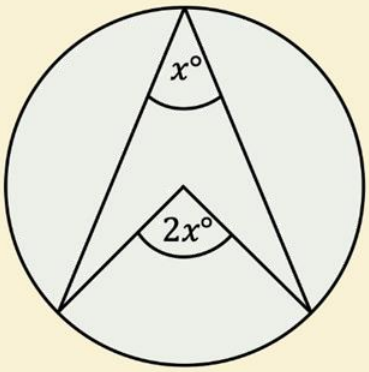
บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 2 มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B, C, D, E, F, G, และ H เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป มี $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$ และ $\overline{DH}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม กำหนดให้ ส่วนโค้ง DE และส่วนโค้ง GH มีความยาวเท่ากัน $D\hat{O}E = 45°$ และ $B\hat{O}C = 35°$ จงหาผลต่างของ $A\hat{O}B$ กับ $H\hat{O}G$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B, C, D, E, F, G, และ H เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$ และ $\overline{DH}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม 3. ส่วนโค้ง DE และส่วนโค้ง GH มีความยาวเท่ากัน 4. $D\hat{O}E = 45°$ 5. $B\hat{O}C = 35°$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	ผลต่างของ $A\hat{O}B$ กับ $H\hat{O}G$
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$ และ $\overline{DH}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $D\hat{O}E = 45°$ (กำหนดให้) 3. $m(\overset{\frown}{DE}) = m(\overset{\frown}{GH})$ (กำหนดให้) 4. $H\hat{O}G = 45°$ (2, 3 และมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งยาวเท่ากันจะมีขนาดเท่ากัน) 5. $B\hat{O}C = 35°$ (กำหนดให้) 6. $G\hat{O}F = 35°$ (5 และมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน) 7. $H\hat{O}G + G\hat{O}F + F\hat{O}E + D\hat{O}E = 180°$ ($H\hat{O}D$ เป็นมุมตรง) 8. $F\hat{O}E = 180° - H\hat{O}G - G\hat{O}F - D\hat{O}E = 180° - 45° - 35° - 45° = 55°$ (2, 4, 6 และ 7) 9. $A\hat{O}B = 55°$ (8 และมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน) 10. $A\hat{O}B - H\hat{O}G = 55° - 45° = 10°$ (4 และ 9)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	ผลต่างของ $A\hat{O}B$ กับ $H\hat{O}G$ คือ $10°$

ใบความรู้ที่ 3 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม



ทฤษฎีบท

ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

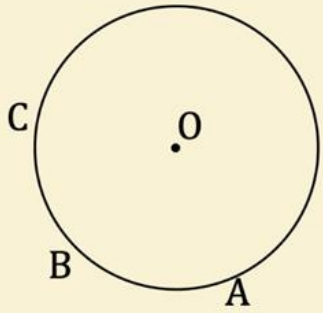
ตัวอย่าง

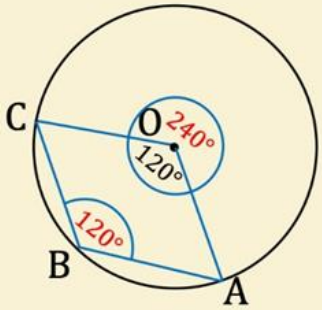
กำหนดให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

$\overline{OA}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$A\hat{O}C$ รองรับด้วยส่วนโค้ง ABC มีขนาดเท่ากับ $120°$

จงหาขนาดของ $A\hat{B}C$ ที่รองรับด้วยส่วนโค้งใหญ่ AC โดยใช้ขั้นตอน KWDL

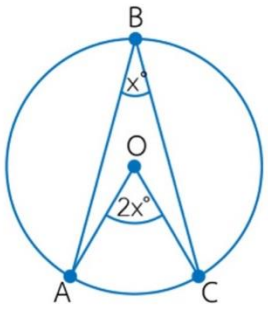




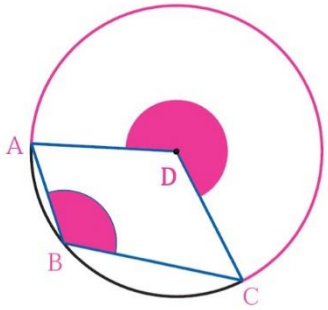
ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	1. มี A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม 2. $\overline{OA}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม 3. $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 4. $A\hat{O}C$ รองรับด้วยส่วนโค้ง ABC มีขนาดเท่ากับ $120°$
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	หาขนาดของ $A\hat{B}C$ ที่รองรับด้วยส่วนโค้งใหญ่ AC
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	1. $\overline{OA}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 3. $A\hat{O}C$ มีขนาดเท่ากับ $120°$ (กำหนดให้) 4. มุมกลับ AOC มีขนาดเท่ากับ $360° - 120° = 240°$ (3 และมุมรอบจุดศูนย์กลางเท่ากับ 360 องศา) 5. $A\hat{B}C = \frac{\text{มุมกลับ } AOC}{2} = \frac{240°}{2} = 120°$ (4 และมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน)
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	$A\hat{B}C$ ที่รองรับด้วยส่วนโค้ง AC มีขนาด $120°$

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 3 มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง</u> 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์



$A\hat{O}C$ **และ** $A\hat{B}C$ **ต่างรองรับด้วยส่วนโค้ง**.....



มุมกลับ ADC **และ** $A\hat{B}C$ **ต่างรองรับด้วยส่วนโค้งใหญ่**.....

นักเรียนลองวัดขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง
กับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม
ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับขนาดของมุมในส่วนโค้ง
ของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้ ...

ทฤษฎีบท .....

.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 3 มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 2 ให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

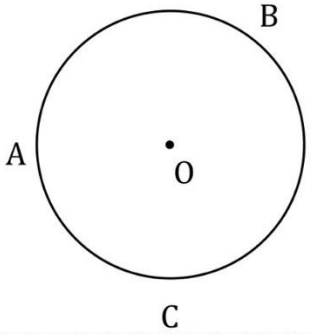
มี $\overline{OA}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม

มี $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

มุมกลับ AOC รองรับด้วยส่วนโค้ง ABC มีขนาดเท่ากับ 270°

จงหาขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม ที่รองรับด้วยส่วนโค้ง AC

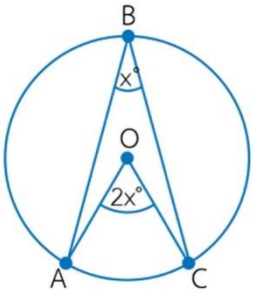
โดยใช้ขั้นตอน KWDL



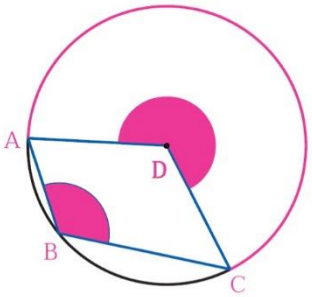
ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	.....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	.....
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 3 มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	เฉลย ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์



$A\hat{O}C$ **และ** $A\hat{B}C$ **ต่างรองรับด้วยส่วนโค้ง**.....AC.....



มุมกลับ ADC **และ** $A\hat{B}C$ **ต่างรองรับด้วยส่วนโค้งใหญ่**.....AC.....

นักเรียนลองวัดขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง
กับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม
ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้ ...

(แนวคำตอบหน้า 58)

ทฤษฎีบท ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 3 มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 2 ให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

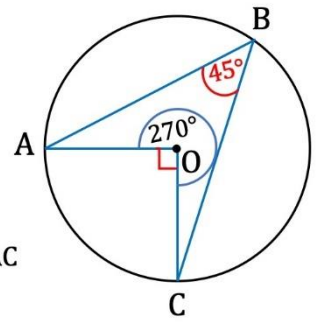
มี $\overline{OA}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม

มี $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

มุมกลับ AOC ที่รองรับด้วยส่วนโค้ง ABC มีขนาดเท่ากับ $270°$

จงหาขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม ที่รองรับด้วยส่วนโค้ง AC

โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{OA}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม 3. มี $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 4. มุมกลับ AOC ที่รองรับด้วยส่วนโค้ง ABC มีขนาดเท่ากับ $270°$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม ที่รองรับด้วยส่วนโค้ง AC
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{OA}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 3. มุมกลับ AOC ที่รองรับด้วยส่วนโค้ง ABC มีขนาดเท่ากับ $270°$ (กำหนดให้) 4. $A\hat{O}C = 360° - $ มุมกลับ $AOC = 360° - 270° = 90°$ (3 และมุมรอบจุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากับ $360°$) 5. $A\hat{B}C = \frac{A\hat{O}C}{2} = \frac{90°}{2} = 45°$ (4 และมุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	มุมในส่วนโค้งของวงกลม ที่รองรับด้วยส่วนโค้ง AC มีขนาด $45°$

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 3 มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

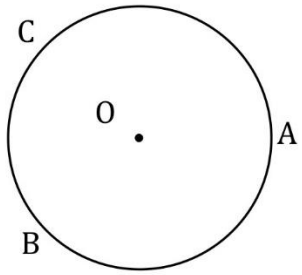
มี $\overline{OA}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม

มี $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

ถ้า $A\hat{B}C$ มีขนาดเท่ากับ 70°

จงหาขนาดของมุมกลับ AOC ที่รองรับด้วยส่วนโค้ง ABC

โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	....
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 3 มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

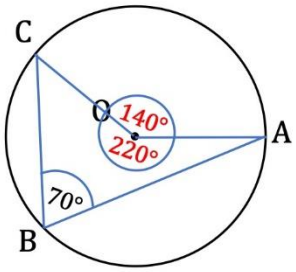
มี $\overline{OA}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม

มี $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

ถ้า $A\hat{B}C$ มีขนาดเท่ากับ 70°

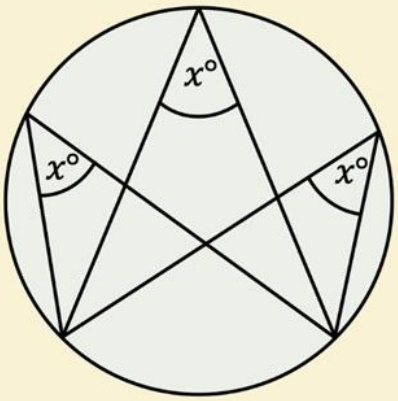
จงหาขนาดของมุมกลับ AOC ที่รองรับด้วยส่วนโค้ง ABC

โดยใช้ขั้นตอน KWDL



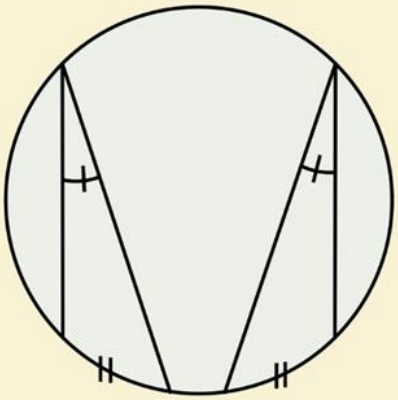
ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{OA}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม 3. มี $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 4. $A\hat{B}C$ มีขนาดเท่ากับ 70°
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของมุมกลับ AOC รองรับด้วยส่วนโค้ง ABC
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{OA}$ และ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 3. $A\hat{B}C = 70^\circ$ (กำหนดให้) 4. $A\hat{O}C = 2A\hat{B}C = 2(70^\circ) = 140^\circ$ (3 และมุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน) 5. มุมกลับ $AOC + A\hat{O}C = 360^\circ$ (มุมรอบจุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากับ 360°) 6. มุมกลับ $AOC = 360^\circ - A\hat{O}C = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ$ (4 และ 5)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	มุมกลับ AOC รองรับด้วยส่วนโค้ง ABC มีขนาดเท่ากับ 220°

ใบความรู้ที่ 4 เรื่อง มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม



ทฤษฎีบท

ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน



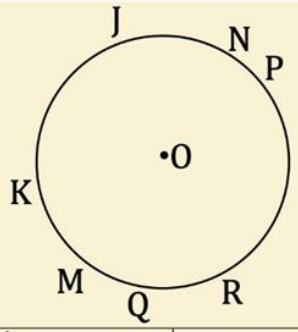
ทฤษฎีบท

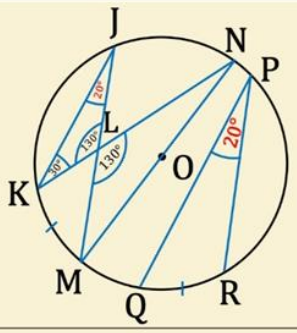
1) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมเหล่านั้นจะยาวเท่ากัน

2) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน

ตัวอย่าง

กำหนดให้ K, J, M, N, P, Q และ R เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป มี $\overline{MN}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง มี $\overline{KN}$ และ $\overline{JM}$ ตัดกันที่จุด L มี $\overline{KJ}$, $\overline{PQ}$ และ $\overline{PR}$ เป็นคอร์ดของวงกลม ส่วนโค้ง KM ยาวเท่ากับส่วนโค้ง QR $J\hat{K}N = 30°$ และ $M\hat{L}N = 130°$ จงหาขนาดของ $Q\hat{P}R$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL

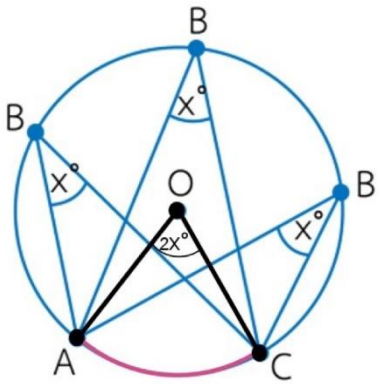


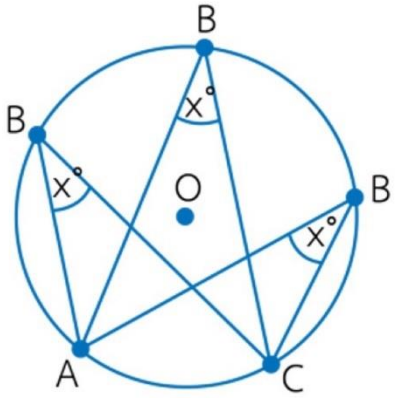


ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	1. K, J, M, N, P, Q และ R เป็นจุดบนวงกลม O 2. $\overline{MN}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง 3. $\overline{KN}$ และ $\overline{JM}$ ตัดกันที่จุด L 4. $\overline{KJ}$, $\overline{PQ}$ และ $\overline{PR}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O 5. ส่วนโค้ง KM ยาวเท่ากับส่วนโค้ง QR 6. $J\hat{K}N = 30°$ 7. $M\hat{L}N = 130°$
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	หาขนาดของ $Q\hat{P}R$
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	1. $\overline{MN}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{KJ}$, $\overline{PQ}$ และ $\overline{PR}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 3. $\overline{KN}$ และ $\overline{JM}$ ตัดกันที่จุด L (กำหนดให้) 4. $M\hat{L}N = 130°$ (กำหนดให้) 5. $K\hat{L}J = M\hat{L}N = 130°$ (4 และมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน) 6. $J\hat{K}N = 30°$ (กำหนดให้) 7. $K\hat{J}L = 180° - K\hat{L}J - J\hat{K}N = 180° - 130° - 30° = 20°$ (5 และมุมภายในรูปสามเหลี่ยมมีขนาดรวมกันได้ 180°) 8. ส่วนโค้ง KM เท่ากับส่วนโค้ง QR (กำหนดให้) 9. ดังนั้น $Q\hat{P}R = K\hat{J}L = K\hat{J}M = 20°$ (7,8 และถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากันแล้ว มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน)
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	$Q\hat{P}R = 20°$

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 4 มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง</u> 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์





จากความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน จะพบว่า มุมในส่วนโค้งของวงกลมทุกมุม ต่างก็มีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของมุมที่จุดศูนย์กลาง ดังนั้น มุมเหล่านี้จะมีขนาดเท่ากันทั้งหมด ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้ ...

ทฤษฎีบท .....

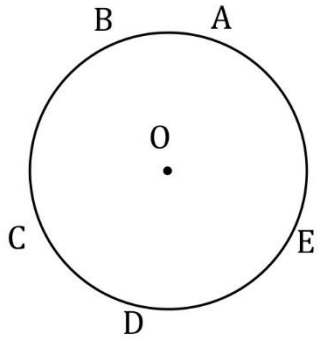
บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 4 มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง 2.</u> ให้ A, B, C, D และ E เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

มี $\overline{BD}$, $\overline{DA}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{BE}$ และ $\overline{EA}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

ถ้า $B\hat{D}A + B\hat{C}A = 46°$

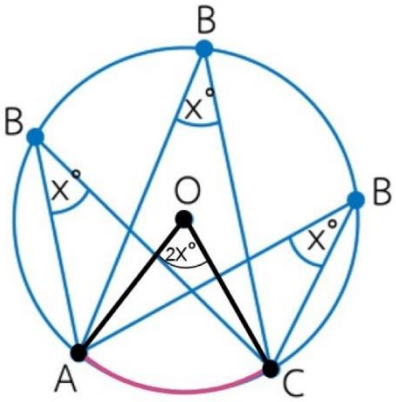
จงหาขนาดของ $B\hat{E}A$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL

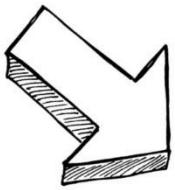


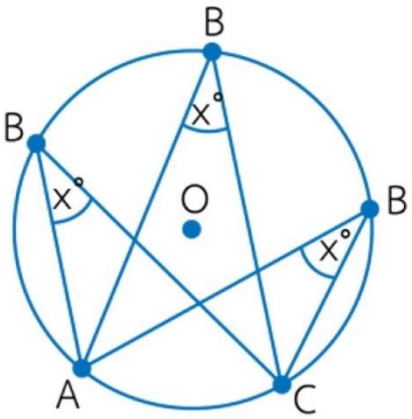
<u>ขั้นที่ 1 K</u>: สิ่งที่โจทย์กำหนด	....
<u>ขั้นที่ 2 W</u>: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
<u>ขั้นที่ 3 D</u> : วิธีการหาคำตอบ	....
<u>ขั้นที่ 4 L</u>: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 4 มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่..... เฉลย	

คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์







จากความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน จะพบว่า มุมในส่วนโค้งของวงกลมทุกมุม ต่างก็มีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของมุมที่จุดศูนย์กลาง ดังนั้น มุมเหล่านี้จะมีขนาดเท่ากันทั้งหมด ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้ ...

(แนวคำตอบหน้า 60)

ทฤษฎีบท ในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

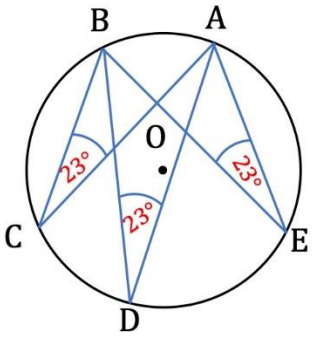
บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 4 มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 2. ให้ A, B, C, D และ E เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

มี $\overline{BD}$, $\overline{DA}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{BE}$ และ $\overline{EA}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

ถ้า $B\hat{D}A + B\hat{C}A = 46°$

จงหาขนาดของ $B\hat{E}A$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B, C, D, และ E เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{BD}$, $\overline{DA}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{BE}$ และ $\overline{EA}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 3. $B\hat{D}A + B\hat{C}A = 46°$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของ $B\hat{E}A$
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{BD}$, $\overline{DA}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{BE}$ และ $\overline{EA}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $B\hat{D}A + B\hat{C}A = 46°$ (กำหนดให้) 3. $B\hat{D}A = B\hat{C}A = B\hat{E}A$ (มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน) 4. $B\hat{D}A + B\hat{D}A = 46°$ (2 และ 3) 5. $B\hat{D}A = \frac{46°}{2} = 23°$ (4) 6. $B\hat{E}A = 23°$ (3 และ 5)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	$B\hat{E}A = 23°$

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 4 มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

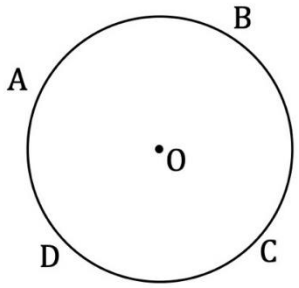
คำชี้แจง ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

มี $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

จะได้รูปสี่เหลี่ยม ABCD

$C\hat{A}B = 47°$, $A\hat{B}D = 35°$ และ $A\hat{D}C = 100°$

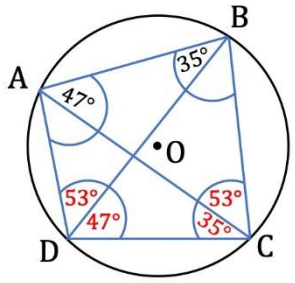
จงหาขนาดของ $D\hat{C}B$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	.....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	.....
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	.....

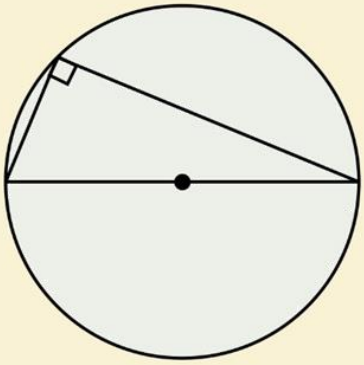
บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 4 มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....**เฉลย**.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป มี $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $C\hat{A}B = 47°$, $A\hat{B}D = 35°$ และ $A\hat{D}C = 100°$ จงหาขนาดของ $D\hat{C}B$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 3. $C\hat{A}B = 47°$ 4. $A\hat{B}D = 35°$ 5. $A\hat{D}C = 100°$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของ $D\hat{C}B$
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $C\hat{A}B = 47°$ (กำหนดให้) 3. $B\hat{D}C = C\hat{A}B = 47°$ (2 และมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน) 4. $A\hat{B}D = 35°$ (กำหนดให้) 5. $A\hat{C}D = A\hat{B}D = 35°$ (4 และมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน) 6. $A\hat{D}C = 100°$ (กำหนดให้) 7. $A\hat{D}B = A\hat{D}C - B\hat{D}C = 100° - 47° = 53°$ (3 และ 6) 8. $A\hat{C}B = A\hat{D}B = 53°$ (7 และมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน) 9. $D\hat{C}B = A\hat{C}D + A\hat{C}B = 35° + 53° = 88°$ (5 และ 8)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	$D\hat{C}B = 88°$

ใบความรู้ที่ 5 เรื่อง มุมในครึ่งวงกลม



ทฤษฎีบท

มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา

ตัวอย่าง

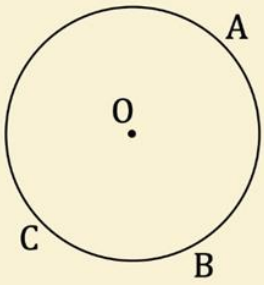
A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

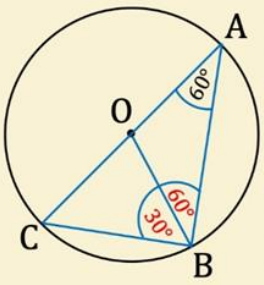
$\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

$\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$\overline{BO}$ เป็นรัศมีของวงกลม และ $B\hat{A}O = 60°$

จงหาขนาดของ $C\hat{B}O$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL

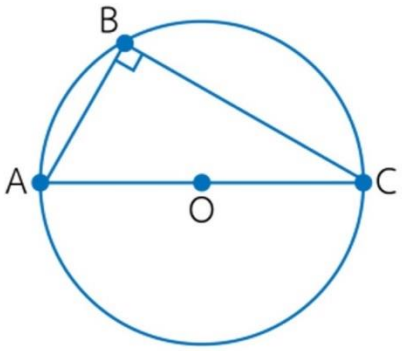




ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	1. A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป 2. $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง 3. $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 4. $\overline{BO}$ เป็นรัศมีของวงกลม 5. $B\hat{A}O = 60°$
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	หาขนาดของ $C\hat{B}O$
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	1. $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 3. $\overline{BO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O (กำหนดให้) 4. $B\hat{A}O = 60°$ (กำหนดให้) 5. $BO = AO$ (รัศมีของวงกลมเดียวกัน) 6. ΔAOB เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (5) 7. $A\hat{B}O = B\hat{A}O = 60°$ (4 และมุมที่ฐานของสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน) 8. $A\hat{B}C = 90°$ (มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ 90°) 9. $C\hat{B}O = 90° - 60° = 30°$ (7 และ 8)
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	$C\hat{B}O = 30°$

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 5 มุมในครึ่งวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

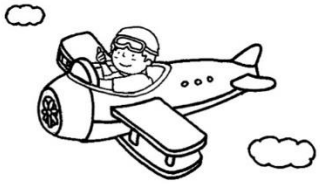
<u>คำชี้แจง</u> 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์



กำหนดให้ วงกลม O มี $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

จากรูป จะเห็นว่า.....เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง ซึ่งเป็นมุมตรงจึงมีขนาด.....และรองรับด้วยส่วนโค้ง.....

และ.....เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย.....



จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลม และ
มุมที่จุดศูนย์กลาง จึงได้ว่า $A\hat{B}C$ มีขนาดเท่ากับ $90°$ ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้ ...

ทฤษฎีบท .....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 5 มุมในครึ่งวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

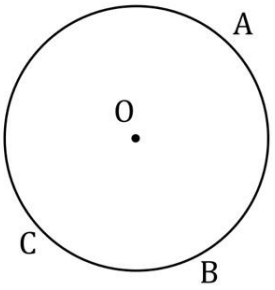
<u>คำชี้แจง 2.</u> ให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

มี $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

มี $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

มี $\overline{BO}$ เป็นรัศมีของวงกลม และ $B\hat{O}A = 106°$

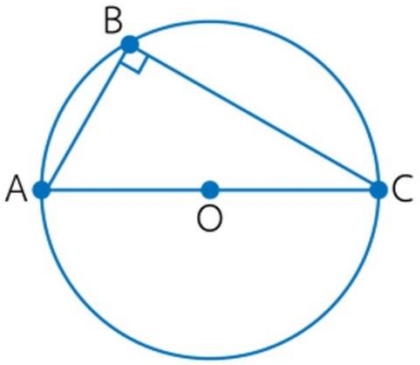
จงหาขนาดของ $C\hat{B}O$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



<u>ขั้นที่ 1 K</u>: สิ่งที่โจทย์กำหนด	.....
<u>ขั้นที่ 2 W</u>: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
<u>ขั้นที่ 3 D</u> : วิธีการหาคำตอบ	.....
<u>ขั้นที่ 4 L</u>: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 5 มุมในครึ่งวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	เฉลย ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

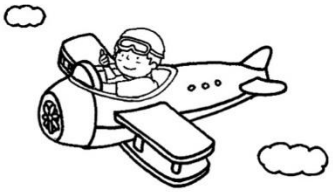
คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์



กำหนดให้ วงกลม O มี $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

จากรูป จะเห็นว่า.....$A\hat{O}C$.....เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง ซึ่งเป็นมุมตรงจึงมีขนาด.....$180°$.....และรองรับด้วยส่วนโค้ง.....AC.....

และ.....$A\hat{B}C$.....เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย.....AC.....

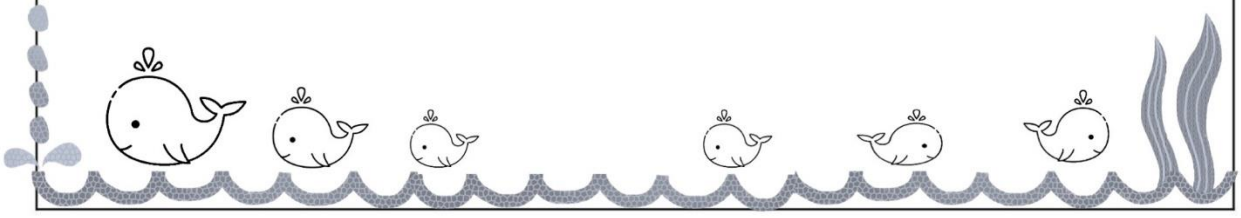


จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลม และ

มุมที่จุดศูนย์กลาง จึงได้ว่า $A\hat{B}C$ มีขนาดเท่ากับ $90°$ ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้ ...

(แนวคำตอบหน้า 64)

ทฤษฎีบท มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา



บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 5 มุมในครึ่งวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ..... เฉลย .....ชั้น.....เลขที่.....	

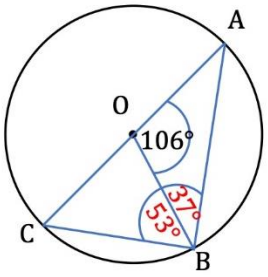
คำชี้แจง 2. ให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

มี $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

มี $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

มี $\overline{BO}$ เป็นรัศมีของวงกลม และ $B\hat{O}A = 106°$

จงหาขนาดของ $C\hat{B}O$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง 3. มี $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 4. มี $\overline{BO}$ เป็นรัศมีของวงกลม 5. $B\hat{O}A = 106°$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของ $C\hat{B}O$
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 3. $\overline{BO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O (กำหนดให้) 4. $BO = AO$ (รัศมีของวงกลมเดียวกัน) 5. ΔBOA เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (4) 6. $A\hat{B}O = B\hat{A}O$ (มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน) 7. $B\hat{O}A = 106°$ (กำหนดให้) 8. $A\hat{B}O + B\hat{A}O + B\hat{O}A = 180°$ (ขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น $180°$) 9. $A\hat{B}O + A\hat{B}O + B\hat{O}A = 180°$ (6 และ 8) 10. $A\hat{B}O = \frac{180° - B\hat{O}A}{2} = \frac{180° - 106°}{2} = 37°$ (7 และ 9) 11. $A\hat{B}C = 90°$ (มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด $90°$) 12. $C\hat{B}O = A\hat{B}C - A\hat{B}O = 90° - 37° = 53°$ (10 และ 11)
ขั้นที่ 4 L: ได้	$C\hat{B}O = 53°$

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 5 มุมในครึ่งวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

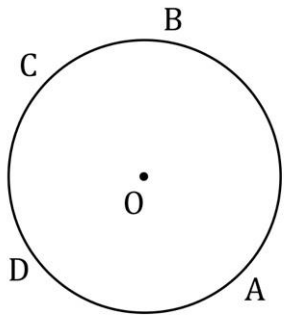
มี $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

มี $\overline{BA}$, $\overline{BD}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

คอร์ด $\overline{BD}$ ตัดเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overline{AC}$ ที่จุด E

$B\hat{A}C = 17°$ และ $D\hat{E}A = 56°$

จงหาผลต่างของ $C\hat{B}E$ กับ $A\hat{B}E$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	....
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 5 มุมในครึ่งวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

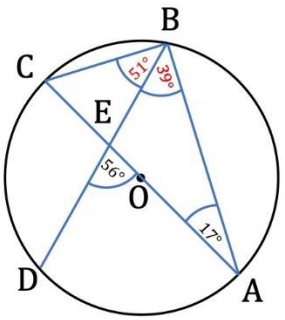
มี $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

มี $\overline{BA}$, $\overline{BD}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

คอร์ด $\overline{BD}$ ตัดเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overline{AC}$ ที่จุด E

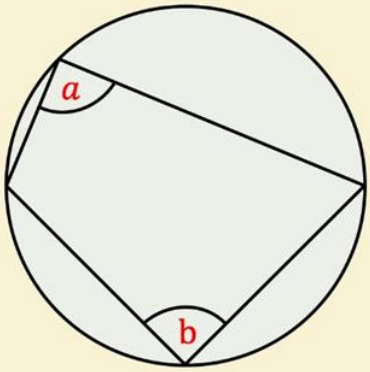
$B\hat{A}C = 17°$ และ $D\hat{E}A = 56°$

จงหาผลต่างของ $C\hat{B}E$ กับ $A\hat{B}E$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง 3. มี $\overline{BA}$, $\overline{BD}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 4. คอร์ด $\overline{BD}$ ตัดเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overline{AC}$ ที่จุด E 5. $B\hat{A}C = 17°$ 6. $D\hat{E}A = 56°$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาผลต่างของ $C\hat{B}E$ กับ $A\hat{B}E$
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{BA}$, $\overline{BD}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 3. คอร์ด $\overline{BD}$ ตัดเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overline{AC}$ ที่จุด E (กำหนดให้) 4. $D\hat{E}A = 56°$ (กำหนดให้) 5. $B\hat{A}C = 17°$ (กำหนดให้) 6. $D\hat{E}A = B\hat{A}C + A\hat{B}E$ (ขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น) 7. $A\hat{B}E = D\hat{E}A - B\hat{A}C = 56° - 17° = 39°$ (4, 5 และ 6) 8. $A\hat{B}C = 90°$ (มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา) 9. $C\hat{B}E = A\hat{B}C - A\hat{B}E = 90° - 39 = 51°$ (7 และ 8) 10. $C\hat{B}E - A\hat{B}E = 51° - 39° = 12°$ (7 และ 9)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	ผลต่างของ $C\hat{B}E$ กับ $A\hat{B}E$ คือ 12°

ใบความรู้ที่ 6 เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม



$$\hat{a} + \hat{b} = 180°$$

ทฤษฎีบท

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม
แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามจะเท่ากับ 180 องศา

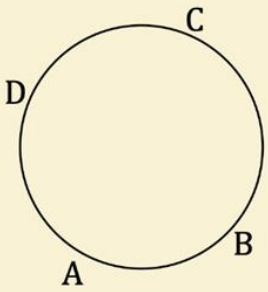
ตัวอย่าง

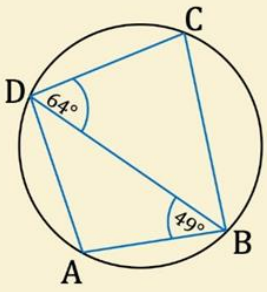
กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนวงกลม ดังรูป

มี $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ และ $\overline{DB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$A\hat{B}D = 49°$ และ $B\hat{D}C = 64°$

จงหาผลบวกของ $A\hat{D}B$ กับ $D\hat{B}C$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL





ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	1. A, B, C, D เป็นจุดบนวงกลม ดังรูป 2. $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ และ $\overline{DB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 3. $B\hat{D}C = 64°$ 4. $A\hat{B}D = 49°$
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	หาผลบวกของ $A\hat{D}B$ กับ $D\hat{B}C$
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	1. $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ และ $\overline{DB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม (กำหนดให้) 2. $B\hat{D}C = 64°$ (กำหนดให้) 3. $A\hat{B}D = 49°$ (กำหนดให้) 4. $(D\hat{B}C + A\hat{B}D) + (A\hat{D}B + B\hat{D}C) = 180°$ (ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม จะเท่ากับ 180 องศา) 5. $A\hat{D}B + D\hat{B}C = 180° - A\hat{B}D - B\hat{D}C$ $= 180° - 49° - 64° = 67°$ (2,3 และ 4)
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	ผลบวกของ $A\hat{D}B$ กับ $D\hat{B}C$ คือ $67°$

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 6 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

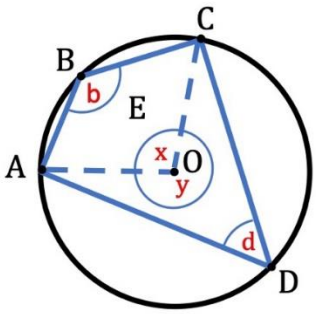
คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์

รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

คือ.....

.....

.....



$x + y = 360°$

$2d = x$

$2b = y$

ดังนั้น $b + d = 180°$

ซึ่งสามารถสรุปเป็นทฤษฎีบทได้ดังนี้ ..

ทฤษฎีบท

.....

.....

.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 6 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

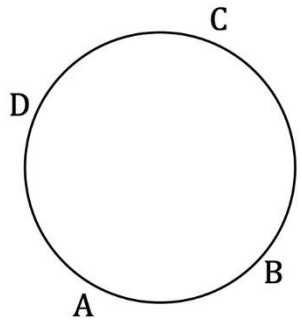
คำชี้แจง 2. ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม ดังรูป

มี $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DB}$ และ $\overline{DA}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$\overline{DB}$ แบ่งครึ่ง $C\hat{B}A$

$B\hat{D}C = 56°$, $C\hat{B}A = 86°$

จงหาขนาดของ $D\hat{A}B$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	.....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	.....
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	.....

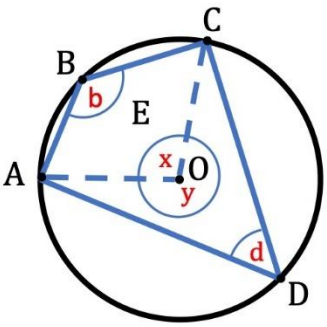
บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 6 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	เฉลย ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์

(แนวคำตอบหน้า 66-68)

รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

คือ รูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ที่อยู่ภายในวงกลม โดยที่จุดยอดทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมนั้นอยู่บนวงกลม



$x + y = 360°$

$2d = x$

$2b = y$

ดังนั้น $b + d = 180°$

ซึ่งสามารถสรุปเป็นทฤษฎีบทได้ดังนี้ ..

ทฤษฎีบท

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามจะเท่ากับ 180 องศา

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 6 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

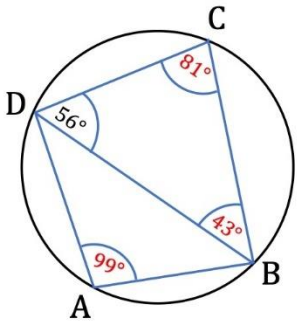
<u>คำชี้แจง</u> 2. ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม ดังรูป

มี $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DB}$ และ $\overline{DA}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$\overline{DB}$ แบ่งครึ่ง $C\hat{B}A$

$B\hat{D}C = 56°$, $C\hat{B}A = 86°$

จงหาขนาดของ $D\hat{A}B$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



<u>ขั้นที่ 1 K</u>: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม 2. มี $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DB}$ และ $\overline{DA}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 3. $\overline{DB}$ แบ่งครึ่ง $C\hat{B}A$ 4. $B\hat{D}C = 56°$ 5. $C\hat{B}A = 86°$
<u>ขั้นที่ 2 W</u>: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของ $D\hat{A}B$
<u>ขั้นที่ 3 D</u> : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DB}$ และ $\overline{DA}$ เป็นคอร์ดของวงกลม (กำหนดให้) 2. $\overline{DB}$ แบ่งครึ่ง $C\hat{B}A$ (กำหนดให้) 3. $C\hat{B}A = 86°$ (กำหนดให้) 4. $D\hat{B}C = \frac{C\hat{B}A}{2} = \frac{86°}{2} = 43°$ (2 และ 3) 5. $B\hat{D}C = 56°$ (กำหนดให้) 6. $D\hat{C}B + B\hat{D}C + D\hat{B}C = 180°$ (ขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น 180°) 7. $D\hat{C}B = 180° - B\hat{D}C - D\hat{B}C = 180° - 56° - 43° = 81°$ (4, 5 และ 6) 8. $D\hat{A}B + D\hat{C}B = 180°$ (ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมเป็น 180°) 9. $D\hat{A}B = 180° - D\hat{C}B = 180° - 81° = 99°$ (7 และ 8)
<u>ขั้นที่ 4 L</u>: คำตอบที่ได้	$D\hat{A}B = 99°$

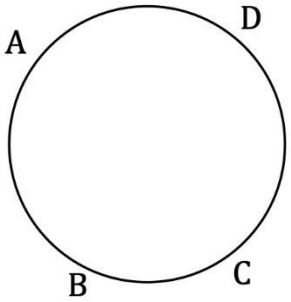
บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 6 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม ดังรูป

มี $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$B\hat{A}C = 30°, D\hat{B}C = 53°, A\hat{D}B = 51°$

จงหาขนาดของ $A\hat{C}D$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	....
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	.....

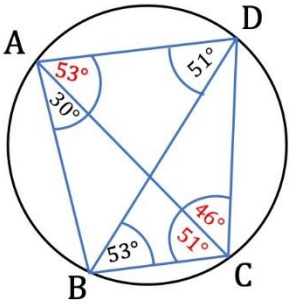
บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 6 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	เฉลย ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม ดังรูป

มี $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$B\hat{A}C = 30°, D\hat{B}C = 53°, A\hat{D}B = 51°$

จงหาขนาดของ $A\hat{C}D$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. ให้ A, B, C, D เป็นจุดบนวงกลม 2. มี $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 3. $B\hat{A}C = 30°$ 4. $D\hat{B}C = 53°$ 5. $A\hat{D}B = 51°$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของ $A\hat{C}D$
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม (กำหนดให้) 2. $D\hat{B}C = 53°$ (กำหนดให้) 3. $D\hat{A}C = D\hat{B}C = 53°$ (2 และมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน) 4. $A\hat{D}B = 51°$ (กำหนดให้) 5. $A\hat{C}B = A\hat{D}B = 51°$ (4 และมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน) 6. $B\hat{A}C = 30°$ (กำหนดให้) 7. $(B\hat{A}C + D\hat{A}C) + (A\hat{C}B + A\hat{C}D) = 180°$ (ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมเป็น 180°) 8. $A\hat{C}D = 180° - B\hat{A}C - D\hat{A}C - A\hat{C}B = 180° - 30° - 53° - 51° = 46°$ (3, 5, 6 และ 7)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	$A\hat{C}D = 46°$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

เรื่อง คอร์ดของวงกลม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง วงกลม เวลา 13 ชั่วโมง

รหัสวิชา ค 23102 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 เวลา 3 ชั่วโมง

ครูผู้สอน นางสาวกรกมล แกล้วกล้า โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงิน อนุสรณ์

---

1. มาตรฐานการเรียนรู้ / จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ม.3/3 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.2.1 ด้านความรู้

3) นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลม

1.2.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1) นักเรียนสามารถเขียนอธิบายคอร์ดของวงกลมได้

2. สาระสำคัญ

คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

1) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน

2) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม

1) ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้

- ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด
- ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด

2) เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น

คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

1) ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน

2) ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

3. สาระการเรียนรู้

คอร์ดของวงกลม

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

4.1 ความสามารถในการคิด

4.2 ความสามารถในการแก้ปัญหา

5. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

5.1 ใฝ่เรียนรู้

5.2 มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1 คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

<u>ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้เดิม</u>

1.1 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม โดยครูถามคำถามเพื่อทบทวนความรู้ของนักเรียน ดังนี้

- มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีลักษณะเป็นอย่างไร (แนวตอบ เป็นมุมในวงกลมที่มีจุดยอดอยู่ที่เส้นรอบวง โดยที่แขนของมุมทั้ง 2 ข้างตัดกับเส้นรอบวง)
- ขนาดของมุมในครึ่งวงกลมเท่ากับกี่องศา (แนวตอบ มุมในครึ่งวงกลม มีขนาดเท่ากับ 90 องศา)
- ในวงกลมเดียวกัน ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันคืออะไร (แนวตอบ ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางจะเป็น 2 เท่าของขนาดมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน)
- ในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ขนาดของมุมจะเป็นอย่างไร (แนวตอบ มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน)
- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะเป็นอย่างไร (แนวตอบ ยาวเท่ากัน)

- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะเป็นอย่างไร (แนวตอบ มีขนาดเท่ากัน)

1.2 ครูทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL โดยครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 6 เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม จากคาบที่แล้ว ดังนี้

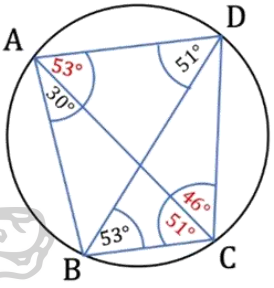
บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 6 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	เฉลย ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม ดังรูป

มี $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$B\hat{A}C = 30°, D\hat{B}C = 53°, A\hat{D}B = 51°$

จงหาขนาดของ $A\hat{C}D$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. ให้ A, B, C, D เป็นจุดบนวงกลม 2. มี $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 3. $B\hat{A}C = 30°$ 4. $D\hat{B}C = 53°$ 5. $A\hat{D}B = 51°$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของ $A\hat{C}D$
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม (กำหนดให้) 2. $D\hat{B}C = 53°$ (กำหนดให้) 3. $D\hat{A}C = D\hat{B}C = 53°$ (2 และมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน) 4. $A\hat{D}B = 51°$ (กำหนดให้) 5. $A\hat{C}B = A\hat{D}B = 51°$ (4 และมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน) 6. $B\hat{A}C = 30°$ (กำหนดให้) 7. $(B\hat{A}C + D\hat{A}C) + (A\hat{C}B + A\hat{C}D) = 180°$ (ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมเป็น $180°$) 8. $A\hat{C}D = 180° - B\hat{A}C - D\hat{A}C - A\hat{C}B = 180° - 30° - 53° - 51° = 46°$ (3, 5, 6 และ 7)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	$A\hat{C}D = 46°$

ขั้นที่ 2 แสวงหาความรู้ใหม่

2.1 ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 5 คน โดยคละความสามารถ (เก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน อ่อน 1 คน) แล้วให้นักเรียนตั้งชื่อกลุ่มของตนเอง

2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาความรู้เรื่อง คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม จากหนังสือเรียนหน้า 73 – 74 หรือใบความรู้ที่ 7 เรื่อง คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

ขั้นที่ 3 เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

3.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม โดยใช้ขั้นตอนของเทคนิค KWDL ในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม (เทคนิค KWDL)

4.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มผลัดกัน นำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 7 ของตนเองที่ได้จากการใช้เทคนิค KWDL ให้เพื่อนในกลุ่มฟัง แล้วเพื่อนในกลุ่มร่วมซักถามข้อสงสัย จนทุกคนในกลุ่มมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกัน

ขั้นที่ 5 สรุปและจัดระเบียบความรู้

5.1 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ ภายในกลุ่ม เพื่อเตรียมนำเสนอหน้าชั้นเรียน ดังนี้

ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของคอร์ดกับความยาวของส่วนโค้งของวงกลม เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

ทฤษฎีบท

1. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน
2. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

ขั้นที่ 6 แสดงผลงาน

6.1 ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 7

6.2 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปองค์ความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ หน้าชั้นเรียน ดังนี้

คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

ทฤษฎีบท

1. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน
2. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

ขั้นที่ 7 ประยุกต์ใช้ความรู้

7.1 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 7 เรื่อง คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม โดยใช้เทคนิค KWDL เป็นการบ้านและนำส่งในคาบถัดไป

ชั่วโมงที่ 2 คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม

ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่อง คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม โดยครูถามคำถามเพื่อทบทวนนักเรียนดังนี้

- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ด 2 เส้น ยาวเท่ากัน แล้วส่วนโค้งน้อยของคอร์ดทั้ง 2 เส้นนั้น เป็นอย่างไร (แนวตอบ ยาวเท่ากัน)
- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งน้อยและส่วนโค้งใหญ่ของคอร์ดทั้ง 2 เส้น ยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้ง 2 เส้น เป็นอย่างไร (แนวตอบ ยาวเท่ากัน)

1.2 ครูทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL โดยครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 7 เรื่อง คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม จากคาบที่แล้ว ดังนี้

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 7 คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	เฉลย ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

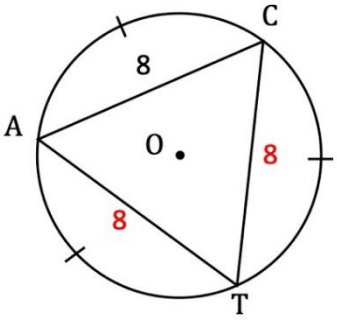
คำชี้แจง ให้ C, A และ T เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

มี $\overline{CA}$, $\overline{AT}$ และ $\overline{TC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$CA = 8$ หน่วย

และ $m(\overset{\frown}{CA}) = m(\overset{\frown}{AT}) = m(\overset{\frown}{TC})$

จงหาความยาวรอบรูปของ ΔCAT โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. C, A และ T เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{CA}$, $\overline{AT}$ และ $\overline{TC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 3. $CA = 8$ หน่วย 4. $m(\overset{\frown}{CA}) = m(\overset{\frown}{AT}) = m(\overset{\frown}{TC})$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาความยาวรอบรูปของ ΔCAT
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{CA}$, $\overline{AT}$ และ $\overline{TC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $m(\overset{\frown}{CA}) = m(\overset{\frown}{AT}) = m(\overset{\frown}{TC})$ (กำหนดให้) 3. $CA = 8$ หน่วย (กำหนดให้) 4. $AT = TC = CA = 8$ หน่วย (2, 3 และถ้าส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน) 5. ความยาวรอบรูปของ $\Delta CAT = CA + AT + TC = 8 + 8 + 8 = 24$ หน่วย (4)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	ความยาวรอบรูปของ ΔCAT เท่ากับ 24 หน่วย

ขั้นที่ 2 แสวงหาความรู้ใหม่

2.1 ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 5 คน โดยคละความสามารถ (เก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน อ่อน 1 คน) แล้วให้นักเรียนตั้งชื่อกลุ่มของตนเอง

2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาความรู้เรื่อง คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม จากหนังสือเรียนหน้า 75 – 76 หรือใบความรู้ที่ 8 เรื่อง คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม

ขั้นที่ 3 เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

3.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 8 เรื่อง คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม โดยใช้ขั้นตอนของเทคนิค KWDL ในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม

4.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มผลัดกัน นำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 8 ของตนเองให้เพื่อนในกลุ่มฟัง แล้วซักถามข้อสงสัย โดยใช้ขั้นตอนของเทคนิค KWDL จนทุกคนในกลุ่มมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกัน

ขั้นที่ 5 สรุปและจัดระเบียบความรู้

5.1 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ ภายในกลุ่ม เพื่อเตรียมนำเสนอหน้าชั้นเรียน ดังนี้

คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม

ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้

1) ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด
2) ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด

ทฤษฎีบท

เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น

ขั้นที่ 6 แสดงผลงาน

6.1 ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 8 และสรุปองค์ความรู้ที่ได้หน้าชั้นเรียน ดังนี้

ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้

1) ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด
2) ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด

ทฤษฎีบท

เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น

ขั้นที่ 7 ประยุกต์ใช้ความรู้ (เทคนิค KWDL)

7.1 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 8 เรื่อง คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม โดยใช้เทคนิค KWDL เป็นการบ้านและนำส่งในคาบถัดไป

ชั่วโมงที่ 3 คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้เดิม

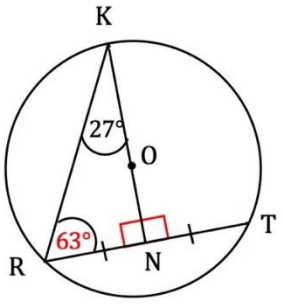
1.1 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่อง คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม โดยครูถามคำถามเพื่อทบทวนให้นักเรียนดังนี้

- ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลมกับจุดศูนย์กลางของวงกลมคืออะไร (แนวตอบ เส้นตรงนั้นจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม)
- ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางของวงกลมและตั้งฉากกับคอร์ด ส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ดใช่หรือไม่ (แนวตอบ ใช่)
- ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางของวงกลมและแบ่งครึ่งคอร์ด ส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ดใช่หรือไม่ (แนวตอบ ใช่)

1.2 ครูทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL โดยครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 8 เรื่อง คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม จากคาบที่แล้ว ดังนี้

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 8 คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....เฉลย.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ K, R และ T เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป มี $\overline{KR}$ และ $\overline{RT}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $\overline{KN}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุด O และแบ่งครึ่งคอร์ด $\overline{RT}$ ที่จุด N $R\hat{K}N = 27°$ จงหาขนาดของ $K\hat{R}T$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. K, R และ T เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{KR}$ และ $\overline{RT}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O 3. $\overline{KN}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุด O และแบ่งครึ่งคอร์ด $\overline{RT}$ ที่จุด N 4. $R\hat{K}N = 27°$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของ $K\hat{R}T$

ขั้นที่ 3 D: **วิธีการหาคำตอบ**	1. $\overline{KR}$ และ $\overline{RT}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{KN}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุด O และแบ่งครึ่งคอร์ด $\overline{RT}$ ที่จุด N (กำหนดให้) 3. $K\hat{N}R = 90°$ (2 และถ้าส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางมาแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด) 4. $R\hat{K}N = 27°$ (กำหนดให้) 5. $K\hat{R}N + R\hat{K}N + K\hat{N}R = 180°$ (ขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น 180°) 6. $K\hat{R}N = 180° - R\hat{K}N - K\hat{N}R = 180° - 27° - 90° = 63°$ (3, 4 และ 5) 7. $K\hat{R}T = K\hat{R}N = 63°$
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	$K\hat{R}T = 63°$

ขั้นที่ 2 แสวงหาความรู้ใหม่

2.1 ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 5 คน โดยคละความสามารถ (เก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน อ่อน 1 คน) แล้วให้นักเรียนตั้งชื่อกลุ่มของตนเอง

2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาความรู้เรื่อง คอร์ดที่ยาวเท่ากัน จากหนังสือเรียนหน้า 77 – 79 หรือใบความรู้ที่ 9 เรื่อง คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

ขั้นที่ 3 เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

3.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 9 เรื่อง คอร์ดที่ยาวเท่ากัน โดยใช้ขั้นตอนของเทคนิค KWDL ในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม

4.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มผลัดกัน นำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 9 ของตนเองที่ได้จากการใช้เทคนิค KWDL ให้เพื่อนในกลุ่มฟัง แล้วเพื่อนในกลุ่มร่วมซักถามข้อสงสัย จนทุกคนในกลุ่มมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกัน

ขั้นที่ 5 สรุปและจัดระเบียบความรู้

5.1 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ ภายในกลุ่ม เพื่อเตรียมนำเสนอหน้าชั้นเรียน ดังนี้

คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดกับระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางกับคอร์ด เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน

ทฤษฎีบท

ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

ขั้นที่ 6 แสดงผลงาน

6.1 ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 9 และสรุปองค์ความรู้ที่ได้หน้าชั้นเรียน ดังนี้

คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดกับระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางกับคอร์ด เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน

ทฤษฎีบท

ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

ขั้นที่ 7 ประยุกต์ใช้ความรู้

7.1 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 9 เรื่อง คอร์ดที่ยาวเท่ากัน โดยใช้เทคนิค KWDL เป็นการบ้านและนำส่งในคาบถัดไป

7. การวัดและการประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์
ด้านความรู้และด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์			
5) นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลม 6) นักเรียนสามารถเขียนอธิบายคอร์ดของวงกลมได้	ตรวจแบบฝึกหัดที่ 7 – 9	แบบฝึกหัดที่ 7 – 9	นักเรียนได้คะแนนรวมแบบฝึกหัดที่ 7 – 9 ร้อยละ 70 ขึ้นไป (ได้คะแนน 17 คะแนนขึ้นไป)
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์			
5) ใฝ่เรียนรู้ 6) มุ่งมั่นในการทำงาน	ประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	แบบสังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์	นักเรียนมีคะแนนจากการประเมิน 4 คะแนน ขึ้นไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

1) หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2) ใบความรู้ที่ 7 เรื่อง คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม
3) ใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม
4) แบบฝึกหัดที่ 7 เรื่อง คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม
5) ใบความรู้ที่ 8 เรื่อง คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม
6) ใบกิจกรรมที่ 8 เรื่อง คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม
7) แบบฝึกหัดที่ 8 เรื่อง คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม
8) ใบความรู้ที่ 9 เรื่อง คอร์ดที่ยาวเท่ากัน
9) ใบกิจกรรมที่ 9 เรื่อง คอร์ดที่ยาวเท่ากัน
10) แบบฝึกหัดที่ 9 เรื่อง คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

8.2 แหล่งการเรียนรู้

1) ห้องศูนย์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์

9. บันทึกผลการจัดการเรียนรู้

9.1 ด้านความรู้ (K)

.....

.....

.....

.....

.....

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P)

.....

.....

.....

ด้านคุณลักษณะ (A)

.....

.....

.....

9.2 ปัญหา/อุปสรรค/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

9.3 ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นางสาวกรกมล แกล้วกล้า)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2566

แบบบันทึกผลการประเมินการเรียนรู้

เลขที่	ชื่อ – สกุล ของ ผู้รับการประเมิน	ด้านความรู้และด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์					ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์			
		คะแนนแบบฝึกหัดที่			รวมคะแนน	ผลการประเมิน	ใฝ่เรียนรู้	มุ่งมั่นในการทำงาน	รวม	ผลการประเมิน
		7	8	9						
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										

มหาวิทยาลัยศิลปากร

เกณฑ์การให้คะแนนด้านความรู้และด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (8 คะแนน)

สิ่งที่ประเมิน	ระดับคะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏ
K (What we know)	2	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนด หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดผิดทั้งหมด
W (What we want to know)	1	เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ผิด
D (What we do)	4	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนและให้เหตุผลประกอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	3	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องแต่ให้เหตุผลประกอบถูกต้องบางส่วน
	2	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องแต่ให้เหตุผลประกอบผิดทั้งหมดหรือไม่ให้เหตุผลประกอบ
	1	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนไม่ถูกต้องและให้เหตุผลประกอบไม่ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนอธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนและไม่ให้เหตุผลประกอบ
L (What we learned)	1	เขียนแสดงคำตอบได้ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนแสดงคำตอบ หรือ เขียนแสดงคำตอบผิดหมด

แบบสังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คำชี้แจง : ให้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียน แล้วขีดเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องให้ตรงกับระดับคะแนน

เลขที่	ชื่อ – สกุลของ ผู้รับการประเมิน	ใฝ่เรียนรู้			มุ่งมั่นในการทำงาน			รวม 6 คะแนน
		3	2	1	3	2	1	
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								

เกณฑ์การให้คะแนนคุณลักษณะอันพึงประสงค์

5. ใฝ่เรียนรู้

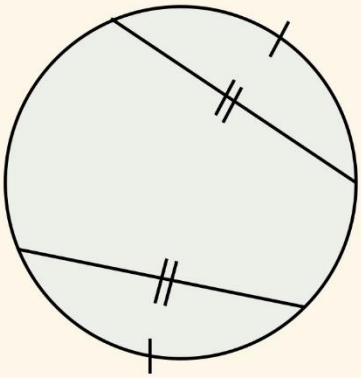
คะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏ
3	เข้าเรียนตรงเวลาและตั้งใจเรียนสม่ำเสมอ
2	เข้าเรียนตรงเวลาและตั้งใจเรียนเป็นบางครั้ง
1	เข้าเรียนไม่ตรงเวลาและไม่ตั้งใจเรียน

6. มุ่งมั่นในการทำงาน

คะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏ
3	รับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายจนสำเร็จและมีการปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น
2	รับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายจนสำเร็จ แต่ไม่มีการปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น
1	ไม่ตั้งใจปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย

มหาวิทยาลัยศิลปากร

ใบความรู้ที่ 7 เรื่อง คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม



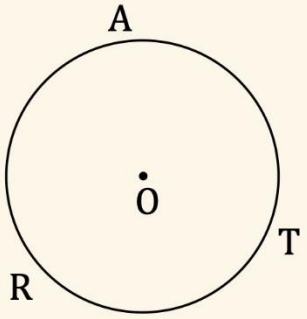
ทฤษฎีบท

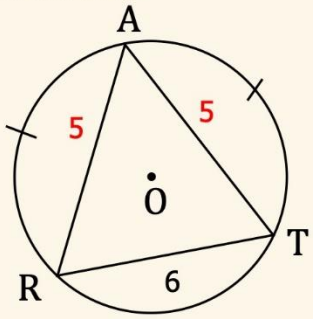
ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบท

ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

ตัวอย่าง ให้ R, A และ T เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป มี $\overline{RA}$, $\overline{AT}$ และ $\overline{TR}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $m(\overset{\frown}{RA}) = m(\overset{\frown}{AT})$ และ $TR = 6$ หน่วย ความยาวรอบรูป ΔRAT เท่ากับ 16 หน่วย จงหาความยาวของ $\overline{AT}$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



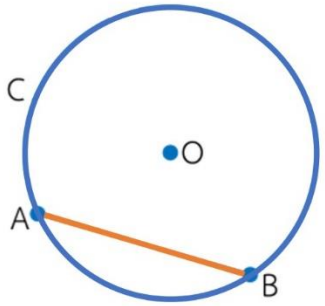


ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	1. ให้ R, A และ T เป็นจุดบนวงกลม 2. มี $\overline{RA}, \overline{AT}$ และ $\overline{TR}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 3. $m(\overset{\frown}{RA}) = m(\overset{\frown}{AT})$ 4. $TR = 6$ หน่วย 5. ความยาวรอบรูป ΔRAT เท่ากับ 16 หน่วย
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	หาความยาวของ $\overline{AT}$
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	1. $\overline{RA}, \overline{AT}$ และ $\overline{TR}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $m(\overset{\frown}{RA}) = m(\overset{\frown}{AT})$ (กำหนดให้) 3. $AT = AR$ (2 และถ้าคอร์ดสองเส้นตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน) 4. ความยาวรอบรูป ΔRAT เท่ากับ 16 หน่วย (กำหนดให้) 5. $2AT + TR = 16$ (3 และ 4) 6. เนื่องจาก $TR = 6$ หน่วย (กำหนดให้) 7. จะได้ $AT = \frac{16-TR}{2} = \frac{16-6}{2} = 5$ หน่วย (5 และ 6)
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	$AT = 5$ หน่วย

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 7 คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง</u> 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์

คอร์ด(chord) คือ.....



จากรูป $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O ซึ่งแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้ง 2 ส่วน

คือ.....

.....

ความยาวของ $\overset{\frown}{ACB}$ เขียนแทนด้วย.....

ความยาวของ $\overset{\frown}{AB}$ เขียนแทนด้วย.....

ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของคอร์ดกับความยาวของส่วนโค้งของวงกลม

เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้ ...

ทฤษฎีบท .....

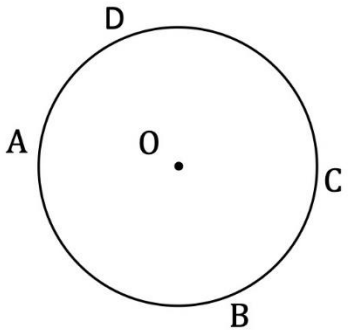
.....

ทฤษฎีบท .....

.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 7 คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง</u> 2. ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป



มี $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

มี $OA = 4$ หน่วย

มี $\overline{BA}$ และ $\overline{DC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

และ $m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{DC})$

ความยาวรอบรูปΔAOB เท่ากับ 14 หน่วย

จงหาความยาวของ $\overline{DC}$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL

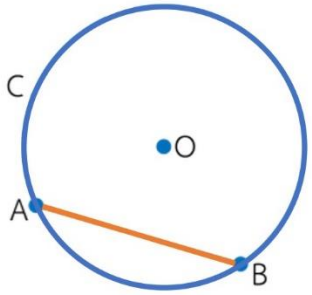
<u>ขั้นที่ 1 K</u>: สิ่งที่โจทย์กำหนด	.....
<u>ขั้นที่ 2 W</u>: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
<u>ขั้นที่ 3 D</u> : วิธีการหาคำตอบ	.....
<u>ขั้นที่ 4 L</u>: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 7 คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	เฉลย ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์

คอร์ด(chord) คือ.....ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน.....

(แนวคำตอบหน้า 74)



จากรูป $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O ซึ่งแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้ง 2 ส่วน คือ.....ส่วนโค้งใหญ่ ACB และส่วนโค้งน้อย AB.....
.....

ความยาวของ $\overset{\frown}{ACB}$ เขียนแทนด้วย.....$m(\overset{\frown}{ACB})$.....

ความยาวของ $\overset{\frown}{AB}$ เขียนแทนด้วย.....$m(\overset{\frown}{AB})$.....

ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของคอร์ดกับความยาวของส่วนโค้งของวงกลม เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้ ...

ทฤษฎีบท ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลม ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบท ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นตัดวงกลม ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 7 คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 2. ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

มี $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

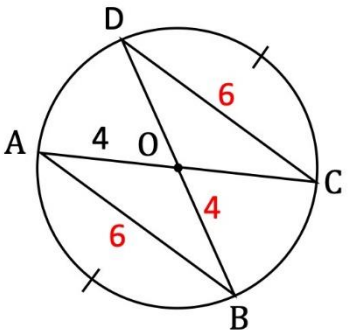
มี $OA = 4$ หน่วย

มี $\overline{BA}$ และ $\overline{DC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

และ $m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{DC})$

ความยาวรอบรูปΔAOB เท่ากับ 14 หน่วย

จงหาความยาวของ $\overline{DC}$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B, C, และ D เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง 3. $OA = 4$ หน่วย 4. มี $\overline{BA}$ และ $\overline{DC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 5. $m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{DC})$ 6. ความยาวรอบรูปΔAOB เท่ากับ 14 หน่วย
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาความยาวของ $\overline{DC}$
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง O (กำหนดให้) 2. $\overline{BA}$ และ $\overline{DC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 3. $OA = 4$ หน่วย (กำหนดให้) 4. $OB = OA = 4$ หน่วย (3 และรัศมีของวงกลมเดียวกัน) 5. ความยาวรอบรูป ΔAOB เท่ากับ 14 หน่วย (กำหนดให้) 6. $OB + OA + BA = 14$ (5) 7. $BA = 14 - OB - OA = 14 - 4 - 4 = 6$ หน่วย (4 และ 6) 8. $m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{DC})$ (กำหนดให้) 9. $DC = BA = 6$ หน่วย (7 และถ้าส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	$DC = 6$ หน่วย

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 7 คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

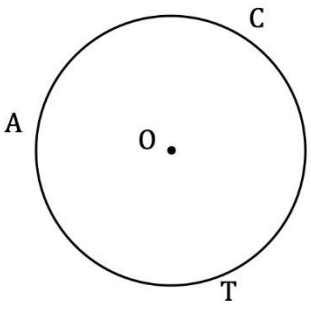
คำชี้แจง ให้ C, A และ T เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

มี $\overline{CA}$, $\overline{AT}$ และ $\overline{TC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$CA = 8$ หน่วย

และ $m(\overset{\frown}{CA}) = m(\overset{\frown}{AT}) = m(\overset{\frown}{TC})$

จงหาความยาวรอบรูปของ ΔCAT โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	.....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	.....
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 7 คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

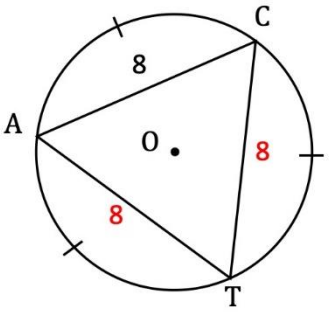
คำชี้แจง ให้ C, A และ T เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

มี $\overline{CA}$, $\overline{AT}$ และ $\overline{TC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$CA = 8$ หน่วย

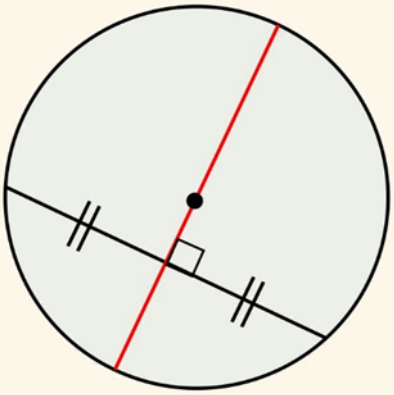
และ $m(\overset{\frown}{CA}) = m(\overset{\frown}{AT}) = m(\overset{\frown}{TC})$

จงหาความยาวรอบรูปของ ΔCAT โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. C, A และ T เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{CA}$, $\overline{AT}$ และ $\overline{TC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 3. $CA = 8$ หน่วย 4. $m(\overset{\frown}{CA}) = m(\overset{\frown}{AT}) = m(\overset{\frown}{TC})$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาความยาวรอบรูปของ ΔCAT
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{CA}$, $\overline{AT}$ และ $\overline{TC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $m(\overset{\frown}{CA}) = m(\overset{\frown}{AT}) = m(\overset{\frown}{TC})$ (กำหนดให้) 3. $CA = 8$ หน่วย (กำหนดให้) 4. $AT = TC = CA = 8$ หน่วย (2, 3 และถ้าส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน) 5. ความยาวรอบรูปของ $\Delta CAT = CA + AT + TC = 8 + 8 + 8 = 24$ หน่วย (4)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	ความยาวรอบรูปของ ΔCAT เท่ากับ 24 หน่วย

ใบความรู้ที่ 8 เรื่อง คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม



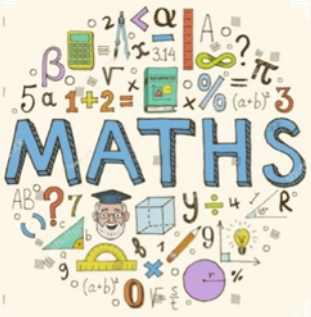
ทฤษฎีบท

ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้

1) ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด
2) ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด

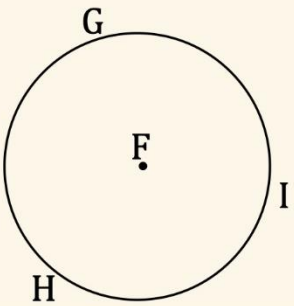
ทฤษฎีบท

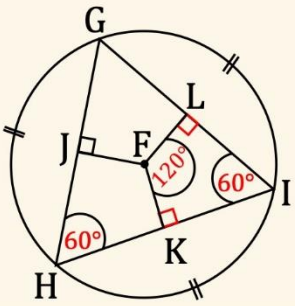
เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น



ตัวอย่าง ให้ H, I, G เป็นจุดบนวงกลม F ดังรูป มี $\overline{HG}, \overline{GI}$ และ $\overline{HI}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $m(\overset{\frown}{HG}) = m(\overset{\frown}{GI}) = m(\overset{\frown}{HI})$

$\overline{FJ}$, $\overline{FL}$ และ $\overline{FK}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุด F แบ่งครึ่งคอร์ด $\overline{HG}, \overline{GI}$ และ $\overline{HI}$ ตามลำดับ จงหาขนาดของมุม $K\hat{F}L$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



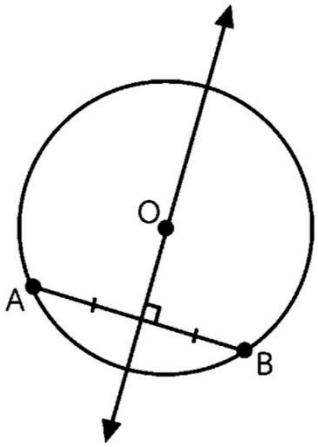


ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	1. H, I, G เป็นจุดบนวงกลม F 2. มี $\overline{HG}, \overline{GI}$ และ $\overline{HI}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 3. $m(\overset{\frown}{HG}) = m(\overset{\frown}{GI}) = m(\overset{\frown}{HI})$ 4. $\overline{FJ}$, $\overline{FL}$ และ $\overline{FK}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุด F ไปแบ่งครึ่งคอร์ด $\overline{HG}, \overline{GI}$ และ $\overline{HI}$ ตามลำดับ
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	หาขนาดของ $K\hat{F}L$
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	1. $\overline{HG}, \overline{GI}$ และ $\overline{HI}$ เป็นคอร์ดของวงกลม F (กำหนดให้) 2. $m(\overset{\frown}{HG}) = m(\overset{\frown}{GI}) = m(\overset{\frown}{HI})$ (กำหนดให้) 3. จะได้ $HG = GI = HI$ (2 และถ้าคอร์ดสองเส้นตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้ว คอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน) 4. ΔGHI เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า (3) 5. $G\hat{H}I = H\hat{G}I = G\hat{I}H = 60°$ (4) 6. $L\hat{I}K = G\hat{I}H = 60°$ (5) 7. $\overline{FJ}$, $\overline{FL}$ และ $\overline{FK}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุด F ไปแบ่งครึ่งคอร์ด $\overline{HG}, \overline{GI}$ และ $\overline{HI}$ ตามลำดับ (กำหนดให้) 8. จะได้ $F\hat{L}I = F\hat{K}I = 90°$ (6 และเส้นตรงผ่านจุดศูนย์กลางและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะตั้งฉากกับคอร์ดนั้น) 9. ดังนั้น $K\hat{F}L = 360° - F\hat{L}I - F\hat{K}I - L\hat{I}K = 360° - 90° - 90° - 60° = 120°$ (6,8 และมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมมีขนาดรวมกันได้ 360°)
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	$K\hat{F}L = 120°$

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 8 คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง</u> 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์

ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้ ...



ทฤษฎีบท

.....

.....

.....

.....

.....

ทฤษฎีบท

.....

.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 8 คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 2. ให้ A และ B เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

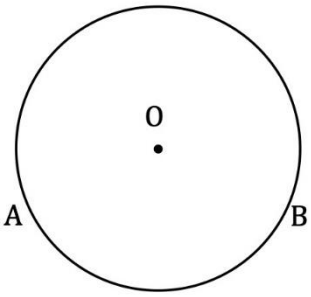
มี $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$\overline{OB}$ และ $\overline{OA}$ เป็นรัศมีของวงกลม

$\overline{OC}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุด O มาตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด C

$OA = 13$ หน่วย และ $AB = 24$ หน่วย

จงหาผลต่างของ OB กับ OC โดยใช้ขั้นตอน KWDL

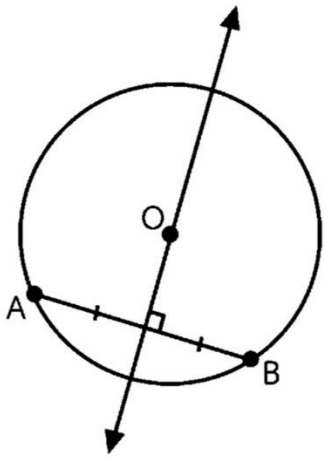


ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	.....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	.....
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 8 คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	เฉลย ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง</u> 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์

ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้ ...



(แนวคำตอบหน้า 76)

ทฤษฎีบท ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติ ดังนี้

1. ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด
2. ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด

ทฤษฎีบท เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 8 คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....**เฉลย**.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 2. ให้ A และ B เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

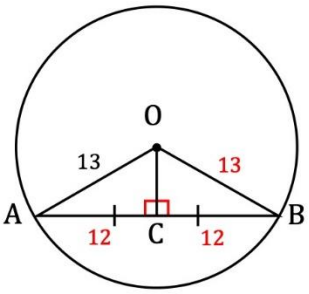
มี $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$\overline{OB}$ และ $\overline{OA}$ เป็นรัศมีของวงกลม

$\overline{OC}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุด O มาตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด C

$OA = 13$ หน่วย และ $AB = 24$ หน่วย

จงหาผลต่างของ OB กับ OC โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A และ B เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 3. $\overline{OB}$ และ $\overline{OA}$ เป็นรัศมีของวงกลม 4. $\overline{OC}$ เป็นส่วนของเส้นตรงลากจากจุด O มาตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด C 5. $OA = 13$ หน่วย 6. $AB = 24$ หน่วย
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาผลต่างของ OB กับ OC
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{OB}$ และ $\overline{OA}$ เป็นรัศมีของวงกลม O (กำหนดให้) 3. $AB = 24$ หน่วย 4. $\overline{OC}$ เป็นส่วนของเส้นตรงลากจากจุด O มาตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด C (กำหนดให้) 5. $AC = \frac{AB}{2} = \frac{24}{2} = 12$ หน่วย (3, 4 และถ้าส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด) 6. $OA = 13$ หน่วย (กำหนดให้) 7. $OB = OA = 13$ (6 และรัศมีวงกลมมีขนาดเท่ากัน) 8. $OC = \sqrt{OA^2 - AC^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$ หน่วย (4, 5, 6 และทฤษฎีบทพีทาโกรัส) 9. $OB - OC = 13 - 5 = 7$ หน่วย (7 และ 8)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	ผลต่างของ OB กับ OC คือ 7 หน่วย

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 8 คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ K, R และ T เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

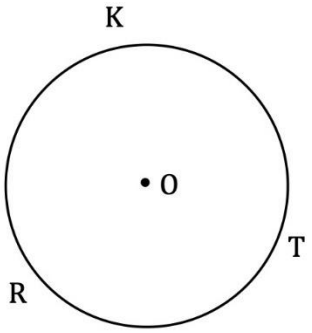
มี $\overline{KR}$ และ $\overline{RT}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$\overline{KN}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุด O

และแบ่งครึ่งคอร์ด $\overline{RT}$ ที่จุด N

$R\hat{K}N = 27°$

จงหาขนาดของ $K\hat{R}T$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	.....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	.....
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 8 คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....**เฉลย**.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ K, R และ T เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

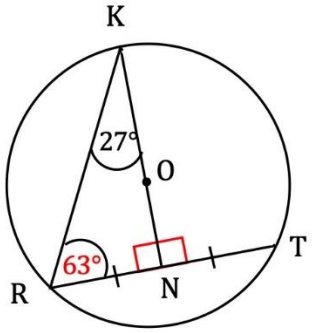
มี $\overline{KR}$ และ $\overline{RT}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$\overline{KN}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุด O

และแบ่งครึ่งคอร์ด $\overline{RT}$ ที่จุด N

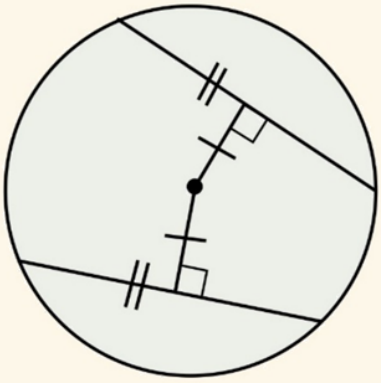
$R\hat{K}N = 27°$

จงหาขนาดของ $K\hat{R}T$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. K, R และ T เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{KR}$ และ$\overline{RT}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O 3. $\overline{KN}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุด O และแบ่งครึ่งคอร์ด $\overline{RT}$ ที่จุด N 4. $R\hat{K}N = 27°$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของ $K\hat{R}T$
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{KR}$ และ$\overline{RT}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{KN}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุด O และแบ่งครึ่งคอร์ด $\overline{RT}$ ที่จุด N (กำหนดให้) 3. $K\hat{N}R = 90°$ (2 และถ้าส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางมาแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด) 4. $R\hat{K}N = 27°$ (กำหนดให้) 5. $K\hat{R}N + R\hat{K}N + K\hat{N}R = 180°$ (ขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น 180°) 6. $K\hat{R}N = 180° - R\hat{K}N - K\hat{N}R = 180° - 27° - 90° = 63°$ (3, 4 และ 5) 7. $K\hat{R}T = K\hat{R}N = 63°$
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	$K\hat{R}T = 63°$

ใบความรู้ที่ 9 เรื่อง คอร์ดที่ยาวเท่ากัน



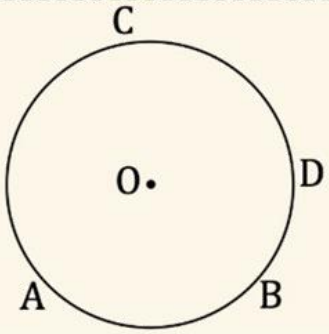
ทฤษฎีบท

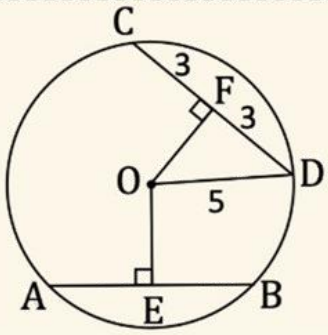
ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน

ทฤษฎีบท

ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

ตัวอย่าง ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป มีรัศมียาว 5 เซนติเมตร มี $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม , $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด E $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{CD}$ ที่จุด F , $CD = AB = 6$ เซนติเมตร จงหาผลบวกของ OF กับ OE โดยใช้ขั้นตอน KWDL



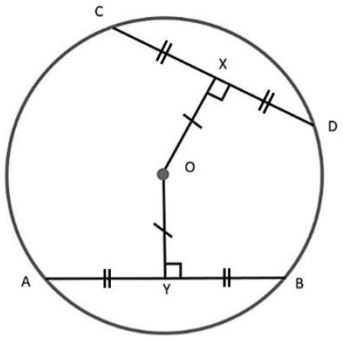


ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	1. A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O 2. มีรัศมียาว 5 เซนติเมตร 3. มี $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม	4. $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด E 5. $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{CD}$ ที่จุด F 6. $CD = AB = 6$ เซนติเมตร
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	หาผลบวกของ OF กับ OE	
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ** **(what we do)**	1. $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $CD = 6$ เซนติเมตร (กำหนดให้) 3. $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{CD}$ ที่จุด F (กำหนดให้) 4. จะได้ $FD = \frac{CD}{2} = \frac{6}{2} = 3$ เซนติเมตร (2, 3 และถ้าส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางของวงกลมตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงจะแบ่งครึ่งคอร์ด) 5. รัศมียาว 5 เซนติเมตร (กำหนดให้) 6. จะได้ $OD = 5$ (รัศมีวงกลมมีขนาดเท่ากัน) 7. ดังนั้น $OF = \sqrt{OD^2 - FD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ (3, 4, 6 และทฤษฎีบทพีทาโกรัส) 8. $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด E (กำหนดให้) 9. $CD = AB$ (กำหนดให้) 10. $OE = OF = 4$ (7 และถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน) 11. $OF + OE = 4 + 4 = 8$ เซนติเมตร (7 และ 10)	
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	ผลบวกของ OF กับ OE คือ 8 เซนติเมตร	

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 9 คอร์ดที่ยาวเท่ากัน	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง</u> 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์

ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดกับระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางกับคอร์ด เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้



ทฤษฎีบท

.....

.....

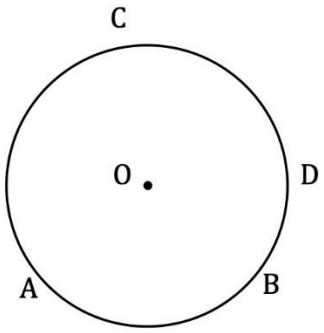
ทฤษฎีบท

.....

.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 9 คอร์ดที่ยาวเท่ากัน	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง</u> 2. ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป



มี $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$\overline{OE}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด E

$\overline{OF}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{CD}$ ที่จุด F

$CD = AB$

$OE = 10$ ซม.

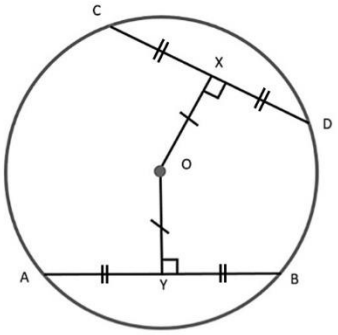
จงหาความยาวของ $\overline{OF}$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL

<u>ขั้นที่ 1 K</u>: สิ่งที่โจทย์กำหนด	....
<u>ขั้นที่ 2 W</u>: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
<u>ขั้นที่ 3 D</u> : วิธีการหาคำตอบ	....
<u>ขั้นที่ 4 L</u>: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 9 คอร์ดที่ยาวเท่ากัน	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	เฉลย ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์

ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดกับระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางกับคอร์ด เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้



(แนวคำตอบหน้า 78)

ทฤษฎีบท ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน

ทฤษฎีบท ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 9 คอร์ดที่ยาวเท่ากัน	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 2. ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

มี $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

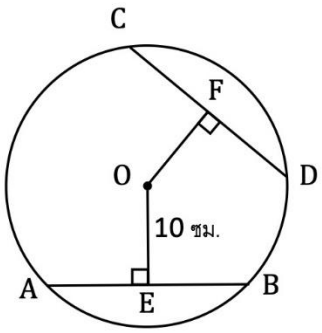
$\overline{OE}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด E

$\overline{OF}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{CD}$ ที่จุด F

$CD = AB$

$OE = 10$ ซม.

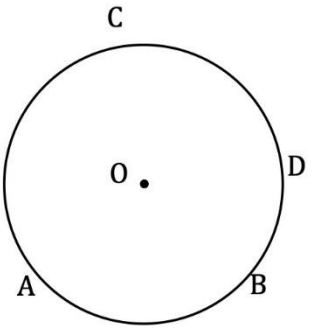
จงหาความยาวของ $\overline{OF}$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL

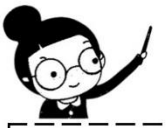


ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O 2. มี $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 3. $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด E 4. $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{CD}$ ที่จุด F 5. $CD = AB$ 6. $OE = 10$ ซม.
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาความยาวของ $\overline{OF}$
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด E (กำหนดให้) 3. $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{CD}$ ที่จุด F (กำหนดให้) 4. $CD = AB$ (กำหนดให้) 5. $OE = OF$ (4 และถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน) 6. $OE = 10$ ซม. (กำหนดให้) 7. $OF = OE = 10$ ซม. (5 และ 6)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	$OF = 10$ ซม.

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 9 คอร์ดที่ยาวเท่ากัน	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป มีรัศมียาว 15 เซนติเมตร มี $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด E $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{CD}$ ที่จุด F และ $OE = OF = 12$ ซม. จงหาผลบวกของ AB กับ CD โดยใช้ขั้นตอน KWDL

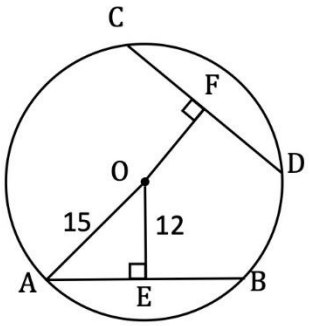




ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	.....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	.....
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 9 คอร์ดที่ยาวเท่ากัน	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป มีรัศมียาว 15 เซนติเมตร มี $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด E $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{CD}$ ที่จุด F และ $OE = OF = 12$ ซม. จงหาผลบวกของ AB กับ CD โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O 2. รัศมียาว 15 เซนติเมตร 3. มี $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม	4. $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด E 5. $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{CD}$ ที่จุด F 6. $OE = OF = 12$ เซนติเมตร
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาผลบวกของ AB กับ CD	
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด E (กำหนดให้) 3. $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{CD}$ ที่จุด F (กำหนดให้) 4. $A\hat{E}O = 90°$ (3) 5. รัศมียาว 15 เซนติเมตร (กำหนดให้) 6. $OA = 15$ เซนติเมตร (OA เป็นรัศมีของวงกลม) 7. $OE = 12$ เซนติเมตร (กำหนดให้) 8. $AE = \sqrt{OA^2 - OE^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ ซม. (6, 7 และทฤษฎีบทพีทาโกรัส) 9. $AB = 2AE = 18$ (2, 8 และถ้าส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด) 10. $OE = OF$ (กำหนดให้) 11. $CD = AB = 18$ (2, 3, 9 และถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน) 12. $AB + CD = 18 + 18 = 36$ เซนติเมตร (9 และ 11)	
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	ผลบวกของ AB กับ CD คือ 36 เซนติเมตร	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและทดสอบหลังเรียน

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง วงกลม เวลา 13 ชั่วโมง

รหัสวิชา ค 23102 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 เวลา 3 ชั่วโมง

ครูผู้สอน นางสาวกรกมล แกล้วกล้า โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์

---

1. มาตรฐานการเรียนรู้ / จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ม.3/3 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.2.1 ด้านความรู้

1) นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม

1.2.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2) นักเรียนสามารถเขียนอธิบายเส้นสัมผัสวงกลมได้

2. สาระสำคัญ

เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี

1. เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส
2. เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลมจะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น
3. ส่วนของเส้นตรง 2 เส้น ที่ลากจากจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกันจะยาวเท่ากัน

เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

3. สาระการเรียนรู้

เส้นสัมผัสวงกลม

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

4.1 ความสามารถในการคิด

4.2 ความสามารถในการแก้ปัญหา

5. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

5.1 ใฝ่เรียนรู้

5.2 มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี

ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้เดิม

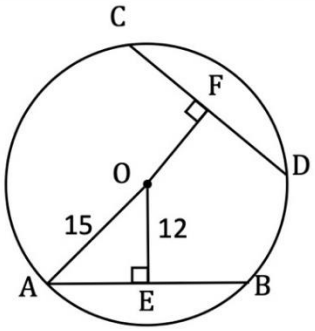
1.1 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่อง คอร์ดของวงกลม โดยครูถามคำถามเพื่อทบทวนนักเรียน ดังนี้

- ในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ด 2 เส้น ยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากันใช่หรือไม่ (แนวตอบ ใช่)
- ในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ด 2 เส้น อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ด 2 เส้นนั้น จะยาวเท่ากันใช่หรือไม่ (แนวตอบ ใช่)

1.2 ครูทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL โดยครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 9 เรื่อง คอร์ดของวงกลม จากคาบที่แล้ว ดังนี้

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 9 คอร์ดที่ยาวเท่ากัน	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	เฉลย ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป มีรัศมียาว 15 เซนติเมตร มี $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด E $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{CD}$ ที่จุด F และ $OE = OF = 12$ ซม. จงหาผลบวกของ AB กับ CD โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B, C และ D เป็นจุดบนวงกลม O 2. รัศมียาว 15 เซนติเมตร 3. มี $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม	4. $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด E 5. $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{CD}$ ที่จุด F 6. $OE = OF = 12$ เซนติเมตร
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาผลบวกของ AB กับ CD	

ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	1. $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{AB}$ ที่จุด E (กำหนดให้) 3. $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับคอร์ด $\overline{CD}$ ที่จุด F (กำหนดให้) 4. $A\hat{E}O = 90°$ (3) 5. รัศมียาว 15 เซนติเมตร (กำหนดให้) 6. $OA = 15$ เซนติเมตร (OA เป็นรัศมีของวงกลม) 7. $OE = 12$ เซนติเมตร (กำหนดให้) 8. $AE = \sqrt{OA^2 - OE^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ ซม. (6, 7 และทฤษฎีบทพีทาโกรัส) 9. $AB = 2AE = 18$ (2, 8 และถ้าส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด) 10. $OE = OF$ (กำหนดให้) 11. $CD = AB = 18$ (2, 3, 9 และถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน) 12. $AB + CD = 18 + 18 = 36$ เซนติเมตร (9 และ 11)
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	ผลบวกของ AB กับ CD คือ 36 เซนติเมตร

ขั้นที่ 2 แสวงหาความรู้ใหม่

2.1 ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 5 คน โดยคละความสามารถ (เก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน อ่อน 1 คน) แล้วให้นักเรียนตั้งชื่อกลุ่มของตนเอง

2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาความรู้เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี จากหนังสือเรียน หน้า 86 – 93 หรือใบความรู้ที่ 10 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี

ขั้นที่ 3 เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

3.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 10 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี โดยใช้ขั้นตอนของเทคนิค KWDL ในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม

4.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มผลัดกัน นำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 10 ของตนเองที่ได้จากการใช้เทคนิค KWDL ให้เพื่อนในกลุ่มฟัง แล้วเพื่อนในกลุ่มร่วมซักถามข้อสงสัย จนทุกคนในกลุ่มมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกัน

ขั้นที่ 5 สรุปและจัดระเบียบความรู้

5.1 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ภายในกลุ่ม เพื่อเตรียมนำเสนอหน้าชั้นเรียน ดังนี้

เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี

ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสกับรัศมีของวงกลม เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

1) เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส
2) เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลมจะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น

ทฤษฎีบท

ส่วนของเส้นตรง 2 เส้น ที่ลากจากจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกันจะยาวเท่ากัน

ขั้นที่ 6 แสดงผลงาน

6.1 ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 10

6.2 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปองค์ความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ หน้าชั้นเรียน ดังนี้

เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี

ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสกับรัศมีของวงกลม เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

1) เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส
2) เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลมจะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น

ทฤษฎีบท

ส่วนของเส้นตรง 2 เส้น ที่ลากจากจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกันจะยาวเท่ากัน

ขั้นที่ 7 ประยุกต์ใช้ความรู้

7.1 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 10 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี โดยใช้เทคนิค KWDL เป็นการบ้านและนำส่งในคาบถัดไป

มหาวิทยาลัยศิลปากร

ชั่วโมงที่ 2 เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม

ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้เดิม

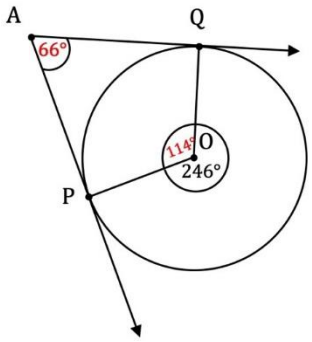
1.1 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี โดยครูถามคำถามเพื่อทบทวนนักเรียนดังนี้

- เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนเส้นรอบวงของวงกลมจะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้นใช่หรือไม่ (แนวตอบ ใช่)
- ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกันจะยาวเท่ากันใช่หรือไม่ (แนวตอบ ใช่)

1.2 ครูทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL โดยครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 10 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี จากคาบที่แล้ว ดังนี้

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 10 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....เฉลย.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง ให้ P และ Q เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป $\overrightarrow{AP}$ และ $\overrightarrow{AQ}$ สัมผัสวงกลมที่จุด P และ จุด Q ตามลำดับ มี $\overline{OP}$ และ $\overline{OQ}$ เป็นรัศมีของวงกลม ขนาดของมุมกลับ POQ เท่ากับ 246° จงหาขนาดของ $P\hat{A}Q$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. P และ Q เป็นจุดบนวงกลม O 2. $\overrightarrow{AP}$ และ $\overrightarrow{AQ}$ สัมผัสวงกลมที่จุด P และ จุด Q ตามลำดับ 3. มี $\overline{OP}$ และ $\overline{OQ}$ เป็นรัศมีของวงกลม 4. ขนาดของมุมกลับ POQ เท่ากับ 246°
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของ $P\hat{A}Q$
ขั้นที่ 3 D: วิธีการหาคำตอบ	1. $\overrightarrow{AP}$ และ $\overrightarrow{AQ}$ สัมผัสวงกลมที่จุด P และ จุด Q ตามลำดับ (กำหนดให้) 2. $\overline{OP}$ และ $\overline{OQ}$ เป็นรัศมีของวงกลม (กำหนดให้) 3. จะได้ $A\hat{P}O = A\hat{Q}O = 90°$ (1, 2 และเส้นสัมผัสจะตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส) 4. ขนาดของมุมกลับ POQ เท่ากับ 246° (กำหนดให้) 5. $P\hat{O}Q = 360° - \text{มุมกลับ POQ} = 360° - 246° = 114°$ (4 และมุมรอบจุดศูนย์กลางมีขนาด 360°) 6. $P\hat{A}Q = 360° - A\hat{P}O - A\hat{Q}O - P\hat{O}Q = 90° - 90° - 114° = 66°$ (3, 5 และขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมรวมกันเป็น 360°)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	$P\hat{A}Q = 66°$

ขั้นที่ 2 แสวงหาความรู้ใหม่

2.1 ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 5 คน โดยคละความสามารถ (เก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน อ่อน 1 คน) แล้วให้นักเรียนตั้งชื่อกลุ่มของตนเอง

2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาความรู้เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม จากหนังสือเรียนหน้า 94 – 96 หรือใบความรู้ที่ 11 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม

ขั้นที่ 3 เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

3.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม โดยใช้ขั้นตอนของเทคนิค KWDL ในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม

4.1 สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มผลัดกัน นำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 11 ของตนเองที่ได้จากการใช้เทคนิค KWDL ให้เพื่อนในกลุ่มฟัง แล้วเพื่อนในกลุ่มร่วมซักถามข้อสงสัย จนทุกคนในกลุ่มมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกัน

ขั้นที่ 5 สรุปและจัดระเบียบความรู้

5.1 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ ภายในกลุ่ม เพื่อเตรียมนำเสนอหน้าชั้นเรียน ดังนี้

เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม

ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัสกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

ขั้นที่ 6 แสดงผลงาน

6.1 ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 11

6.2 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปองค์ความรู้ที่ได้จากการเรียนในวันนี้ หน้าชั้นเรียน ดังนี้

เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม

ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัสกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

ขั้นที่ 7 ประยุกต์ใช้ความรู้

7.1 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 11 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม โดยใช้เทคนิค KWDL เป็นการบ้านและนำส่งในคาบถัดไป

ชั่วโมงที่ 4 ทดสอบหลังเรียน

1. ครูแจ้งคำชี้แจงการทำแบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง วงกลม
2. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง วงกลม จำนวน 30 ข้อ

7. การวัดและการประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์
ด้านความรู้และด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์			
7) นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม 8) นักเรียนสามารถเขียนอธิบายเส้นสัมผัสวงกลมได้	ตรวจแบบฝึกหัดที่ 10 – 11	แบบฝึกหัดที่ 10 – 11	นักเรียนได้คะแนนรวมแบบฝึกหัดที่ 10 – 11 ร้อยละ 70 ขึ้นไป (ได้คะแนน 12 คะแนนขึ้นไป)
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์			
7) ใฝ่เรียนรู้ 8) มุ่งมั่นในการทำงาน	ประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	แบบสังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์	นักเรียนมีคะแนนจากการประเมิน 4 คะแนน ขึ้นไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

1) หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2) ใบความรู้ที่ 10 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี
3) ใบกิจกรรมที่ 10 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี
4) แบบฝึกหัดที่ 10 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี
5) ใบความรู้ที่ 11 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม
6) ใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม
7) แบบฝึกหัดที่ 11 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม
8) แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง วงกลม

8.2 แหล่งการเรียนรู้

1) ห้องศูนย์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย 2 หลวงพ่อเงินอนุสรณ์

9. บันทึกผลการจัดการเรียนรู้

9.1 ด้านความรู้ (K)

.....

.....

.....

.....

.....

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P)

.....

.....

.....

ด้านคุณลักษณะ (A)

.....

.....

.....

9.2 ปัญหา/อุปสรรค/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

9.3 ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นางสาวกรกมล แกล้วกล้า)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2566

มหาวิทยาลัยศิลปากร

แบบบันทึกผลการประเมินการเรียนรู้

เลขที่	ชื่อ – สกุล ของ ผู้รับการประเมิน	ด้านความรู้และด้านทักษะ และ กระบวนการทางคณิตศาสตร์				ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์			
		คะแนนแบบฝึกหัดที่		รวมคะแนน	ผลการประเมิน	ใฝ่เรียนรู้	มุ่งมั่นในการทำงาน	รวม	ผลการประเมิน
		10	11						
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									

มหาวิทยาลัยศิลปากร

เกณฑ์การให้คะแนนด้านความรู้และด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (8 คะแนน)

สิ่งที่ประเมิน	ระดับคะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏ
K (What we know)	2	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนด หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดผิดทั้งหมด
W (What we want to know)	1	เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ผิด
D (What we do)	4	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนและให้เหตุผลประกอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	3	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องแต่ให้เหตุผลประกอบถูกต้องบางส่วน
	2	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องแต่ให้เหตุผลประกอบผิดทั้งหมดหรือไม่ให้เหตุผลประกอบ
	1	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนไม่ถูกต้องและให้เหตุผลประกอบไม่ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนอธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนและไม่ให้เหตุผลประกอบ
L (What we learned)	1	เขียนแสดงคำตอบได้ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนแสดงคำตอบ หรือ เขียนแสดงคำตอบผิดหมด

แบบสังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คำชี้แจง : ให้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียน แล้วขีดเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องให้ตรงกับระดับคะแนน

เลขที่	ชื่อ – สกุลของ ผู้รับการประเมิน	ใฝ่เรียนรู้			มุ่งมั่นในการทำงาน			รวม 6 คะแนน
		3	2	1	3	2	1	
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								

เกณฑ์การให้คะแนนคุณลักษณะอันพึงประสงค์

7. ใฝ่เรียนรู้

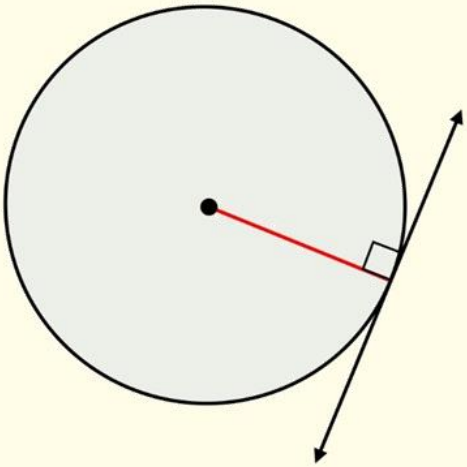
คะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏ
3	เข้าเรียนตรงเวลาและตั้งใจเรียนสม่ำเสมอ
2	เข้าเรียนตรงเวลาและตั้งใจเรียนเป็นบางครั้ง
1	เข้าเรียนไม่ตรงเวลาและไม่ตั้งใจเรียน

8. มุ่งมั่นในการทำงาน

คะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏ
3	รับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายจนสำเร็จและมีการปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น
2	รับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายจนสำเร็จ แต่ไม่มีการปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น
1	ไม่ตั้งใจปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย

มหาวิทยาลัยศิลปากร

ใบความรู้ที่ 10 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี

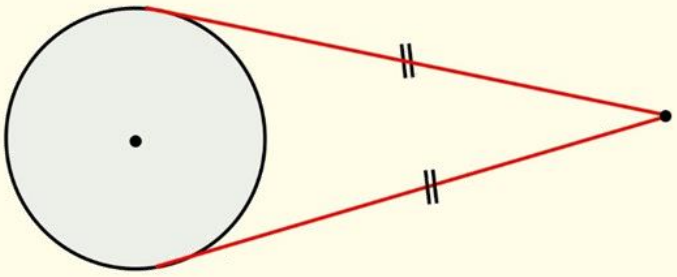


ทฤษฎีบท

เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส

ทฤษฎีบท

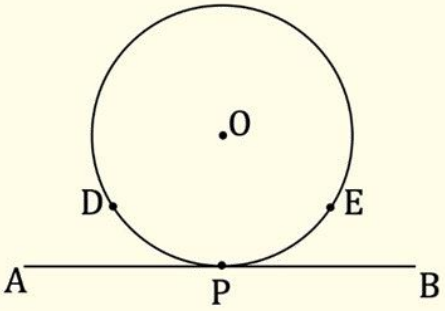
เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลมจะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น

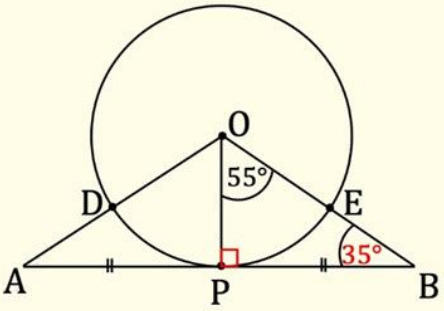


ทฤษฎีบท

ส่วนของเส้นตรง 2 เส้น ที่ลากจากจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกันจะยาวเท่ากัน

ตัวอย่าง ให้ D, E และ P เป็นจุดบนวงกลม O, $\overline{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด P ดังรูป มี $\overline{OD}, \overline{OP}$ และ $\overline{OE}$ เป็นรัศมีของวงกลม และ $B\hat{O}P = 55°$ จงหาขนาดของ $P\hat{B}O$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL





ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	1. D, E และ P เป็นจุดบนวงกลม O 2. $\overline{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด P 3. $\overline{OD}, \overline{OP}$ และ $\overline{OE}$ เป็นรัศมีของวงกลม 4. $B\hat{O}P = 55°$
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	หาขนาดของ $P\hat{B}O$
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ** **(what we do)**	1. $\overline{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด P (กำหนดให้) 2. $\overline{OD}, \overline{OP}$ และ $\overline{OE}$ เป็นรัศมีของวงกลม O (กำหนดให้) 3. $B\hat{P}O = 90°$ (1, 2 และเส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส) 4. $B\hat{O}P = 55°$ (กำหนดให้) 5. จะได้ $P\hat{B}O = 180° - B\hat{P}O - B\hat{O}P = 180° - 90° - 55° = 35°$ (3, 4 และมุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°)
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	$P\hat{B}O = 35°$

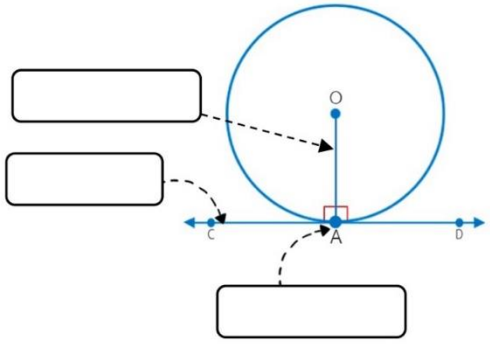
บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 10 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง</u> 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์

เส้นสัมผัสวงกลม คือ.....

และเรียกจุดตัดนั้นว่า.....

ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสกับรัศมีของวงกลม เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้ ...



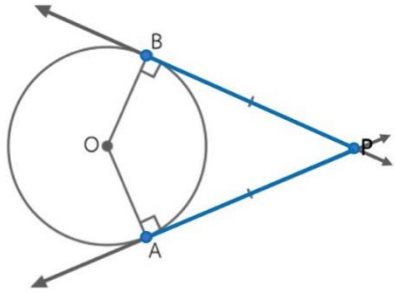
ทฤษฎีบท

.....

ทฤษฎีบท

.....

.....



ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกมาสัมผัสวงกลมเป็นดังนี้ ..

ทฤษฎีบท .....

.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 10 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

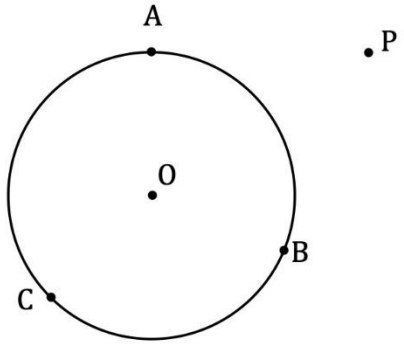
<u>คำชี้แจง</u> 2. ให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

$\overrightarrow{PA}$ และ $\overrightarrow{PB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A และ จุด B ตามลำดับ

มี $\overline{CB}$ และ $\overline{CA}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$A\hat{P}B = 70°$

จงหาขนาดของ $A\hat{C}B$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



<u>ขั้นที่ 1 K</u>: สิ่งที่โจทย์กำหนด	.....
<u>ขั้นที่ 2 W</u>: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
<u>ขั้นที่ 3 D</u> : วิธีการหาคำตอบ	.....
<u>ขั้นที่ 4 L</u>: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 10 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....เฉลย.....ชั้น.....เลขที่.....	

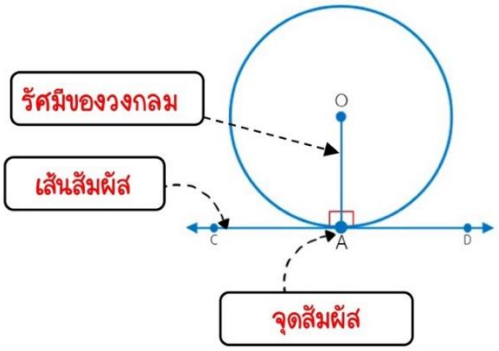
คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์

(แนวคำตอบหน้า 86-89)

เส้นสัมผัสวงกลม คือ.....เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น.....

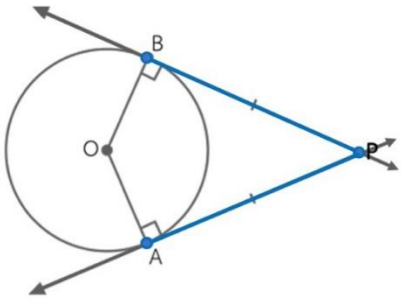
และเรียกจุดตัดนั้นว่า.....จุดสัมผัส.....

ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสกับรัศมีของวงกลม เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้ ...



ทฤษฎีบท เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส

ทฤษฎีบท เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น



ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกมาสัมผัสวงกลมเป็นดังนี้ ..

ทฤษฎีบท ส่วนของเส้นตรง 2 เส้น ที่ลากจากจุดจุดหนึ่งภายนอกวงกลม มาสัมผัสวงกลมเดียวกันจะยาวเท่ากัน

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 10 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

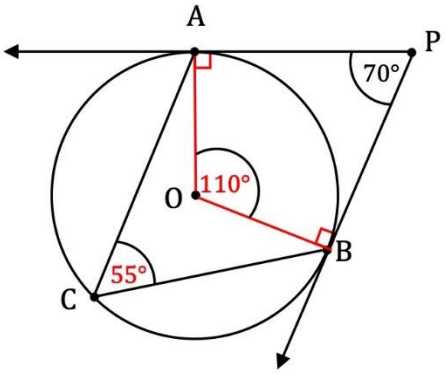
<u>คำชี้แจง</u> 2. ให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

$\overrightarrow{PA}$ และ $\overrightarrow{PB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A และ จุด B ตามลำดับ

มี $\overline{CB}$ และ $\overline{CA}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

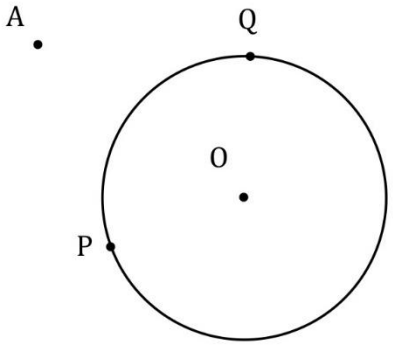
$A\hat{P}B = 70°$

จงหาขนาดของ $A\hat{C}B$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



<u>ขั้นที่ 1 K</u>: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O 2. $\overrightarrow{PA}$ และ $\overrightarrow{PB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A และ จุด B ตามลำดับ 3. มี $\overline{CB}$ และ $\overline{CA}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 4. $A\hat{P}B = 70°$
<u>ขั้นที่ 2 W</u>: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของ $A\hat{C}B$
<u>ขั้นที่ 3 D</u> : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overrightarrow{PA}$ และ $\overrightarrow{PB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A และ จุด B ตามลำดับ (กำหนดให้) 2. $\overline{CB}$ และ $\overline{CA}$ เป็นคอร์ดของวงกลม (กำหนดให้) 3. $\overline{OB}$ และ $\overline{OA}$ เป็นรัศมีของวงกลม 4. $O\hat{A}P = O\hat{B}P = 90°$ (เส้นสัมผัสจะตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส) 5. $A\hat{P}B = 70°$ (กำหนดให้) 6. $A\hat{O}B = 360° - O\hat{A}P - O\hat{B}P - A\hat{P}B = 360° - 90° - 90° - 70° = 110°$ (4, 5 และขนาดของมุมภายในทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมรวมกันเป็น $360°$) 7. $A\hat{C}B = \frac{A\hat{O}B}{2} = \frac{110°}{2} = 55°$ (6 และมุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน)
<u>ขั้นที่ 4 L</u>: คำตอบที่ได้	$A\hat{C}B = 55°$

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 10 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	



คำชี้แจง ให้ P และ Q เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

$\overrightarrow{AP}$ และ $\overrightarrow{AQ}$ สัมผัสวงกลมที่จุด P และ จุด Q ตามลำดับ

มี $\overline{OP}$ และ $\overline{OQ}$ เป็นรัศมีของวงกลม

ขนาดของมุมกลับ POQ เท่ากับ $246°$

จงหาขนาดของ $P\hat{A}Q$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL

ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	....
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 10 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	**เฉลย** ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

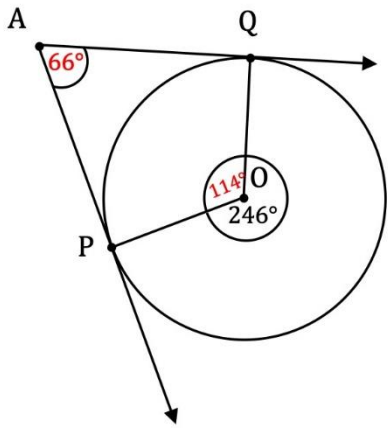
<u>คำชี้แจง</u> ให้ P และ Q เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

$\overrightarrow{AP}$ และ $\overrightarrow{AQ}$ สัมผัสวงกลมที่จุด P และ จุด Q ตามลำดับ

มี $\overline{OP}$ และ $\overline{OQ}$ เป็นรัศมีของวงกลม

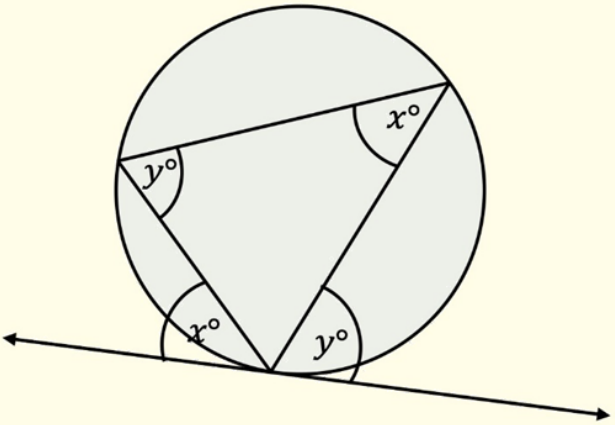
ขนาดของมุมกลับ POQ เท่ากับ 246°

จงหาขนาดของ $P\hat{A}Q$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



<u>ขั้นที่ 1 K</u>: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. P และ Q เป็นจุดบนวงกลม O 2. $\overrightarrow{AP}$ และ $\overrightarrow{AQ}$ สัมผัสวงกลมที่จุด P และ จุด Q ตามลำดับ 3. มี $\overline{OP}$ และ $\overline{OQ}$ เป็นรัศมีของวงกลม 4. ขนาดของมุมกลับ POQ เท่ากับ 246°
<u>ขั้นที่ 2 W</u>: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของ $P\hat{A}Q$
<u>ขั้นที่ 3 D</u> : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overrightarrow{AP}$ และ $\overrightarrow{AQ}$ สัมผัสวงกลมที่จุด P และ จุด Q ตามลำดับ (กำหนดให้) 2. $\overline{OP}$ และ $\overline{OQ}$ เป็นรัศมีของวงกลม (กำหนดให้) 3. จะได้ $A\hat{P}O = A\hat{Q}O = 90°$ (1, 2 และเส้นสัมผัสจะตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส) 4. ขนาดของมุมกลับ POQ เท่ากับ 246° (กำหนดให้) 5. $P\hat{O}Q = 360° - $ มุมกลับ $POQ = 360° - 246° = 114°$ (4 และมุมรอบจุดศูนย์กลางมีขนาด 360°) 6. $P\hat{A}Q = 360° - A\hat{P}O - A\hat{Q}O - P\hat{O}Q = 90° - 90° - 114° = 66°$ (3, 5 และขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมรวมกันเป็น 360°)
<u>ขั้นที่ 4 L</u>: คำตอบที่ได้	$P\hat{A}Q = 66°$

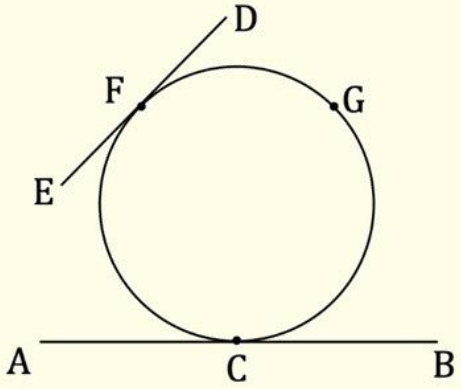
ใบความรู้ที่ 11 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม

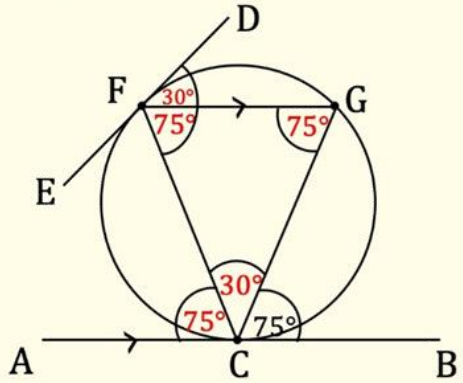


ทฤษฎีบท

มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

ตัวอย่าง ให้ F, C, G เป็นจุดบนวงกลม $\overline{ED}$ และ $\overline{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด F และ C ตามลำดับ ดังรูป มี $\overline{FC}, \overline{FG}$ และ $\overline{GC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $\overline{FG}$ ขนานกับ $\overline{AB}$ และ $B\hat{C}G = 75°$ จงหาขนาดของ $D\hat{F}C$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL

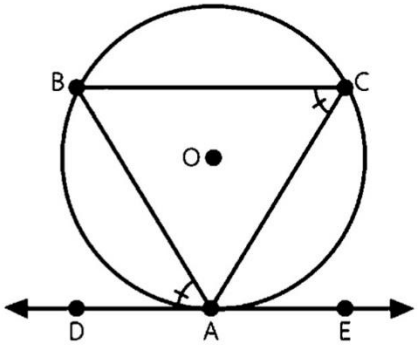




ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	1. F, C, G เป็นจุดบนวงกลม 2. $\overline{ED}$ และ $\overline{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด F และ C ตามลำดับ 3. $\overline{FC}, \overline{FG}$ และ $\overline{GC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 4. $\overline{FG}$ ขนานกับ $\overline{AB}$ 5. $B\hat{C}G = 75°$
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	หาขนาดของ $D\hat{F}C$
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	1. $\overline{FC}, \overline{FG}$ และ $\overline{GC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม (กำหนดให้) 2. $\overline{FG}$ ขนานกับ $\overline{AB}$ (กำหนดให้) 3. $B\hat{C}G = 75°$ (กำหนดให้) 4. $G\hat{F}C = 75°$ (3 และมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น) 5. $\overline{FG}$ ขนานกับ $\overline{AB}$ (กำหนดให้) 6. $G\hat{F}C = A\hat{C}F = 75°$ (4 และมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน) 7. $F\hat{C}G = 180° - A\hat{C}F - B\hat{C}G = 180° - 75° - 75° = 30°$ (3, 6 และมุมตรงมีขนาด180°) 8. $G\hat{F}C = 30°$ (7 และมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น) 9. $D\hat{F}C = G\hat{F}C + G\hat{F}C = 75° + 30° = 105°$ (4 และ 8)
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	$D\hat{F}C = 105°$

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 11 เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

<u>คำชี้แจง</u> 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์



จากรูป เมื่อพิจารณาคอร์ด AB

มุมที่เกิดจากคอร์ด AB และเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัส A คือ .....

มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด AB คือ .....

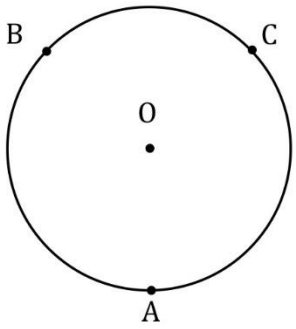
ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัสกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท .....

.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 11 เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 2. ให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป



$\overleftrightarrow{DE}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A

$\overline{CA}$, $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$\overline{OA}$ เป็นรัศมีของวงกลม

$A\hat{C}B = 66°$

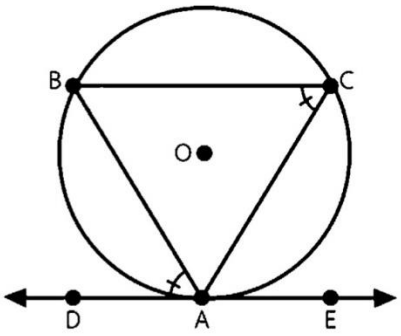
จงหาขนาดของ $B\hat{A}O$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL

ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	....
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 11 เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....เฉลย.....ชั้น.....เลขที่.....	

(แนวคำตอบหน้า 94-95)

คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความให้สมบูรณ์



จากรูป เมื่อพิจารณาคอร์ด AB

มุมที่เกิดจากคอร์ด AB และเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัส A คือ .....$D\hat{A}B$.....

มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด AB คือ .....$A\hat{C}B$.....

ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัสกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท ...มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของ.....
.....มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น.....

บทที่ 2 วงกลม	ใบกิจกรรมที่ 11 เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....เฉลย.....ชั้น.....เลขที่.....	

คำชี้แจง 2. ให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

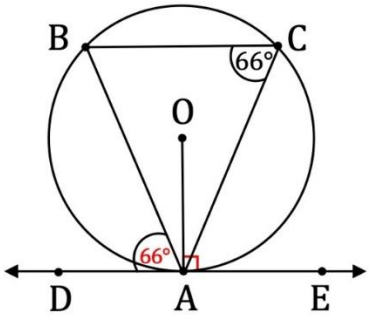
$\overleftrightarrow{DE}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A

$\overline{CA}$, $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$\overline{OA}$ เป็นรัศมีของวงกลม

$A\hat{C}B = 66°$

จงหาขนาดของ $B\hat{A}O$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O 2. $\overleftrightarrow{DE}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A 3. $\overline{CA}$, $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 4. $\overline{OA}$ เป็นรัศมีของวงกลม 5. $A\hat{C}B = 66°$
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของ $B\hat{A}O$
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overline{CA}$, $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 2. $\overleftrightarrow{DE}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A (กำหนดให้) 3. $\overline{OA}$ เป็นรัศมีของวงกลม (กำหนดให้) 4. $O\hat{A}D = O\hat{A}E = 90°$ (2, 3 และเส้นสัมผัสจะตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส) 5. $A\hat{C}B = 66°$ (กำหนดให้) 6. $B\hat{A}D = A\hat{C}B = 66°$ (5 และมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น) 7. $B\hat{A}O = O\hat{A}D - B\hat{A}D = 90° - 66° = 24°$ (4 และ 6)
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	$B\hat{A}O = 90° - 66° = 24°$

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 11 เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....	

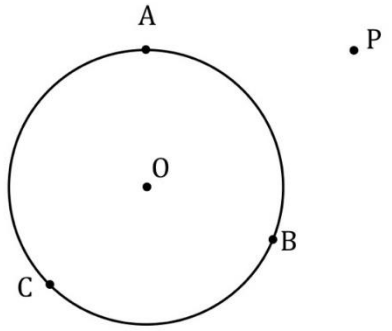
คำชี้แจง ให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

$\overrightarrow{PA}$ และ $\overrightarrow{PB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A และ จุด B ตามลำดับ

มี $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ และ $\overline{CB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$A\hat{C}B = 56°$

จงหาขนาดของ $A\hat{P}B$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: สิ่งที่โจทย์กำหนด	.....
ขั้นที่ 2 W: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	.....
ขั้นที่ 3 D : วิธีการหาคำตอบ	.....
ขั้นที่ 4 L: คำตอบที่ได้	.....

บทที่ 2 วงกลม	แบบฝึกหัดที่ 11 เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม	คะแนน
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ม.3/3	ชื่อ..... **เฉลย** .....ชั้น.....เลขที่.....	

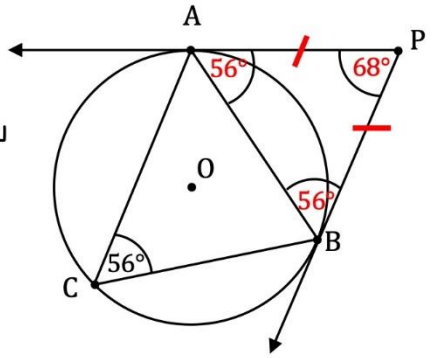
<u>คำชี้แจง</u> ให้ A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O ดังรูป

$\overrightarrow{PA}$ และ $\overrightarrow{PB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A และ จุด B ตามลำดับ

มี $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ และ $\overline{CB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

$A\hat{C}B = 56°$

จงหาขนาดของ $A\hat{P}B$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



<u>ขั้นที่ 1 K</u>: สิ่งที่โจทย์กำหนด	1. A, B และ C เป็นจุดบนวงกลม O 2. $\overrightarrow{PA}$ และ $\overrightarrow{PB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A และ จุด B ตามลำดับ 3. $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ และ $\overline{CB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม 4. $A\hat{C}B$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม 5. $A\hat{C}B = 56°$
<u>ขั้นที่ 2 W</u>: สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาขนาดของ $A\hat{P}B$
<u>ขั้นที่ 3 D</u> : วิธีการหาคำตอบ	1. $\overrightarrow{PA}$ และ $\overrightarrow{PB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A และ จุด B ตามลำดับ (กำหนดให้) 2. $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ และ $\overline{CB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O (กำหนดให้) 3. $A\hat{C}B = 56°$ (กำหนดให้) 4. $P\hat{A}B = P\hat{B}A = A\hat{C}B = 56°$ (1, 2, 3 และมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น) 5. $A\hat{P}B = 180° - P\hat{A}B - P\hat{B}A = 180° - 56° - 56° = 68°$ (ขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น 180°)
<u>ขั้นที่ 4 L</u>: คำตอบที่ได้	$A\hat{P}B = 68°$

ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง วงกลม

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชา ค 23102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จำนวน 30 ข้อ คะแนนเต็ม 44 คะแนน เวลา 1 ชั่วโมง

คำชี้แจง ข้อสอบมี 2 ตอน

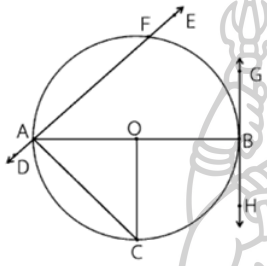
ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 28 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 2 ข้อสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 8 คะแนน

ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 28 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกที่สุดลงในกระดาษคำตอบ

1.จากรูป วงกลม O ที่กำหนดให้ ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**



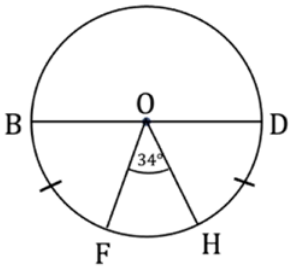
ก. ส่วนของเส้นตรง AC เป็นคอร์ดของวงกลม

ข. เส้นตรง GH เป็นเส้นสัมผัสวงกลม โดยมี จุด B เป็นจุดสัมผัส

ค. $C\hat{A}F$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม O

ง. $C\hat{A}B$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม O

2. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{BD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O $m(\overset{\frown}{BF}) = m(\overset{\frown}{HD}), F\hat{O}H = 34°$ ขนาดของ $B\hat{O}H$ ตรงกับข้อใด



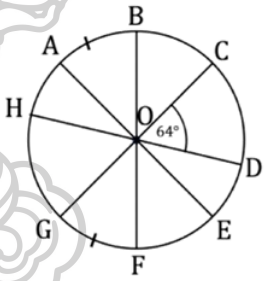
ก. 114°

ข. 132°

ค. 146°

ง. 107°

3. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AE}, \overline{BF}, \overline{CG}, \overline{DH}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{GF}), C\hat{O}D = 64°$ $H\hat{O}G + G\hat{O}F = 96°$ ขนาดของ $D\hat{O}E$ ตรงกับข้อใด



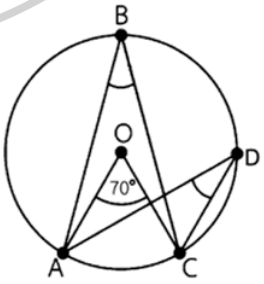
ก. 52°

ข. 48°

ค. 64°

ง. 32°

4. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ข้อใดตรงกับ $A\hat{B}C + A\hat{D}C$



ก. 140°

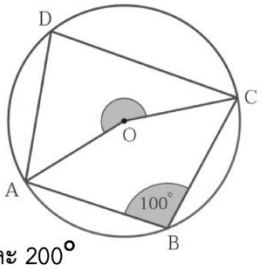
ข. 70°

ค. 60°

ง. 35°

ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

5. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ข้อใดคือขนาดของ $A\hat{D}C$ และมุมกลับ AOC ตามลำดับ



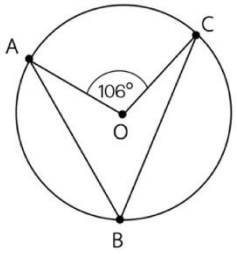
ก. 80° และ 200°

ข. 80° และ 360°

ค. 90° และ 180°

ง. 90° และ 100°

6. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ข้อใดคือขนาดของ $A\hat{B}C$



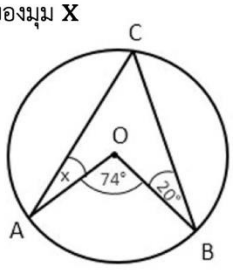
ก. 51°

ข. 53°

ค. 74°

ง. 106°

7. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม มุม $AOB = 74^\circ$ มุม $OBC = 20^\circ$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



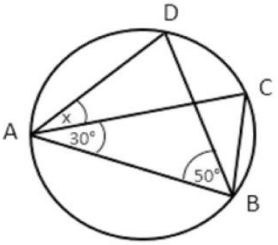
ก. 74°

ข. 37°

ค. 17°

ง. 20°

8. กำหนดให้ $AB = AC$ มุม $BAC = 30^\circ$ มุม $ABD = 50^\circ$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



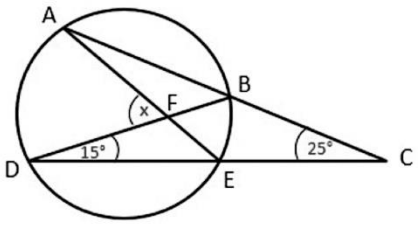
ก. 25°

ข. 34°

ค. 47°

ง. 52°

9. ให้ มุม $EDF = 15^\circ$ มุม $ECB = 25^\circ$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



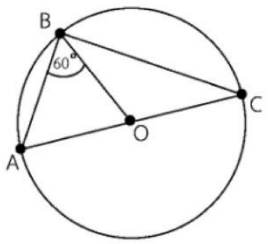
ก. 55°

ข. 45°

ค. 30°

ง. 60°

10. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ข้อใดคือขนาดของ $O\hat{C}B$



ก. 30°

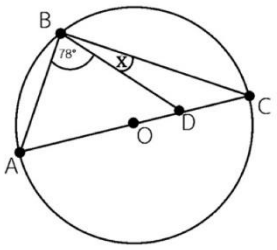
ข. 45°

ค. 60°

ง. 90°

ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

11. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $A\hat{B}D = 78°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



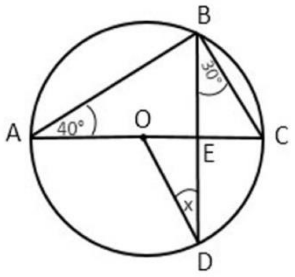
ก. $90°$

ข. $18°$

ค. $12°$

ง. $10°$

12. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม $\overline{BD}$ ตัดกับ $\overline{AC}$ ที่จุด E มุม $CAB = 40°$ มุม $DBC = 30°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



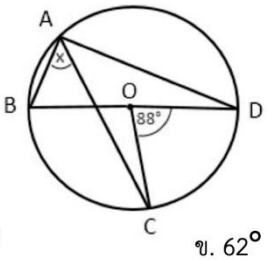
ก. $25°$

ข. $20°$

ค. $15°$

ง. $10°$

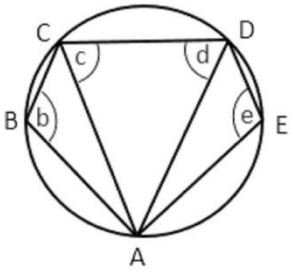
13. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{BD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O $D\hat{O}C = 88°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



ก. $75°$ ข. $62°$

ค. $54°$ ง. $46°$

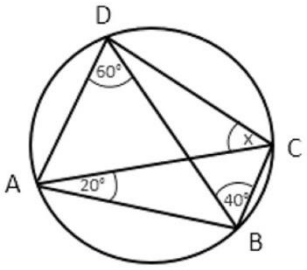
14. ถ้า $c + d = 140°$ แล้ว $b + e$ ตรงกับข้อใด



ก. $120°$ ข. $180°$

ค. $220°$ ง. $360°$

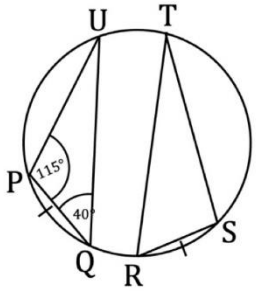
15. จากรูป มุม $ADB = 60°$ มุม $BAC = 20°$ มุม $DBC = 40°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



ก. $60°$ ข. $55°$

ค. $65°$ ง. $50°$

16. จากรูป กำหนดให้ $U\hat{P}Q = 115°, U\hat{Q}P = 40°$ $m(\overset{\frown}{PQ}) = m(\overset{\frown}{RS})$ ถ้า $\overline{PQ} = m(\overset{\frown}{RS})$ ข้อใดคือขนาดของ $R\hat{T}S$

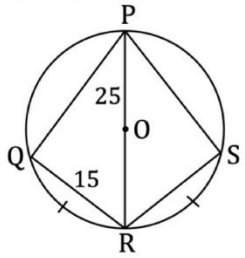


ก. $10°$ ข. $15°$

ค. $20°$ ง. $25°$

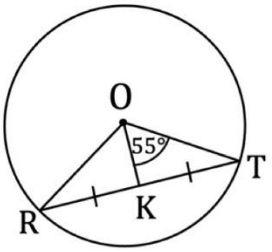
ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

17. จากรูป กำหนดให้ $\overline{PR}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O $m(\overset{\frown}{RS}) = m(\overset{\frown}{QR})$ $PR = 25$ หน่วย และ $QR = 15$ หน่วย ข้อใดคือความยาวของ $\overline{PS}$



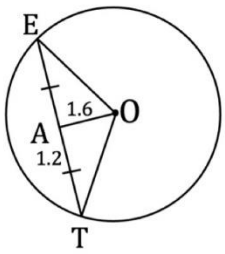
ก. 10 หน่วย ข. 17 หน่วย
ค. 20 หน่วย ง. 22 หน่วย

18. จากรูป กำหนดให้ $\overline{RT}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $RK = KT$ และ $T\hat{O}K = 55°$ ข้อใดคือขนาดของ $O\hat{R}K$



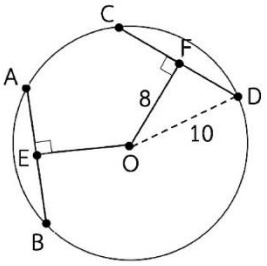
ก. $35°$ ข. $42°$
ค. $25°$ ง. $52°$

19. จากรูป กำหนดให้ $\overline{ET}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $EA = AT = 1.2$ เซนติเมตร และ $OA = 1.6$ เซนติเมตร ข้อใดคือความยาวรอบรูป ΔOET



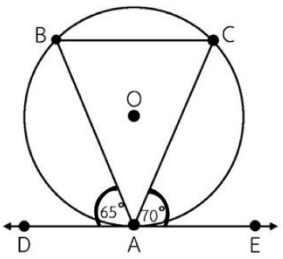
ก. 3.0 เซนติเมตร
ข. 4.8 เซนติเมตร
ค. 5.2 เซนติเมตร
ง. 6.4 เซนติเมตร

20. จากรูป ถ้าวงกลม O มีรัศมียาว 10 เซนติเมตร และ $OE = OF$ แล้วคอร์ด AB มีความยาวตรงกับข้อใด



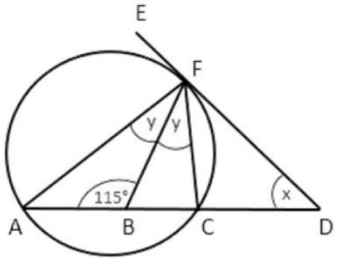
ก. 6 เซนติเมตร
ข. 10 เซนติเมตร
ค. 12 เซนติเมตร
ง. 18 เซนติเมตร

21. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ข้อใดคือขนาดของ $A\hat{B}C$ และ $A\hat{C}B$ ตามลำดับ



ก. $45°$ และ $45°$
ข. $70°$ และ $65°$
ค. $65°$ และ $70°$
ง. $20°$ และ $25°$

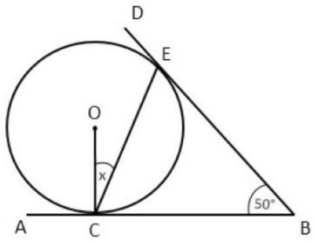
22. จากรูป $\overline{ED}$ สัมผัสวงกลมที่จุด F $A\hat{F}B = B\hat{F}C$ และ $A\hat{B}F = 115°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



ก. $45°$
ข. $50°$
ค. $60°$
ง. $35°$

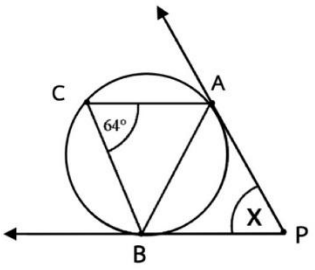
ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

23. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
$\overline{AB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด C
$\overline{DB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด E
มุม $CBE = 50°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



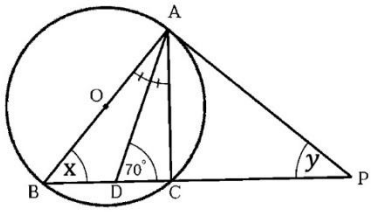
ก. $15°$
ข. $17°$
ค. $25°$
ง. $32°$

24. จากรูป $\overrightarrow{PA}$ และ $\overrightarrow{PB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A และ
จุด B ตามลำดับ ถ้า $A\hat{C}B = 64°$
ข้อใดคือขนาดของมุม x



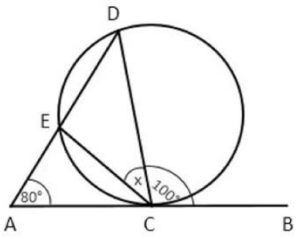
ก. $128°$
ข. $90°$
ค. $64°$
ง. $52°$

25. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
$\overline{PA}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด A
$\overline{AD}$ แบ่งครึ่ง $B\hat{A}C$ และ $A\hat{D}C = 70°$
ข้อใดคือผลรวมของขนาดมุม x กับ y



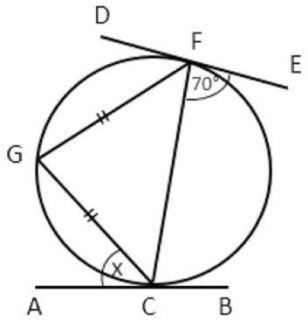
ก. $50°$ และ $40°$ ข. $50°$ และ $70°$
ค. $40°$ และ $90°$ ง. $40°$ และ $45°$

26. จากรูป $\overline{AB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด C
$\overline{AD}$ ตัดเส้นรอบวงที่จุด E มุม $EAC = 80°$
มุม $DCB = 100°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



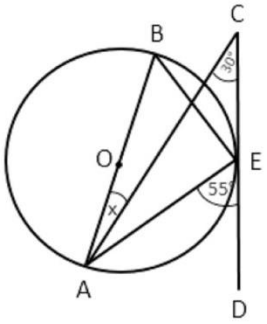
ก. $80°$ ข. $60°$
ค. $100°$ ง. $50°$

27. จากรูป $\overline{AB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด C
$\overline{DE}$ สัมผัสวงกลมที่จุด F มุม $CFE = 70°$
$GC = GF$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



ก. $35°$
ข. $40°$
ค. $65°$
ง. $55°$

28. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
$\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง
$\overline{CD}$ สัมผัสวงกลมที่จุด E มุม $ACE = 30°$
มุม $AED = 55°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



ก. $25°$
ข. $20°$
ค. $12°$
ง. $10°$

ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

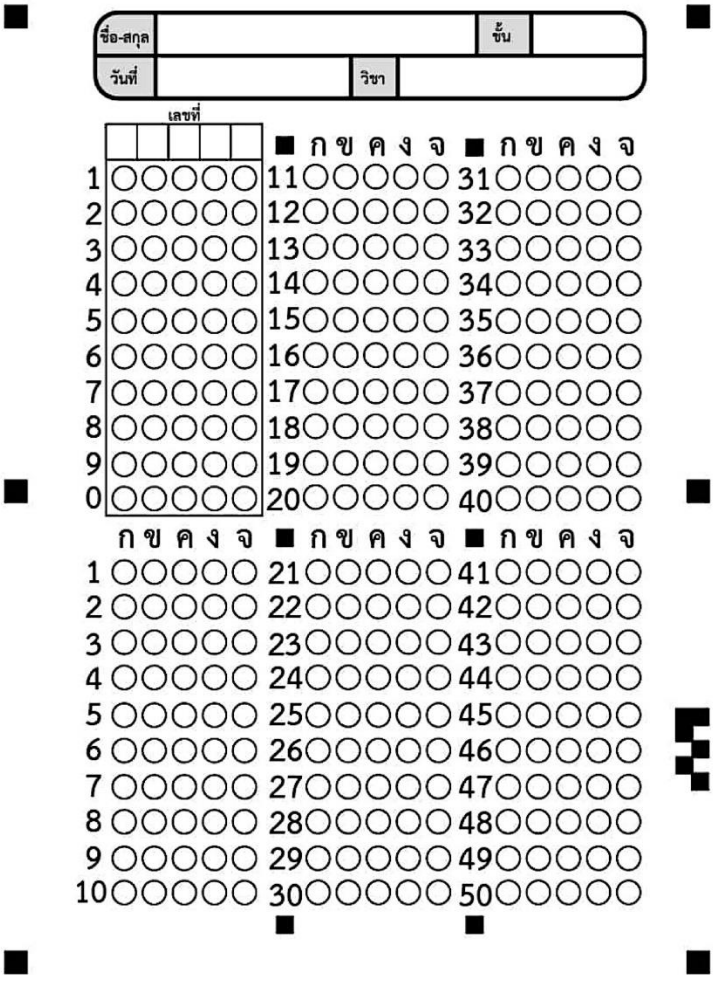
แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง วงกลม

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชา ค 23102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จำนวน 30 ข้อ คะแนนเต็ม 44 คะแนน เวลา 1 ชั่วโมง

ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 28 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกที่สุดลงในกระดาษคำตอบ

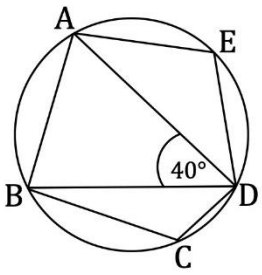


ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

ตอนที่ 2 ข้อสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 8 คะแนน

ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

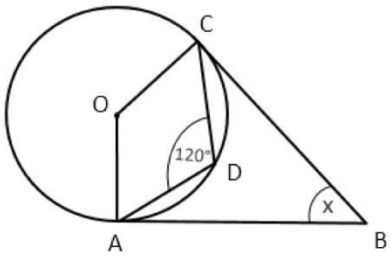
1. จากรูป กำหนดให้ $B\hat{D}A = 40°$ ถ้า $3B\hat{D}A = B\hat{C}D$, $B\hat{D}A + E\hat{D}A = 74°$ จงหาขนาดของ $D\hat{A}E$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	....
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	.....
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	....
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	.....

ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

2. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A และ $\overline{CB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด C $A\hat{D}C = 120°$ จงหาขนาดของมุม X โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	....
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	.....
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	....
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	.....

ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง วงกลม

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชา ค 23102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จำนวน 30 ข้อ คะแนนเต็ม 44 คะแนน เวลา 1 ชั่วโมง

คำชี้แจง ข้อสอบมี 2 ตอน

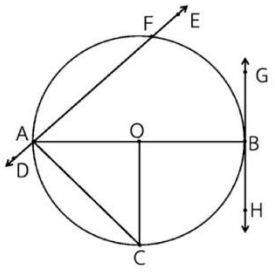
ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 28 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 2 ข้อสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 8 คะแนน

ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 28 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกที่สุดลงในกระดาษคำตอบ

1.จากรูป วงกลม O ที่กำหนดให้ ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**



ก. ส่วนของเส้นตรง AC เป็นคอร์ดของวงกลม

ข. เส้นตรง GH เป็นเส้นสัมผัสวงกลม โดยมีจุด B เป็นจุดสัมผัส

ค. $C\hat{A}F$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม O

ง. $C\hat{A}B$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม O

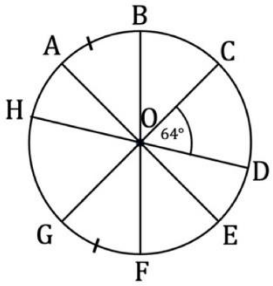
3. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

$\overline{AE}, \overline{BF}, \overline{CG}, \overline{DH}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

$m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{GF}), C\hat{O}D = 64°$

$H\hat{O}G + G\hat{O}F = 96°$

ขนาดของ $D\hat{O}E$ ตรงกับข้อใด



ก. $52°$

ข. $48°$

ค. $64°$

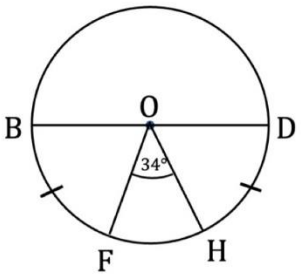
ง. $32°$

2. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

$\overline{BD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O

$m(\overset{\frown}{BF}) = m(\overset{\frown}{HD}), F\hat{O}H = 34°$

ขนาดของ $B\hat{O}H$ ตรงกับข้อใด



ก. $114°$

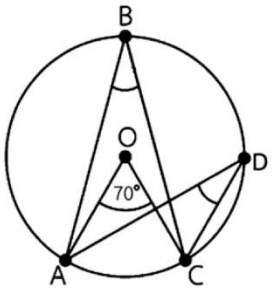
ข. $132°$

ค. $146°$

ง. $107°$

4. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

ข้อใดตรงกับ $A\hat{B}C + A\hat{D}C$



ก. $140°$

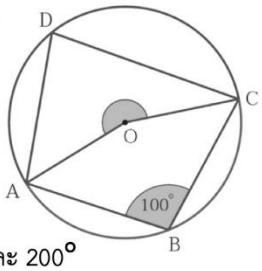
ข. $70°$

ค. $60°$

ง. $35°$

ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

5. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ข้อใดคือขนาดของ $A\hat{D}C$ และมุมกลับ AOC ตามลำดับ



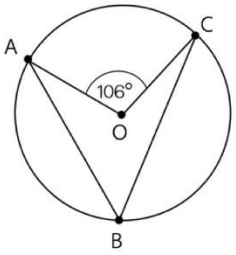
ก. 80° และ 200°

ข. 80° และ 360°

ค. 90° และ 180°

ง. 90° และ 100°

6. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ข้อใดคือขนาดของ $A\hat{B}C$



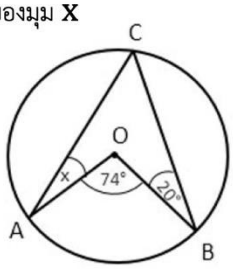
ก. 51°

ข. 53°

ค. 74°

ง. 106°

7. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม มุม $AOB = 74^\circ$ มุม $OBC = 20^\circ$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



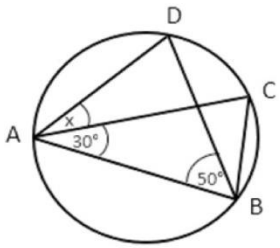
ก. 74°

ข. 37°

ค. 17°

ง. 20°

8. กำหนดให้ $AB = AC$ มุม $BAC = 30^\circ$ มุม $ABD = 50^\circ$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



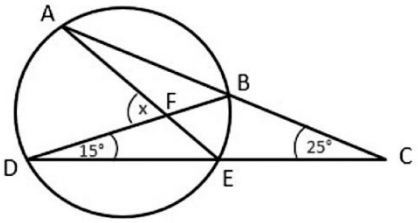
ก. 25°

ข. 34°

ค. 47°

ง. 52°

9. ให้ มุม $EDF = 15^\circ$ มุม $ECB = 25^\circ$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



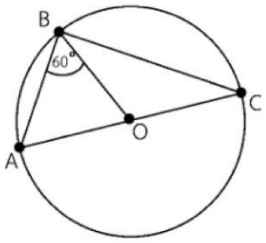
ก. 55°

ข. 45°

ค. 30°

ง. 60°

10. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ข้อใดคือขนาดของ $O\hat{C}B$



ก. 30°

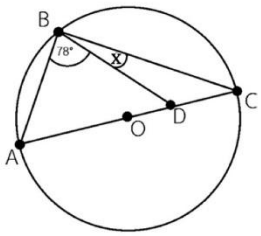
ข. 45°

ค. 60°

ง. 90°

ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

11. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $A\hat{B}D = 78°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



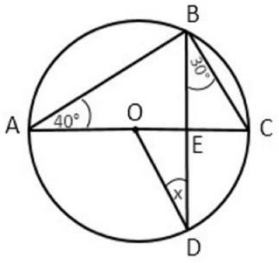
ก. $90°$

ข. $18°$

ค. $12°$

ง. $10°$

12. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม $\overline{BD}$ ตัดกับ $\overline{AC}$ ที่จุด E มุม $CAB = 40°$ มุม $DBC = 30°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



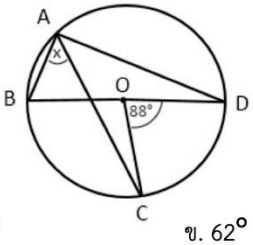
ก. $25°$

ข. $20°$

ค. $15°$

ง. $10°$

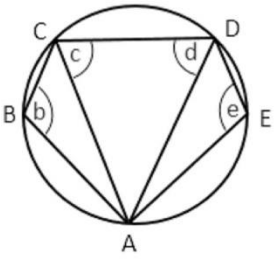
13. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{BD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O $D\hat{O}C = 88°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



ก. $75°$ ข. $62°$

ค. $54°$ ง. $46°$

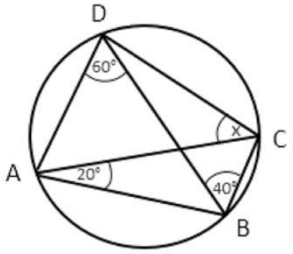
14. ถ้า $c + d = 140°$ แล้ว $b + e$ ตรงกับข้อใด



ก. $120°$ ข. $180°$

ค. $220°$ ง. $360°$

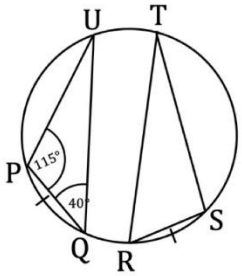
15. จากรูป มุม $ADB = 60°$ มุม $BAC = 20°$ มุม $DBC = 40°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



ก. $60°$ ข. $55°$

ค. $65°$ ง. $50°$

16. จากรูป กำหนดให้ $U\hat{P}Q = 115°, U\hat{Q}P = 40°$ $m(\overset{\frown}{PQ}) = m(\overset{\frown}{RS})$ ถ้า $\overline{PQ} = m(\overset{\frown}{RS})$ ข้อใดคือขนาดของ $R\hat{T}S$

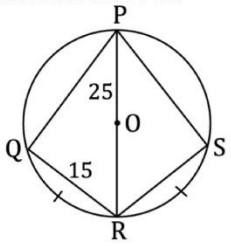


ก. $10°$ ข. $15°$

ค. $20°$ ง. $25°$

ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

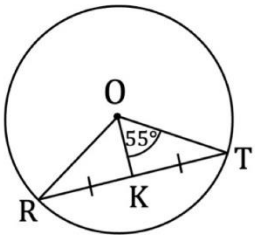
17. จากรูป กำหนดให้ $\overline{PR}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O $m(\overset{\frown}{RS}) = m(\overset{\frown}{QR})$ $PR = 25$ หน่วย และ $QR = 15$ หน่วย ข้อใดคือความยาวของ $\overline{PS}$



ก. 10 หน่วย ข. 17 หน่วย

ค. 20 หน่วย ง. 22 หน่วย

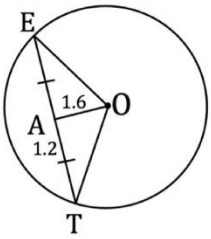
18. จากรูป กำหนดให้ $\overline{RT}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $RK = KT$ และ $T\hat{O}K = 55°$ ข้อใดคือขนาดของ $O\hat{R}K$



ก. 35° ข. 42°

ค. 25° ง. 52°

19. จากรูป กำหนดให้ $\overline{ET}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $EA = AT = 1.2$ เซนติเมตร และ $OA = 1.6$ เซนติเมตร ข้อใดคือความยาวรอบรูป ΔOET



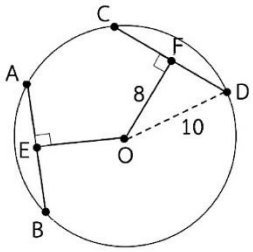
ก. 3.0 เซนติเมตร

ข. 4.8 เซนติเมตร

ค. 5.2 เซนติเมตร

ง. 6.4 เซนติเมตร

20. จากรูป ถ้าวงกลม O มีรัศมียาว 10 เซนติเมตร และ $OE = OF$ แล้วคอร์ด AB มีความยาวตรงกับข้อใด



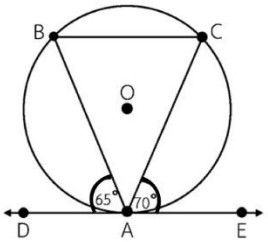
ก. 6 เซนติเมตร

ข. 10 เซนติเมตร

ค. 12 เซนติเมตร

ง. 18 เซนติเมตร

21. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ข้อใดคือขนาดของ $A\hat{B}C$ และ $A\hat{C}B$ ตามลำดับ



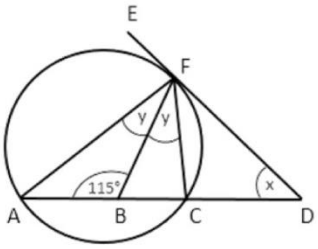
ก. 45° และ 45°

ข. 70° และ 65°

ค. 65° และ 70°

ง. 20° และ 25°

22. จากรูป $\overline{ED}$ สัมผัสวงกลมที่จุด F $A\hat{F}B = B\hat{F}C$ และ $A\hat{B}F = 115°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



ก. 45°

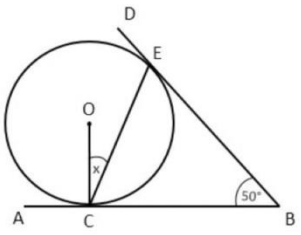
ข. 50°

ค. 60°

ง. 35°

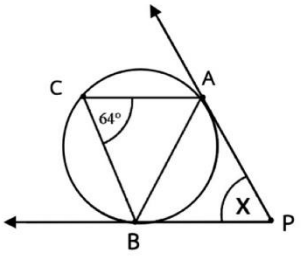
ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

23. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
$\overline{AB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด C
$\overline{DB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด E
มุม $CBE = 50°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



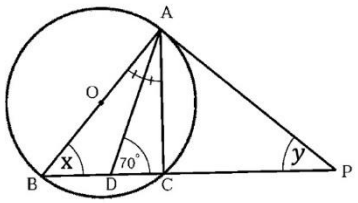
ก. $15°$
ข. $17°$
ค. $25°$
ง. $32°$

24. จากรูป $\overrightarrow{PA}$ และ $\overrightarrow{PB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A และ จุด B ตามลำดับ ถ้า $A\hat{C}B = 64°$
ข้อใดคือขนาดของมุม x



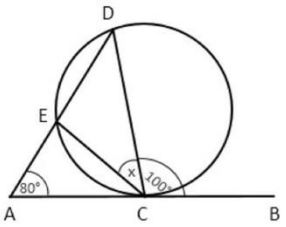
ก. $128°$
ข. $90°$
ค. $64°$
ง. $52°$

25. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
$\overline{PA}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด A
$\overline{AD}$ แบ่งครึ่ง $B\hat{A}C$ และ $A\hat{D}C = 70°$
ข้อใดคือผลรวมของขนาดมุม x กับ y



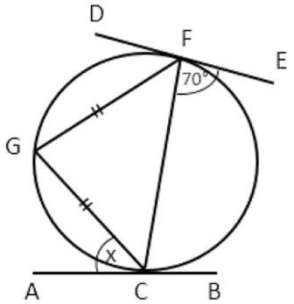
ก. $50°$ และ $40°$ ข. $50°$ และ $70°$
ค. $40°$ และ $90°$ ง. $40°$ และ $45°$

26. จากรูป $\overline{AB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด C
$\overline{AD}$ ตัดเส้นรอบวงที่จุด E มุม $EAC = 80°$
มุม $DCB = 100°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



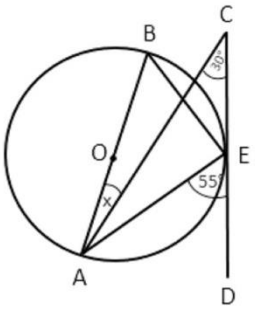
ก. $80°$ ข. $60°$
ค. $100°$ ง. $50°$

27. จากรูป $\overline{AB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด C
$\overline{DE}$ สัมผัสวงกลมที่จุด F มุม $CFE = 70°$
$GC = GF$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



ก. $35°$
ข. $40°$
ค. $65°$
ง. $55°$

28. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
$\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง
$\overline{CD}$ สัมผัสวงกลมที่จุด E มุม $ACE = 30°$
มุม $AED = 55°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X



ก. $25°$
ข. $20°$
ค. $12°$
ง. $10°$

ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง วงกลม

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชา ค 23102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จำนวน 30 ข้อ คะแนนเต็ม 44 คะแนน เวลา 1 ชั่วโมง

ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 28 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกที่สุดลงในกระดาษคำตอบ

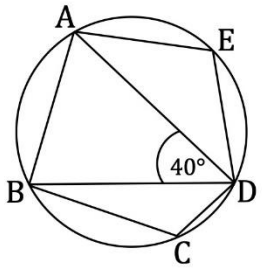
ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

ตอนที่ 2 ข้อสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 8 คะแนน

ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. จากรูป กำหนดให้ $B\hat{D}A = 40°$ ถ้า $3B\hat{D}A = B\hat{C}D$, $B\hat{D}A + E\hat{D}A = 74°$

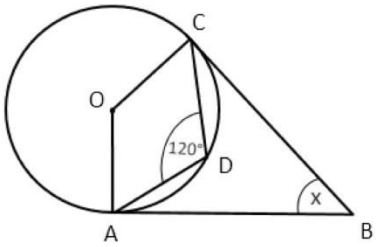
จงหาขนาดของ $D\hat{A}E$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	....
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	.....
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	....
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	.....

ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

2. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A และ $\overline{CB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด C $A\hat{D}C = 120°$ จงหาขนาดของมุม X โดยใช้ขั้นตอน KWDL



ขั้นที่ 1 K: **สิ่งที่โจทย์กำหนด**	....
ขั้นที่ 2 W: **สิ่งที่โจทย์ต้องการ**	.....
ขั้นที่ 3 D : **วิธีการหาคำตอบ**	....
ขั้นที่ 4 L: **คำตอบที่ได้**	.....

ชื่อ .....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

เกณฑ์การให้คะแนนข้อสอบอัตนัย (8 คะแนน)

สิ่งที่ประเมิน	ระดับคะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏ
K (What we know)	2	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนด หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดผิดทั้งหมด
W (What we want to know)	1	เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ผิด
D (What we do)	4	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนและให้เหตุผลประกอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	3	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องแต่ให้เหตุผลประกอบถูกต้องบางส่วน
	2	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องแต่ให้เหตุผลประกอบผิดทั้งหมดหรือไม่ให้เหตุผลประกอบ
	1	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนไม่ถูกต้องและให้เหตุผลประกอบไม่ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนอธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนและไม่ให้เหตุผลประกอบ
L (What we learned)	1	เขียนแสดงคำตอบได้ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนแสดงคำตอบ หรือ เขียนแสดงคำตอบผิดหมด

แบบประเมินความพึงพอใจ
การจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับ KWDL เรื่อง วงกลม
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ลงในช่องที่ตรงกับระดับความพึงพอใจ ดังนี้

รายการ	ระดับความพึงพอใจ				
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
ด้านบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้					
1. ห้องเรียนแสงสว่างเพียงพอและไม่มีเสียงรบกวน					
2. ครูมีบุคลิกภาพและใช้วาจาที่เหมาะสม					
3. ครูให้โอกาสนักเรียนซักถามปัญหา					
ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้					
1. กิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับเนื้อหา					
2. กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับเวลา					
3. กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมการคิดและตัดสินใจอย่างเป็นระบบ					
4. กิจกรรมการเรียนรู้ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหามากขึ้น					
5. กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมการเรียนรู้ร่วมกัน					
ด้านประโยชน์ที่ได้รับ					
1. นักเรียนจดจำเนื้อหาได้นาน					
2. นักเรียนทำงานได้อย่างมีระบบและรอบคอบมากขึ้น					
3. นักเรียนรักการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น					
4. นักเรียนทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ดีขึ้น					

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ข

ผลประเมินเครื่องมือวิจัยของผู้เชี่ยวชาญ

ตารางที่ 8 ค่าความเหมาะสมจากการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทดสอบก่อนเรียนและส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

ข้อ	ประเด็นการประเมิน	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวมเฉลี่ย
		1	2	3	
1.	มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้ ตรงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560)	5	5	4	4.67
2.	กิจกรรมการจัดการเรียนการสอนสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
3.	เนื้อหามีความยาก/ง่ายเหมาะสมกับวัยผู้เรียน	4	5	5	4.67
4.	ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเหมาะสม	5	4	5	4.67
5.	กิจกรรมการเรียนการสอนมีความสอดคล้องตามขั้นตอนของซิปปาและเทคนิค KWDL	5	5	5	5.00
6.	สื่อที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนเหมาะสมกับผู้เรียน	4	5	5	4.67
7.	สื่อที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนเหมาะสมกับเนื้อหา	5	5	5	5.00
8.	แบบฝึกหัดมีความยาก/ง่ายสอดคล้องกับเนื้อหา	4	4	5	4.33
9.	การวัดผลและประเมินผลครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
10.	เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดผลและประเมินผลชัดเจน	5	5	5	5.00
รวมเฉลี่ย					**4.80**
ระดับ					**มากที่สุด**

เกณฑ์การประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้

4.50 – 5.00 ระดับความเหมาะสม มากที่สุด

3.50 – 4.49 ระดับความเหมาะสม มาก

2.50 – 3.49 ระดับความเหมาะสม ปานกลาง

1.50 – 2.49 ระดับความเหมาะสม น้อย

1.00 – 1.49 ระดับความเหมาะสม น้อยที่สุด

ตารางที่ 9 ค่าความเหมาะสมจากการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ ที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

ข้อ	ประเด็นการประเมิน	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวมเฉลี่ย
		1	2	3	
1.	มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้ ตรงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560)	5	4	4	4.33
2.	กิจกรรมการจัดการเรียนการสอนสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
3.	เนื้อหามีความยาก/ง่ายเหมาะสมกับวัยผู้เรียน	5	5	5	5.00
4.	ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเหมาะสม	5	5	5	5.00
5.	กิจกรรมการเรียนการสอนมีความสอดคล้องตามขั้นตอนของซิปปาและเทคนิค KWDL	5	5	5	5.00
6.	สื่อที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนเหมาะสมกับผู้เรียน	4	5	5	4.67
7.	สื่อที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนเหมาะสมกับเนื้อหา	5	5	5	5.00
8.	แบบฝึกหัดมีความยาก/ง่ายสอดคล้องกับเนื้อหา	4	5	5	4.67
9.	การวัดผลและประเมินผลครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	4.67
10.	เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดผลและประเมินผลชัดเจน	5	5	5	5.00
รวมเฉลี่ย					**4.83**
ระดับ					**มากที่สุด**

เกณฑ์การประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้

4.50 – 5.00 ระดับความเหมาะสม มากที่สุด

3.50 – 4.49 ระดับความเหมาะสม มาก

2.50 – 3.49 ระดับความเหมาะสม ปานกลาง

1.50 – 2.49 ระดับความเหมาะสม น้อย

1.00 – 1.49 ระดับความเหมาะสม น้อยที่สุด

ตารางที่ 10 ค่าความเหมาะสมจากการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง คอร์ดของวงกลม

ข้อ	ประเด็นการประเมิน	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวมเฉลี่ย
		1	2	3	
1.	มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้ ตรงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560)	5	5	5	5.00
2.	กิจกรรมการจัดการเรียนการสอนสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
3.	เนื้อหามีความยาก/ง่ายเหมาะสมกับวัยผู้เรียน	4	5	5	4.67
4.	ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเหมาะสม	5	5	5	5.00
5.	กิจกรรมการเรียนการสอนมีความสอดคล้องตามขั้นตอนของซิปปาและเทคนิค KWDL	5	5	5	5.00
6.	สื่อที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนเหมาะสมกับผู้เรียน	4	5	5	4.67
7.	สื่อที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนเหมาะสมกับเนื้อหา	5	5	5	5.00
8.	แบบฝึกหัดมีความยาก/ง่ายสอดคล้องกับเนื้อหา	4	5	5	4.67
9.	การวัดผลและประเมินผลครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	4.67
10.	เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดผลและประเมินผลชัดเจน	5	5	5	5.00
รวมเฉลี่ย					**4.87**
ระดับ					**มากที่สุด**

เกณฑ์การประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้

4.50 – 5.00 ระดับความเหมาะสม มากที่สุด

3.50 – 4.49 ระดับความเหมาะสม มาก

2.50 – 3.49 ระดับความเหมาะสม ปานกลาง

1.50 – 2.49 ระดับความเหมาะสม น้อย

1.00 – 1.49 ระดับความเหมาะสม น้อยที่สุด

ตารางที่ 11 ค่าความเหมาะสมจากการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและทดสอบหลังเรียน

ข้อ	ประเด็นการประเมิน	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวมเฉลี่ย
		1	2	3	
1.	มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้ ตรงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560)	5	5	5	5.00
2.	กิจกรรมการจัดการเรียนการสอนสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
3.	เนื้อหามีความยาก/ง่ายเหมาะสมกับวัยผู้เรียน	4	4	5	4.33
4.	ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเหมาะสม	4	5	4	4.33
5.	กิจกรรมการเรียนการสอนมีความสอดคล้องตามขั้นตอนของซิปปาและเทคนิค KWDL	5	5	5	5.00
6.	สื่อที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนเหมาะสมกับผู้เรียน	5	5	5	5.00
7.	สื่อที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนเหมาะสมกับเนื้อหา	5	5	5	5.00
8.	แบบฝึกหัดมีความยาก/ง่ายสอดคล้องกับเนื้อหา	4	5	5	4.67
9.	การวัดผลและประเมินผลครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	4.67
10.	เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดผลและประเมินผลชัดเจน	5	5	5	5.00
รวมเฉลี่ย					**4.80**
ระดับ					**มากที่สุด**

เกณฑ์การประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้

4.50 – 5.00 ระดับความเหมาะสม มากที่สุด

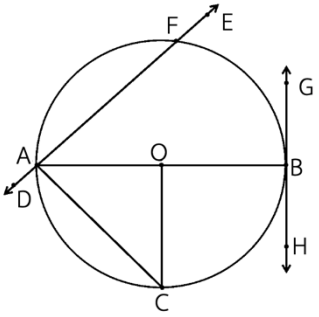
3.50 – 4.49 ระดับความเหมาะสม มาก

2.50 – 3.49 ระดับความเหมาะสม ปานกลาง

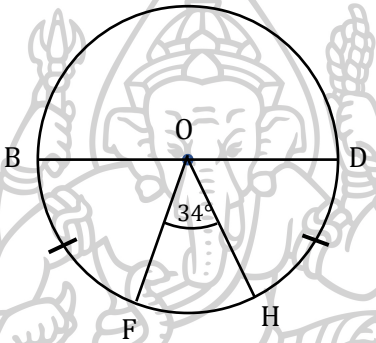
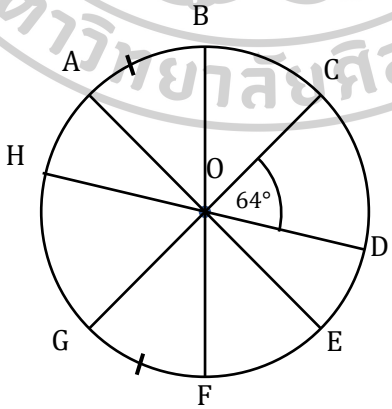
1.50 – 2.49 ระดับความเหมาะสม น้อย

1.00 – 1.49 ระดับความเหมาะสม น้อยที่สุด

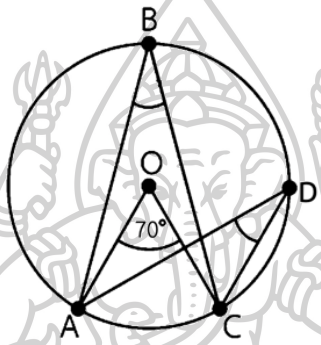
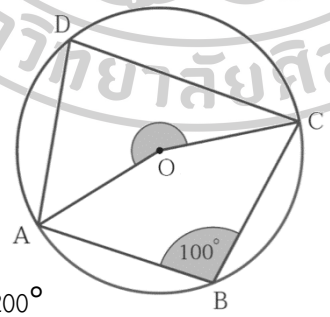
ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัย							
1. นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับส่วนต่าง ๆ ของวงกลม	1.จากรูป วงกลม O ที่กำหนดให้ ข้อใดกล่าว **ไม่ถูกต้อง**  ก. ส่วนของเส้นตรง AC เป็นคอร์ดของวงกลม ข. เส้นตรง GH เป็นเส้นสัมผัสวงกลม โดยมีจุด B เป็นจุดสัมผัส ค. $C\hat{A}F$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม O ง. $C\hat{A}B$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม O	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง

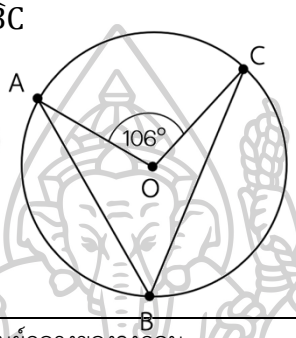
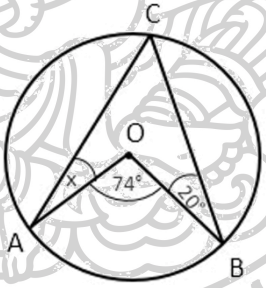
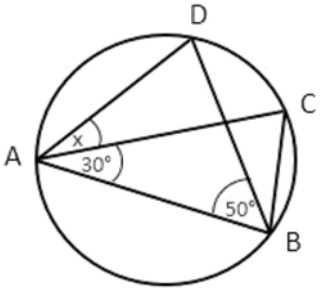
ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
2. นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	2.จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{BD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O $m(\overset{\frown}{BF}) = m(\overset{\frown}{HD}), F\hat{O}H = 34°$ ขนาดของ $B\hat{O}H$ ตรงกับข้อใด  ก. $114°$ ข. $132°$ ค. $146°$ ง. $107°$	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
	3.จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AE}, \overline{BF}, \overline{CG}, \overline{DH}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{GF}), C\hat{O}D = 64°$ $H\hat{O}G + G\hat{O}F = 96°$ ขนาดของ $D\hat{O}E$ ตรงกับข้อใด  ก. $52°$ ข. $48°$ ค. $64°$ ง. $32°$	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง

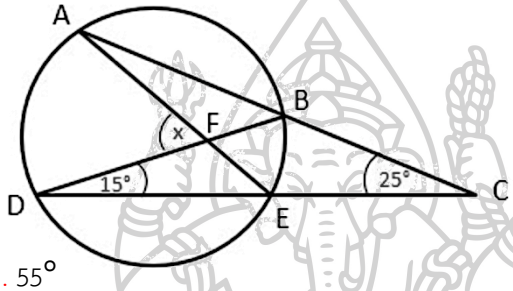
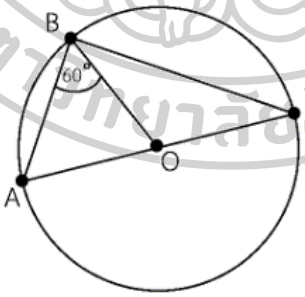
ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
2. นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	4. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ข้อใดตรงกับ $A\hat{B}C + A\hat{D}C$  ก. 140° ข. 70° ค. 60° ง. 35°	+1	+1	0	2	0.67	มีความสอดคล้อง
	5. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ข้อใดคือขนาดของ $A\hat{D}C$ และมุมกลับ AOC ตามลำดับ  ก. 80° และ 200° ข. 80° และ 360° ค. 90° และ 180° ง. 90° และ 100°	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง

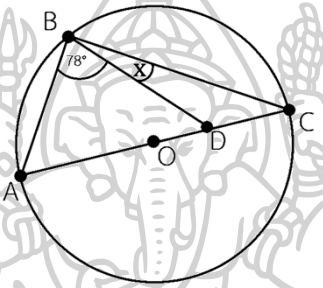
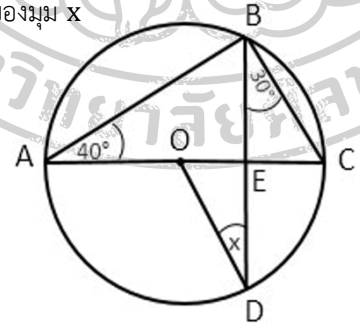
ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
2. นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	6. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ข้อใดคือขนาดของ $A\hat{B}C$ ก. 51° ข. 53° ค. 74° ง. 106° 	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
	7. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม มุม $AOB = 74^\circ$ มุม $OBC = 20^\circ$ ข้อใดคือขนาดของมุม x ก. 74° ข. 37° ค. 17° ง. 20° 	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
	8. กำหนดให้ $AB = AC$ มุม $BAC = 30^\circ$ มุม $ABD = 50^\circ$ ข้อใดคือขนาดของมุม X ก. 25° ข. 34° ค. 47° ง. 52° 	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง

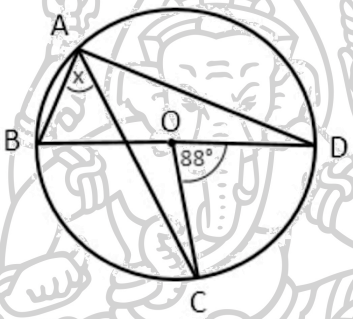
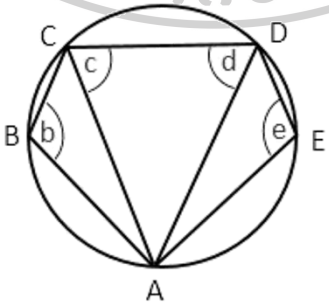
ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
2. นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	9. ให้ มุม $EDF = 15°$ มุม $ECB = 25°$ ข้อใดคือขนาดของมุม x  ก. 55° ข. 45° ค. 30° ง. 60°	+1	+1	0	2	0.67	มีความสอดคล้อง
	10. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ข้อใดคือขนาดของ $O\hat{C}B$  ก. 30° ข. 45° ค. 60° ง. 90°	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง

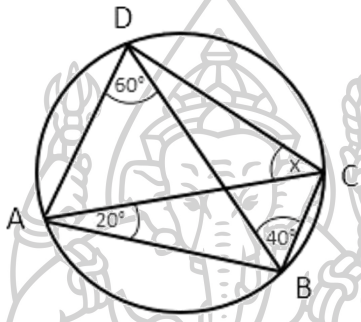
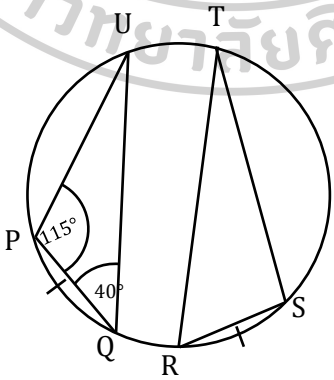
ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
2. นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	11. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $A\hat{B}D = 78°$ ข้อใดคือขนาดของมุม x  ก. $90°$ ข. $18°$ ค. $12°$ ง. $10°$	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
	12. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม $\overline{BD}$ ตัดกับ $\overline{AC}$ ที่จุด E มุม $CAB = 40°$ มุม $DBC = 30°$ ข้อใดคือขนาดของมุม x  ก. $25°$ ข. $20°$ ค. $15°$ ง. $10°$	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง

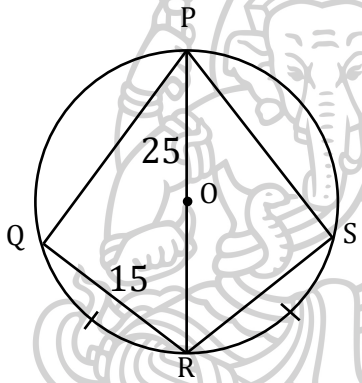
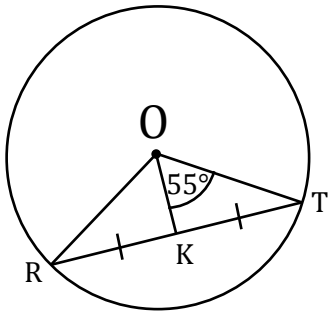
ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
2. นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	13.จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{BD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O $D\hat{O}C = 88°$ ข้อใดคือขนาดของมุม x  ก. $75°$ ข. $62°$ ค. $54°$ ง. $46°$	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
	14. ถ้า $c + d = 140°$ แล้ว $b + e$ ตรงกับข้อใด  ก. $120°$ ข. $180°$ ค. $220°$ ง. $360°$	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง

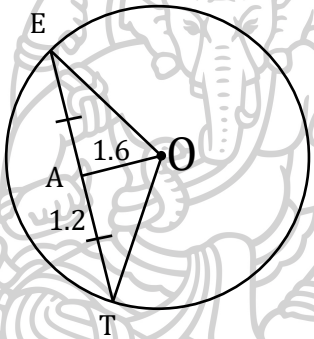
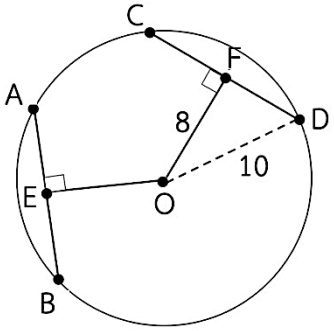
ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
2. นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	15. จากรูป มุม $\mathrm{ADB} = 60°$ มุม $\mathrm{BAC} = 20°$ มุม $\mathrm{DBC} = 40°$ ข้อใดคือขนาดของมุม x  ก. $60°$ ข. $55°$ ค. $65°$ ง. $50°$	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
	16. จากรูป กำหนดให้ $\mathrm{U\hat{P}Q} = 115°$ $\mathrm{U\hat{Q}P} = 40°$ $\mathrm{m}(\overset{\frown}{PQ}) = \mathrm{m}(\overset{\frown}{RS})$ ข้อใดคือขนาดของ $\mathrm{R\hat{T}S}$  ก. $10°$ ข. $15°$ ค. $20°$ ง. $25°$	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง

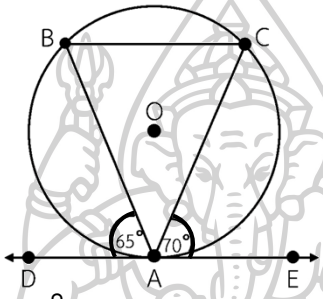
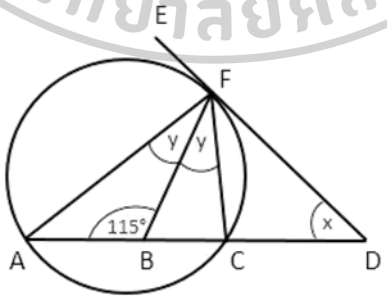
ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
3.นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลม	17.จากรูป กำหนดให้ $\overline{PR}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O $m(\overset{\frown}{RS}) = m(\overset{\frown}{QR})$ $PR = 25$ หน่วย และ $QR = 15$ หน่วย ข้อใดคือความยาวของ $\overline{PS}$  ก. 10 หน่วย ข. 17 หน่วย ค. 20 หน่วย ง. 22 หน่วย	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
	18.จากรูป กำหนดให้ $\overline{RT}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $RK = KT$ และ $T\hat{O}K = 55°$ ข้อใดคือขนาดของ $O\hat{R}K$  ก. $35°$ ข. $42°$ ค. $25°$ ง. $52°$	+1	+1	0	2	0.67	มีความสอดคล้อง

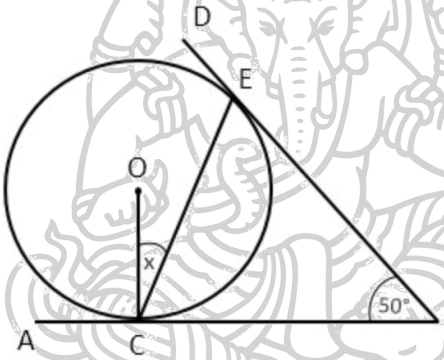
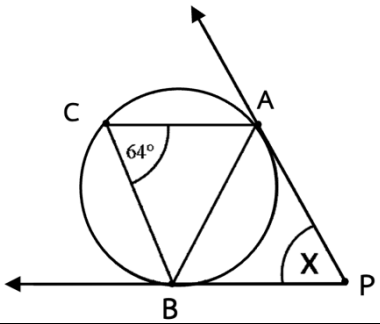
ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
3.นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลม	19. จากรูป กำหนดให้ $\overline{ET}$ เป็นคอร์ดของวงกลม $EA = AT = 1.2$ เซนติเมตร และ $OA = 1.6$ เซนติเมตร ข้อใดคือความยาวรอบรูป ΔOET  ก. 3.0 เซนติเมตร ข. 4.8 เซนติเมตร ค. 5.2 เซนติเมตร ง. 6.4 เซนติเมตร	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
	20. จากรูป ถ้าวงกลม O มีรัศมียาว 10 เซนติเมตร และ $OE = OF$ แล้วคอร์ด AB มีความยาวตรงกับข้อใด  ก. 6 เซนติเมตร ข. 10 เซนติเมตร ค. 12 เซนติเมตร ง. 18 เซนติเมตร	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง

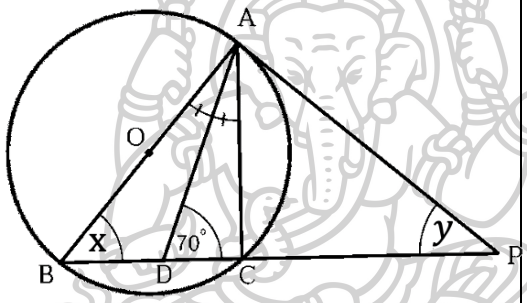
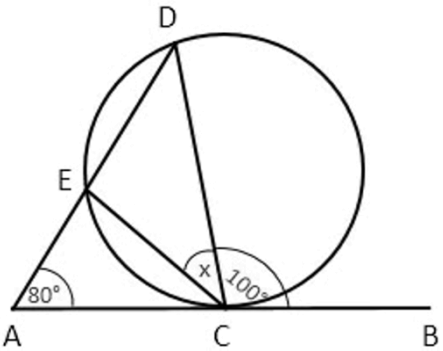
ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
3.นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลม	21. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ข้อใดคือขนาดของ $A\hat{B}C$ และ $A\hat{C}B$ ตามลำดับ  ก. 45° และ 45° ข. 70° และ 65° ค. 65° และ 70° ง. 20° และ 25°	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
4. นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม	22. จากรูป $\overline{ED}$ สัมผัสวงกลมที่จุด F $A\hat{F}B = B\hat{F}C$ และ $A\hat{B}F = 115^\circ$ ข้อใดคือขนาดของมุม X  ก. 45° ข. 50° ค. 60° ง. 35°	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง

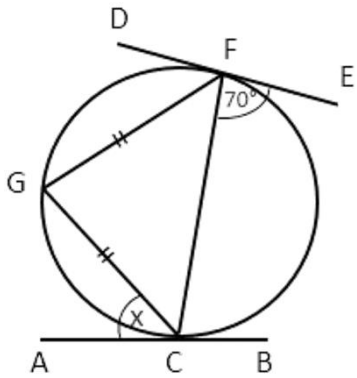
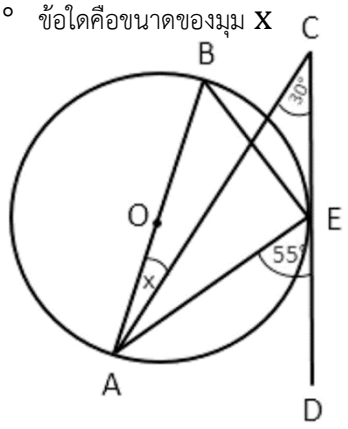
ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
4. นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม	23. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด C $\overline{DB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด E มุม $CBE = 50°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X  ก. 15° ข. 17° ค. 25° ง. 32°	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
	24. จากรูป $\overrightarrow{PA}$ และ $\overrightarrow{PB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A และจุด B ตามลำดับ ถ้า $A\hat{C}B = 64°$ ข้อใดคือขนาดของมุม X  ก. 128° ข. 90° ค. 64° ง. 52°	+1	+1	0	2	0.67	มีความสอดคล้อง

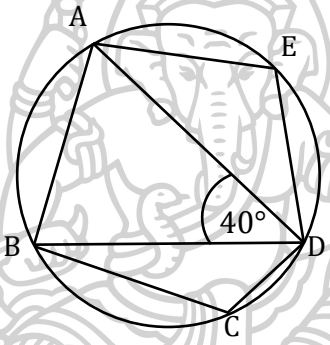
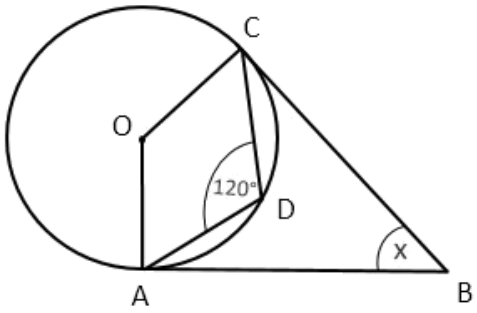
ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
4. นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม	25. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{PA}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด A $\overline{AD}$ แบ่งครึ่ง $B\hat{A}C$ และ $A\hat{D}C = 70°$ ข้อใดคือผลรวมของขนาดมุม x กับ y  ก. $50°$ และ $40°$ ข. $50°$ และ $70°$ ค. $40°$ และ $90°$ ง. $40°$ และ $45°$	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
	26. จากรูป $\overline{AB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด C $\overline{AD}$ ตัดเส้นรอบวงที่จุด E มุม $EAC = 80°$ มุม $DCB = 100°$ ข้อใดคือขนาดของมุม x  ก. $80°$ ข. $60°$ ค. $100°$ ง. $50°$	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง

ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
4. นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม	27. จากรูป $\overline{AB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด C $\overline{DE}$ สัมผัสวงกลมที่จุด F มุม $CFE = 70°$ $GC = GF$ ข้อใดคือขนาดของมุม x  ก. $35°$ ข. $40°$ ค. $65°$ ง. $55°$	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
	28. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overline{CD}$ สัมผัสวงกลมที่จุด E มุม $ACE = 30°$ มุม $AED = 55°$ ข้อใดคือขนาดของมุม x  ก. $25°$ ข. $20°$ ค. $12°$ ง. $10°$	+1	+1	0	2	0.67	มีความสอดคล้อง

ตารางที่ 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) จากการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถาม	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
		1	2	3			
ตอนที่ 2 ข้อสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ							
2.นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	1.จากรูป กำหนดให้ $B\hat{D}A = 40°$ ถ้า $3B\hat{D}A = B\hat{C}D$, $B\hat{D}A + E\hat{D}A = 74°$ จงหาขนาดของ $D\hat{A}E$ โดยใช้ขั้นตอน KWDL 	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
4.นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม	2. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A $\overline{CB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด C $A\hat{D}C = 120°$ จงหาขนาดของมุม x โดยใช้ขั้นตอน KWDL 	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง

ตารางที่ 13 ค่าดัชนีควเกณฑ์การให้คะแนนข้อสอบอัตนัย (8 คะแนน)

สิ่งที่ประเมิน	ระดับคะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏ
K (What we know)	2	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนด หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดผิดทั้งหมด
W (What we want to know)	1	เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ผิด
D (What we do)	4	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนและให้เหตุผลประกอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	3	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องแต่ให้เหตุผลประกอบถูกต้องบางส่วน
	2	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องแต่ให้เหตุผลประกอบผิดทั้งหมดหรือไม่ให้เหตุผลประกอบ
	1	อธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนไม่ถูกต้องและให้เหตุผลประกอบไม่ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนอธิบายกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนและไม่ให้เหตุผลประกอบ
L (What we learned)	1	เขียนแสดงคำตอบได้ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนแสดงคำตอบ หรือ เขียนแสดงคำตอบผิดหมด

ตารางที่ 14 ค่าดัชนีความสอดคล้องจากการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับด้านความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับ KWDL เรื่อง วงกลม

ข้อคำถาม	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	ความหมาย
	1	2	3			
ด้านบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้						
1. ห้องเรียนแสงสว่างเพียงพอและไม่มีเสียงรบกวน	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
2. ครูมีบุคลิกภาพและใช้วาจาที่เหมาะสม	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
3. ครูให้โอกาสนักเรียนซักถามปัญหา	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้						
1. กิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับเนื้อหา	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
2. กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับเวลา	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
3. กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมการคิดและตัดสินใจอย่างเป็นระบบ	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
4. กิจกรรมการเรียนรู้ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหามากขึ้น	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
5. กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมการเรียนรู้ร่วมกัน	0	+1	+1	2	0.67	มีความสอดคล้อง
ด้านประโยชน์ที่ได้รับ						
1. นักเรียนจดจำเนื้อหาได้นาน	+1	+1	0	2	0.67	มีความสอดคล้อง
2. นักเรียนทำงานได้อย่างมีระบบและรอบคอบมากขึ้น	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
3. นักเรียนรักการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง
4. นักเรียนทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ดีขึ้น	+1	+1	+1	3	1.00	มีความสอดคล้อง

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	นางสาวกรกมล แกล้วกล้า
วุฒิการศึกษา	6 ธันวาคม 2536
ผลงานตีพิมพ์	อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช
รางวัลที่ได้รับ	พ.ศ.2559 การศึกษาระดับปริญญาตรี ครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี พ.ศ.2565 การศึกษาระดับปริญญาโท วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศิลปากร